

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института

 И. Ю. Мезин  
«25» сентября 2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**УРАВНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Уровень высшего образования – бакалавриат

Программа подготовки – прикладной бакалавриат

Форма обучения  
очная

Институт  
Кафедра  
Курс  
Семестр

Институт естествознания и стандартизации  
Прикладной математики и информатики  
3  
5

Магнитогорск  
2017 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденного приказом МОиН РФ от 12.03.2015 №228.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики «7» сентября 2017 г., протокол № 1.

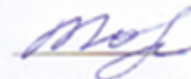
Зав. кафедрой  / С.И.Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией Института естествознания и стандартизации «25» сентября 2017 г., протокол № 1.

Председатель  / И.Ю. Мезлин

Рабочая программа составлена:  
информатики, к. ф.-м. н., доцент

доцент кафедры прикладной математики и

 / О.А. Торшина

Рецензент:

доцент кафедры уравнений математической физики  
ЮУрГУ, к. ф.-м. н., доцент

  / Г.А. Закирова



## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Уравнение математической физики» являются: изучение теории линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка; изучение методов решения дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка; решение стандартных задачи профессиональной деятельности с учетом основных требований информационной безопасности.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы подготовки бакалавра

Дисциплина «Уравнение математической физики» входит в вариативную часть блока 1 образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения предметов «Практикум на ЭВМ».

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы при изучении дисциплин «Элементы вариационного исчисления», «Методы вычисления спектров операторов».

### 1. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины «Уравнение математической физики» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-4 способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	
Знать	<ul style="list-style-type: none"><li>– основные определения и понятия уравнений математической физики;</li><li>– процессы описываемые уравнениями колебаний струны и мембраны, тока и напряжения в длинных линиях, уравнениями гидродинамики, уравнениями теплопроводности и диффузии, уравнениями электромагнитного поля;</li><li>– основные методы исследований, используемые в стандартных задачах профессиональной деятельности;</li><li>– условия существования решений и способы их нахождения.</li></ul>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"><li>– выделять стандартные задачи рассматриваемой предметной области и решать их средствами уравнений математической физики;</li><li>– решать основные задачи математической физики, использовать программные продукты для их численного решения;</li><li>– распознавать эффективное решение от неэффективного;</li><li>– давать физическую интерпретацию решениям дифференциальных уравнений математической физики;</li><li>– применять полученные знания в профессиональной деятельности; использовать их на междисциплинарном уровне.</li></ul>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"><li>– основными методами решения уравнений с частными производными;</li><li>– практическими навыками использования уравнений математической физики на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на практике;</li><li>– способами демонстрации умения анализировать ситуацию с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных</li></ul>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
	требований информационной безопасности; – навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности; – способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов; – способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды.
ПК – 2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	
Знать	– основные определения и понятия используемые в современном математическом аппарате; – основные методы исследований, используемых в актуальных задачах математической физики; – основные задачи математической физики, приводящие к вариационным проблемам;
Уметь	– формулировать результат учебной и исследовательской работы с помощью современного математического аппарата; – применять полученные знания в профессиональной деятельности; – корректно выражать и аргументированно обосновывать положения предметной области знания.
Владеть	– практическими навыками использования уравнении математической физики на производственной практике; – способами демонстрации умения анализировать ситуацию посредством современного математического аппарата; – навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности; – способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов; – навыками корректной постановки математических задач, приводящих к уравнениям математической физики; – профессиональным языком предметной области знания.



2.1. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Решение Даламбера.	5	10	4/2И		8	Подготовка к лабораторному занятию	АКР Проверка конспектов.	ОПК-4-зுவ ПК-2-зுவ
2.2. Задачи Гурса и Римана.	5	4	2/2И		8		Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зுவ
2.3. Телеграфное уравнение. Интегрирование телеграфного уравнения по методу Римана.	5	6	4		8	Изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ПК-2-зுவ
<b>Итого по разделу</b>		<b>20</b>	<b>10/4И</b>		<b>24</b>		<b>Письменный ответ на один из контрольных вопросов</b>	
<b>Раздел3. Применение метода Фурье к изучению колебательных процессов.</b>								
3.1. Метод Фурье для уравнения свободных колебаний струны. Общая схема метода Фурье.	5	6	2/1И		2	Изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зுவ
3.2. Вынужденные колебания струны.	5	6	2/1И		4		Устный опрос	ОПК-4-зுவ ПК-2-зுவ
3.3. Колебания прямоугольной мембраны.	5	4	2/1И		10		Проверка конспектов	ОПК-4-зுவ ПК-2-зுவ
3.4. Колебания круглой мембраны. Функции Бесселя.	5	4	2/1И		10		Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зுவ
<b>Итого по разделу</b>		<b>20</b>	<b>8/4И</b>		<b>26</b>		<b>Письменный ответ на один из контрольных вопросов</b>	
<b>Раздел 4. Уравнения параболического типа. Применение метода Фурье к решению краевых задач</b>								

4.1. Распространение тепла в ограниченном стержне.	5	4	2/1И		5		Устный опрос	ОПК-4-зув
4.2. Распространение тепла в бесконечном цилиндре	5	6	4/1И		5		Проверка конспектов	ПК-2-зув
4.3. Распространение тепла в бесконечном цилиндре	5	6	4/1И		5	Изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зув ПК-2-зув
4.4. Распространение тепла в однородном шаре	5	4	4/1И		5	Подготовка к лабораторному занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зув
<b>Итого по разделу</b>		<b>20</b>	<b>14/4И</b>		<b>20</b>		<b>Письменный ответ на один из контрольных вопросов</b>	
<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения эллиптического типа. Уравнения Лапласа и Пуассона.</b>								
5.1. Интегральные теоремы векторного анализа (Остроградского-Гаусса, Стокса и связанные с ними; теоремы Грина). Функции Леви.	5	4	4/2И		1,5	Изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зув ПК-2-зув
5.2. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Формула Пуассона.	5	8	4/2И		9	Подготовка к лабораторному занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зув ПК-2-зув
5.3. Решение Дирихле для шара. Функция Грина. Гармонические функции на плоскости.	5	8	4/4И		10	Изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4-зув ПК-2-зув
<b>Итого по разделу</b>		<b>20</b>	<b>12/8И</b>		<b>20,5</b>		<b>Письменный ответ на один из контрольных вопросов</b>	
<b>Итого по дисциплине</b>		<b>90</b>	<b>54/22И</b>		<b>100,5</b>		<b>Экзамен. КР</b>	



## 5. Образовательные и информационные технологии

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические (семинарские) занятия.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лекционные занятия проводятся с использованием мультимедийных средств. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Практические занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MSWord, MSExcel.

В ходе проведения лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

В рамках дисциплины «Уравнение математической физики» предусматривается 22 часов аудиторных занятий, проводимых в интерактивной.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Методика, предлагаемая для изучения курса «Уравнение математической физики» ориентирована на лекции проблемно-информационного характера, семинарские занятия исследовательского типа и подготовку рефератов.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС по реализации компетентностного подхода.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

По дисциплине «Уравнение математической физики» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает выполнение заданий лабораторных работ.

### Примерные аудиторные задания:

1. Линейные уравнения второго порядка. Их характеристики. Классификация уравнений, канонические уравнения.
2. Корректные постановки задач для гиперболических, параболических, эллиптических уравнений.
3. Формула Даламбера. Корректность задачи Коши для волнового уравнения.
4. Вывод уравнения диффузии. Решение I краевой задачи методом Фурье.
5. Принцип максимума для уравнения диффузии. Его следствия.
6. Закон сохранения энергии для волнового уравнения. Его следствия.
7. Решение I краевой задачи для волнового уравнения.
8. Уравнение Лапласа. Принцип максимума для гармонических функций. Его следствия
9. Решение задачи Дирихле для круга. Интеграл Пуассона. Теоремы о среднем для гармонических функций.
10. Ортогональные системы функций и ряды Фурье.
11. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Понятие полноты и замкнутости ортогональных систем.
12. Формулировка теоремы о сходимости тригонометрических рядов Фурье. Комплексная форма ряда Фурье.
13. Задача Штурмана-Лиувилля о собственных значениях. Свойства обственных значений и собственных функций (простота спектра, его неотрицательность, счетность (без доказательства), формулировка теоремы Стеклова).
14. Уравнение Бесселя. Функции  $I_0(x)$  и  $I_1(x)$  и их свойства.
15. Стационарная диффузия в полубесконечной трубке.
16. Интегральная формула Фурье. Преобразования Фурье и его свойства (линейность, преобразование Фурье производной).
17. Решение задачи Коши для уравнения диффузии методом преобразования Фурье.

### Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

Привести к каноническому виду уравнения:

1.  $y^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$

2.  $x^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (x > 0)$

3. Решить задачу Коши:

4.  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 6 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$ , ,  $(U)_{y=x} = 2 \sin x$ ,  $\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=x} = 2 \cos x$

5. Построить профиль струны, то есть график  $U(2, x)$ , если:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, (U)_{t=0} = \begin{cases} 2\sin\frac{\pi}{6}x, & \text{если } 0 < x < 6 \\ 0, & \text{если } x \leq 0 \text{ или } x \geq 6, \end{cases} \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = 0$$

Решить краевые задачи:

$$6. \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, (U)_{t=0} = 0, \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = \sin 7x, (U)_{x=0} = (U)_{x=\pi} = 0, 0 < x < \pi$$

$$7. \frac{\partial^2 U}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, 0 < x < \pi, t > 0, (U)_{x=0} = 0, \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{x=\pi} = 0, (U)_{t=0} = \sin \frac{7x}{2}$$

$$8. \frac{\partial^2 U}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, (U)_{t=0} = x(\pi - x), (U)_{x=0} = (U)_{x=\pi} = 0, 0 < x < \pi, t > 0$$

$$9. \text{Найти гармоническую функцию вне круга } r_0 = 2, \text{ если } (U)_{r=r_0} = 8\sin^4 \frac{\varphi}{2}.$$

### Примерные задания для аудиторных контрольных работ (АКР):

Найти общее решение уравнения:

$$1. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 5 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 6 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$$

$$\text{Ответ: } U(x, y) = f(y - 2x) + g(y - 3x).$$

Решить задачи Коши:

$$2. \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 6 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0, (U)_{y=x} = 2\sin x, \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=x} = 2\cos x$$

$$\text{Ответ: } U = 5\sin \frac{x+y}{2} - 3\sin \frac{5x+y}{6}.$$

$$3. \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, (U)_{t=0} = 0, \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = 4xe^{-x^2}$$

$$\text{Ответ: } U = e^{-(x-t)^2} - e^{-(x+t)^2} = 2e^{-(x^2+t^2)} \operatorname{ch} 2xt.$$

Разложить в ряд Фурье функции:

$$4. f(x) = 4\sin^3 x$$

$$\text{Ответ: } f = 3\sin x - \sin 3x.$$

$$5. f(x) = \cos \frac{x}{2}, |x| < \pi$$

$$\text{Ответ: } f = \frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{4n^2-1} \cos nx.$$

Представить интегралом Фурье функцию:

$$6. f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{если } |x| \leq 1 \\ 0, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{1-\cos y}{y^2} \cos yx dy.$$

Решить краевые задачи:

$$7. \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, U(0, x) = 0, \frac{\partial U(0, x)}{\partial t} = \sin 7x, U(t, 0) = 0, U(t, \pi) = 0, 0 < x < \pi, t > 0$$

Ответ:  $U = \frac{1}{7a} \sin 7x \sin at$ .

$$8. \frac{\partial U}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, U(0, x) = \sin \frac{7x}{2}, U(t, 0) = 0, \frac{\partial U(t, \pi)}{\partial x} = 0, 0 < x < \pi, t > 0$$

Ответ:  $U(t, x) = e^{-49t} \sin \frac{7x}{2}$ .

Найти гармоническую в  $D$  функцию, удовлетворяющую на окружности  $\Gamma: x^2 + y^2 = R_0^2$  условию  $(U(x, y))_{\Gamma} = 4y^3$ , если:

$$9. D: x^2 + y^2 \leq R_0^2$$

Ответ:  $U = 3R_0^2 r \sin \varphi - r^3 \sin 3\varphi = 3R_0^2 y + y^3 - 3x^2 y$ .

$$10. D: x^2 + y^2 \geq R_0^2$$

Ответ:  $U = \left(\frac{R_0}{r}\right)^3 (3R_0^2 r^2 \sin \varphi - R_0^3 \sin 3\varphi) = R_0^4 \left[ \frac{3y}{x^2 + y^2} + R_0^2 \frac{y^3 - 3x^2 y}{(x^2 + y^2)^3} \right]$ .

### **Вопросы для итоговой оценки качества освоения курса:**

1. Начальные и краевые условия. Корректность постановки задач математической физики.
2. Основные уравнения математической физики
3. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду.
4. Бесконечная струна. Формула Даламбера.
5. Применение метода характеристик. Задача Коши.
6. Применение метода характеристик. Задача Римана
7. Метод Фурье. Исследование колебаний струны конечной длины.
8. Метод Фурье. Исследование вынужденных колебаний струны конечной длины.
9. Общая схема метода Фурье.
10. Исследование колебаний прямоугольной мембраны.
11. Функции Бесселя. Их свойства.
12. Исследование колебаний круглой мембраны.
13. Теплопроводность в бесконечном стержне. Исследование теплопроводности в конечном стержне.
14. Метод функций Грина для уравнения Лапласа задачи Дирихле. Задача Неймана для уравнения Лапласа.
15. Задача Дирихле для круга.
16. Ньютоновский потенциал. Потенциалы разных порядков.
17. Потенциалы простого и двойного слоя.
18. Разложение в ряды Фурье по частным решениям уравнения Гельмгольца в бесконечной области.
19. Интегральные преобразования и их формулы обращения.
20. Преобразование Лапласа.

21. Исследование распространения тепла в неограниченном стержне с помощью интегрального преобразования Лапласа.
22. Преобразование Фурье.
23. Исследование распространения тепла в полуограниченном стержне с помощью интегрального преобразования Фурье.

Курсовая работа выполняется обучающимся самостоятельно под руководством преподавателя. При выполнении курсовой работы обучающийся должен показать свое умение работать с нормативным материалом и другими литературными источниками, а также возможность систематизировать и анализировать фактический материал и самостоятельно творчески его осмысливать.

В начале изучения дисциплины преподаватель предлагает обучающимся на выбор перечень тем курсовых работ. Обучающийся самостоятельно выбирает тему курсовой работы. Совпадение тем курсовых работ у студентов одной учебной группы не допускается. Утверждение тем курсовых работ проводится ежегодно на заседании кафедры.

После выбора темы преподаватель формулирует задание по курсовой работе и рекомендует перечень литературы для ее выполнения. Исключительно важным является использование информационных источников, а именно системы «Интернет», что даст возможность обучающимся более полно изложить материал по выбранной им теме.

В процессе написания курсовой работы обучающийся должен разобраться в теоретических вопросах избранной темы, самостоятельно проанализировать практический материал, разобрать и обосновать практические предложения.

Преподаватель, проверив работу, может вернуть ее для доработки вместе с письменными замечаниями. Студент должен устранить полученные замечания в установленный срок, после чего работа окончательно оценивается.

Курсовая работа должна быть оформлена в соответствии с СМК-О-СМГТУ-42-09 «Курсовой проект (работа): структура, содержание, общие правила выполнения и оформления». Примерный перечень тем курсовых работ и пример задания представлены в разделе «Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации».

## 7. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине за семестр. Проводиться в форме экзамена и защиты курсовой работы.

### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-4 способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>– основные определения и понятия уравнений математической физики;</li> <li>– процессы описываемые уравнениями колебаний струны и мембраны, тока и напряжения в длинных линиях, уравнениями гидродинамики, уравнениями теплопроводности и диффузии, уравнениями электромагнитного поля;</li> <li>– основные методы исследований, используемые в стандартных задачах профессиональной деятельности;</li> <li>– условия существования решений и способы их нахождения.</li> </ul>	<p><b>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Начальные и краевые условия. Корректность постановки задач математической физики.</li> <li>2. Основные уравнения математической физики</li> <li>3. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду.</li> <li>4. Бесконечная струна. Формула Даламбера.</li> <li>5. Применение метода характеристик. Задача Коши.</li> <li>6. Применение метода характеристик. Задача Римана</li> <li>7. Метод Фурье. Исследование колебаний струны конечной длины.</li> <li>8. Метод Фурье. Исследование вынужденных колебаний струны конечной длины.</li> <li>9. Общая схема метода Фурье.</li> <li>10. Преобразование Фурье.</li> <li>11. Исследование распространения тепла в полуограниченном стержне с помощью интегрального преобразования Фурье.</li> </ol>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>– выделять стандартные задачи рассматриваемой предметной области и решать их средствами уравнений</li> </ul>	<p><b>Примерные практические задания для экзамена:</b></p> <p>Найти общее решение уравнения:</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>математической физики;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать основные задачи математической физики, использовать программные продукты для их численного решения;</li> <li>– распознавать эффективное решение от неэффективного;</li> <li>– давать физическую интерпретацию решениям дифференциальных уравнений математической физики;</li> <li>– применять полученные знания в профессиональной деятельности; использовать их на междисциплинарном уровне.</li> </ul>	<p>1. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 5 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 6 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0</math></p> <p>Решить задачи Коши:</p> <p>2. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 6 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0, (U)_{y=x} = 2 \sin x, \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=x} = 2 \cos x</math></p> <p>3. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, (U)_{t=0} = 0, \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = 4x e^{-x^2}</math></p> <p>Разложить в ряд Фурье функции:</p> <p>4. <math>f(x) = 4 \sin^3 x</math></p> <p>5. <math>f(x) = \cos \frac{x}{2},  x  &lt; \pi</math></p> <p>Представить интегралом Фурье функцию:</p> <p>6. <math>f(x) = \begin{cases} 1 -  x , &amp; \text{если }  x  \leq 1 \\ 0, &amp; \text{если }  x  &gt; 1 \end{cases}</math></p> <p>Решить краевые задачи:</p> <p>7. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, U(0, x) = 0, \frac{\partial U(0, x)}{\partial t} = \sin 7x, U(t, 0) = 0, U(t, \pi) = 0, 0 &lt; x &lt; \pi, t &gt; 0</math></p> <p>8. <math>\frac{\partial U}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, U(0, x) = \sin \frac{7x}{2}, U(t, 0) = 0, \frac{\partial U(t, \pi)}{\partial x} = 0, 0 &lt; x &lt; \pi, t &gt; 0</math></p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>Найти гармоническую в <math>D</math> функцию, удовлетворяющую на окружности <math>\Gamma</math>: <math>x^2 + y^2 = R_0^2</math> условию <math>(U(x, y))_{\Gamma} = 4y^3</math>, если:</p> <p>9. <math>D: x^2 + y^2 \leq R_0^2</math></p> <p>10. <math>D: x^2 + y^2 \geq R_0^2</math></p>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>– основными методами решения уравнений с частными производными;</li> <li>– практическими навыками использования уравнений математической физики на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на практике;</li> <li>– способами демонстрации умения анализировать ситуацию с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности;</li> <li>– навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности;</li> <li>– способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов;</li> <li>– способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей</li> </ul>	<p><b>Индивидуальное домашнее задание:</b></p> <p>Привести к каноническому виду уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>y^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0</math></li> <li>2. <math>x^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (x &gt; 0)</math></li> <li>3. Решить задачу Коши:</li> <li>4. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 6 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0</math>, <math>(U)_{y=x} = 2 \sin x</math>, <math>\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=x} = 2 \cos x</math></li> <li>5. Построить профиль струны, то есть график <math>U(2, x)</math>, если: <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}</math>, <math>(U)_{t=0} = \begin{cases} 2 \sin \frac{\pi}{6} x, &amp; \text{если } 0 &lt; x &lt; 6 \\ 0, &amp; \text{если } x \leq 0 \text{ или } x \geq 6, \end{cases}</math> <math>\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = 0</math></li> </ul> </li> </ol>



Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	информационной среды.	
ПК – 2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>– основные определения и понятия используемые в современном математическом аппарате;</li> <li>– основные методы исследований, используемых в актуальных задачах математической физики;</li> <li>– основные задачи математической физики, приводящие к вариационным проблемам;</li> </ul>	<p><b><i>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</i></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Исследование колебаний прямоугольной мембраны.</li> <li>2. Функции Бесселя. Их свойства.</li> <li>3. Исследование колебаний круглой мембраны.</li> <li>4. Теплопроводность в бесконечном стержне. Исследование теплопроводности в конечном стержне.</li> <li>5. Метод функций Грина для уравнения Лапласа задачи Дирихле. Задача Неймана для уравнения Лапласа.</li> <li>6. Задача Дирихле для круга.</li> <li>7. Ньютоновский потенциал. Потенциалы разных порядков.</li> <li>8. Потенциалы простого и двойного слоя.</li> <li>9. Разложение в ряды Фурье по частным решениям уравнения Гельмгольца в бесконечной области.</li> <li>10. Интегральные преобразования и их формулы обращения.</li> <li>11. Преобразование Лапласа.</li> <li>12. Исследование распространения тепла в неограниченном стержне с помощью интегрального преобразования Лапласа.</li> </ol>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>– формулировать результат учебной и исследовательской работы с помощью современного математического аппарата;</li> <li>– применять полученные знания в профессиональной деятельности;</li> <li>– корректно выражать и аргументированно обосновывать</li> </ul>	<p><b><i>Примерный перечень тем курсовых работ:</i></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Задачи колебания двумерных мембран</li> <li>2. Задачи колебаний газа</li> <li>3. Уравнение Бесселя и его функции</li> <li>4. Задача распространения тепла в плоской пластине</li> <li>5. Задача диффузии в активной среде</li> <li>6. Задача экологического прогнозирования</li> </ol>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	положения предметной области знания.	7. Уравнение Гельмгольца 8. Уравнение Шредингера и связанные с ним представления 9. Уравнение и полиномы Лежандра 10. Уравнение потенциала электрического поля 11. Задача Гурса 12. Распространение тепла в вакууме 13. Задача Стефана 14. Электрическое поле в плазм
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>– практическими навыками использования уравнений математической физики на производственной практике;</li> <li>– способами демонстрации умения анализировать ситуацию посредством современного математического аппарата;</li> <li>– навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности;</li> <li>– способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов;</li> <li>– навыками корректной постановки математических задач, приводящих к уравнениям математической физики;</li> <li>– профессиональным языком предметной области знания;</li> </ul>	<p><b>Индивидуальное домашнее задание:</b>            Решить краевые задачи:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, (U)_{t=0} = 0, \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{t=0} = \sin 7x, (U)_{x=0} = (U)_{x=\pi} = 0, 0 &lt; x &lt; \pi</math></li> <li>2. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, 0 &lt; x &lt; \pi, t &gt; 0, (U)_{x=0} = 0, \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{x=\pi} = 0, (U)_{t=0} = \sin \frac{7x}{2}</math></li> <li>3. <math>\frac{\partial^2 U}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, (U)_{t=0} = x(\pi - x), (U)_{x=0} = (U)_{x=\pi} = 0, 0 &lt; x &lt; \pi, t &gt; 0</math></li> <li>4. Найти гармоническую функцию вне круга <math>r_0 = 2</math>, если <math>(U)_{r=r_0} = 8 \sin^4 \frac{\varphi}{2}</math>.</li> </ol>

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Уравнение математической физики» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

**Показатели и критерии оценивания экзамена:**

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Курсовая работа выполняется под руководством преподавателя, в процессе ее написания обучающийся развивает навыки к научной работе, закрепляя и одновременно расширяя знания, полученные при изучении курса «Уравнение математической физики». При выполнении курсовой работы обучающийся должен показать свое умение работать с нормативным материалом и другими литературными источниками, а также возможность систематизировать и анализировать фактический материал и самостоятельно творчески его осмысливать.

В процессе написания курсовой работы обучающийся должен разобраться в теоретических вопросах избранной темы, самостоятельно проанализировать практический материал, разобрать и обосновать практические предложения.

**Показатели и критерии оценивания курсовой работы:**

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – работа выполнена в соответствии с заданием, обучающийся показывает высокий уровень знаний не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, оценки и вынесения критических суждений;

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – работа выполнена в соответствии с заданием, обучающийся показывает знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам;

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – работа выполнена в соответствии с

заданием, обучающийся показывает знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;

- на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – задание преподавателя выполнено частично, в процессе защиты работы обучающийся допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения поставленной задачи.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – задание преподавателя выполнено частично, обучающийся не может воспроизвести и объяснить содержание, не может показать интеллектуальные навыки решения поставленной задачи.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

### а) Основная литература:

1. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 375 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-03041-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437563>.
2. Полянин, А. Д. Уравнения и задачи математической физики в 2 ч часть 1 : справочник для академического бакалавриата / А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 261 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01644-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437082>.

### б) Дополнительная литература:

1. Полянин, А. Д. Нелинейные уравнения математической физики и механики. Методы решения: учебник и практикум для академического бакалавриата / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев, А. И. Журов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 256 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02317-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437088>.

### в) Методические указания:

1. Кадченко С. И. Численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. И. Кадченко, О. А. Торшина ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2684.pdf&show=dcatalogues/1/1131509/2684.pdf&view=true>.

### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7	Д-1227 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	Бессрочно
MathLab	К-89-14 от 08.12.2014	Бессрочно
Mathcad Education - University Edition (200 pack)	Д-1662-13 от 22.11.2013	Бессрочно

1. Научная электронная библиотека: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
2. Электронно-библиотечная система «ibooks» <http://ibooks.ru/>
3. Электронно-библиотечная система «znanium.com» <http://infra-m.ru/live/>

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
Лекционная аудитория	Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс	Персональные компьютеры пакетом MS Office, Maple 14 Classroom License 10-29 Users (per User) Academic, MathLab, Mathcad Education - University Edition (200 pack) и выходом в Интернет.
Учебные аудитории для выполнения курсового проектирования, помещения для самостоятельной работы обучающихся	Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования	Стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации.