



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института ИИС  
И.Ю. Мезин  
«25» сентября 2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ***

Направление подготовки (специальность)  
03.03.02 ФИЗИКА

Уровень высшего образования - бакалавриат  
Программа подготовки - академический бакалавриат

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	3
Семестр	5

Магнитогорск  
2017 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика утвержденного приказом МОиН РФ от 07.08.2014, №937.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики и информатики «07» сентября 2017 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой  / С.И. Кадченко /

Рабочая программа одобрена методической комиссией Института естествознания и стандартизации «25» сентября 2017 г., протокол № 1.

Председатель  / И.Ю. Мезин /

Рабочая программа составлена: доцент кафедры прикладной математики и информатики, канд. пед. наук.

 / С.В. Акманова /

Согласовано:  
Зав. кафедрой прикладной и теоретической физики

 / А. Н. Бехтерев /

Рецензент: доцент кафедры Уравнений математической физики ЮУрГУ, канд. физ.-мат. наук, доцент

 / Г.А. Закирова /



### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины "Векторный и тензорный анализ" является расширение и углубление знаний по математике, лежащих в основе теоретического обоснования многих физических явлений и решения ряда прикладных задач, способствующих формированию общепрофессиональных и профессиональных компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности.

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Векторный и тензорный анализ входит в вариативную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математический анализ

Аналитическая геометрия

Линейная алгебра

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Теоретическая физика

Методы математической физики

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Векторный и тензорный анализ» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Индикатор достижения компетенции
ОПК-2 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	
знать	основные теоретические положения, формулировки и доказательства ряда теорем, методы и приемы решения основных задач дисциплины, этапы математического моделирования при решении задач
уметь	интерпретировать понятия и утверждения, применять к решению задач изученную теорию; базовые знания естественных наук, математики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с физикой; осуществлять этапы математического моделирования, решать задачи разными методами математического моделирования
владеть	методами математического моделирования, достаточно грамотно интерпретирует результаты моделирования
ПК-4 способностью применять на практике профессиональные знания и умения, полученные при освоении профильных физических дисциплин	
знать	знать теоретические основы и закономерности векторного и тензорного анализа, принципы соотношения методологии и методов естественно-научного познания

уметь	Использовать математическую технологию для обработки статистической информации и математические методы для решения практических задач
владеть	методологией, методикой и техникой проведения статистических и прикладных исследований

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц 72 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 37 акад. часов;
- аудиторная – 36 акад. часов;
- внеаудиторная – 1 акад. часов
- самостоятельная работа – 35 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
Раздел 1. Элементы векторной алгебры								
1.1 Векторное пространство, его размерность и базис. Скалярное произведение векторов. Правило Эйнштейна	5	1		1/ИИ	2	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Письменный опрос, обсуждение	ОПК-2, ПК-4
1.2 Скалярное, векторное и смешанное произведение геометрических векторов.		1		2	2	Работа с электронными тестовыми средствами	Проверка интернет-теста, выполненного в домашних условиях	ПК-4, ОПК-2
1.3 Преобразование координат векторов при повороте и инверсии декартовой системы координат		2		2/ИИ	2	Поиск дополнительной информации по заданной теме	Проверка индивидуальных заданий	ОПК-2, ПК-4
Итого по разделу		4		5/2И	6			
Раздел 2. Тензор. Элементы тензорной алгебры								
2.1 Понятие тензора. Основные операции над тензорными величинами	5	2		2/ИИ	4	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Письменный опрос, обсуждение	ОПК-2, ПК-4
2.2 Симметрия тензоров. Изотропные тензоры		2		1	4	Выполнение тренировочных комплексов	Обсуждение, письменный опрос	ОПК-2, ПК-4
2.3 Приведение симметричного тензора второго ранга к диагональному виду. Инварианты тензоров второго ранга		2		2/ИИ	4	Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка конспектов	ПК-4, ОПК-2
Итого по разделу		6		5/2И	12			

Раздел 3. Приложения теории тензоров. Тензорные поля								
3.1 Ковариантность физических законов в тензорной форме. Тензор инерции	5	2		2	4	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Письменный опрос, обсуждение	ПК-4, ОПК-2
3.2 Дифференциальные операторы тензорного анализа. Векторные тождества		2		2	4	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Письменный опрос, обсуждение	ПК-4, ОПК-2
3.3 Интегральное представление дифференциальных операторов. Интегральные теоремы векторного анализа		2		2	4	Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка конспектов	ОПК-2, ПК-4
3.4 Криволинейные системы координат. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах		2		2	5	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Контрольная работа	ОПК-2, ПК-4
Итого по разделу		8		8	17			
Итого за семестр		18		18/4И	35		зачёт	
Итого по дисциплине		18		18/4И	35		зачет	ОПК-2,ПК-4

## 5 Образовательные технологии

С целью успешного усвоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» и формирования требуемых компетенций предполагается применение различных образовательных технологий (личностно-ориентированных и развивающих), которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе: дифференцированный подход, проблемное обучение, эвристическое обучение.

Основными формами занятий являются лекции, практические занятия, контрольно-оценочные занятия, консультации. Лекции строятся на основе сочетания информационной и проблемной составляющих, а также элементов беседы и визуализации.

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- обсуждение задач, приводящих к тем или иным математическим понятиям;
- изложение теоретического материала в режиме диалога с целью развития критического мышления студентов и привития им исследовательских умений;
- обсуждение и систематизация теоретических вопросов темы с целью лучшего понимания их взаимосвязи и практического применения.

Практические занятия по данной дисциплине направлены на привитие прочных навыков решения задач по каждой теме и сочетают применение методов обучения в сотрудничестве, дифференцированный подход, методы, привлекающие электронные формы работы со студентами, классические контрольные и тестовые технологии. При этом предполагается проведение некоторых таких занятий в интерактивной форме (деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций).

Выбирая ту или иную технологию работы со студентами, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать :

- а) цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология;
- б) содержание материала, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью;
- в) условия, в которых она будет использоваться;
- г) направленность её на самообразование и медиаобразование студентов.

## 6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

## 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

## 8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### а) Основная литература:

1) Малышев, А. И. Основы векторного и тензорного анализа для физиков: электронное учебно-методическое пособие / А. И. Малышев, Г. М. Максимова. — Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. — 101 с. — Текст: электронный. — URL: <http://window.edu.ru/resource/324/79324/files/VTA4phys.pdf> (дата обращения: 16.10.2019).

2) Келлер И. Э. Тензорное исчисление: Учебное пособие. - СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 176 с.: ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-1352-2 <http://e.lanbook.com/view/book/2660/> (дата обращения: 16.10.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей

3) Шаров, Г.А. Векторное, матричное и тензорное исчисление. Справочник для технических университетов: учебное пособие / Г.А. Шаров. — 2-е изд. — Долгопрудный : Издательский Дом «Интеллект», 2018. — 368 с. - ISBN 978-5-91559-256-7. - Текст : электронный. - URL:



<https://znanium.com/catalog/product/1022060> (дата обращения: 16.10.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей

**б) Дополнительная литература:**

1) Введение в тензорное исчисление [Электронный ресурс] / Матвеев К.А. - Новосибирск Изд-во НГТУ, 2016. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778230927.html> (дата обращения: 16.10.2019).

2) Практикум по линейной и тензорной алгебре [Электронный ресурс]: учебное пособие / Казакова О.Н., Фомина Т.А., Харитоновна С.В., Рустанов А.Р. - Оренбург: ОГУ, 2017. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785741018279.htm> (дата обращения: 16.10.2019).

**в) Методические указания:**

Игнаточкина, Л.А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств : учебное пособие / Л.А. Игнаточкина. — Москва : МПГУ, 2014. — 64 с. — ISBN 978-5-4263-0159-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70039> (дата обращения: 16.10.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp">http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp</a>
Международная наукометрическая реферативная и полнотекстовая база данных научных изданий «Web of science»	<a href="http://webofscience.com">http://webofscience.com</a>
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных научных изданий «Scopus»	<a href="http://scopus.com">http://scopus.com</a>
Архив научных журналов «Национальный электронно-информационный конкорциум» (НП НЭИКОН)	<a href="https://archive.neicon.ru/xmlui/">https://archive.neicon.ru/xmlui/</a>

## 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- 1) Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа. Оснащение: мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации;
- 2) Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Оснащение: доска, мультимедийный проектор, экран. Комплекс тестовых заданий для проведения промежуточных и рубежных контролей;
- 3) Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение: шкафы для хранения учебно-методической документации, учебно-наглядных пособий и учебного оборудования;
- 4) Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение: персональные компьютеры с пакетом MS Office и выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

## Приложение 1

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Векторный и тензорный анализ» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

#### Примерные аудиторские контрольные работы (АКР):

##### АКР №1 «Элементы векторной алгебры»

1. Выяснить, является ли данная система векторов линейно независимой

$$\vec{a}_1(4; -5; 2; 6), \vec{a}_2(2; -2; 1; 3), \vec{a}_3(6; -3; 3; 9); \vec{a}_4(1; 4; 2; 5)?$$

2. Даны векторы  $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ . Найти длины проекций этих векторов друг на друга.

3. Дана пирамида ABCD, где A(-2,3,1), B(-2,-3,-1), C(1,1,0), D(1,5,4). Найти: а) длины рёбер AD и BC; б) угол между ребрами AB и CD; в) площадь грани BCD; г) объём пирамиды ABCD.

$$\vec{a} = \{5, 8, 11\}, \vec{b} = \{3, 5, 7\}, \vec{c} = \{1, t, 3\}$$

4. При каком значении t векторы компланарны? Найти двойное векторное произведение этих векторов при найденном t.

5. В исходной декартовой системе координат известны компоненты вектора  $\vec{a}$ . Найти его компоненты в системе координат, повернутой относительно исходной на  $135^\circ$  вокруг оси Oу, при этом  $\vec{a}(0; 4; -4\sqrt{2})$ .

##### АКР №2 «Тензор. Элементы тензорной алгебры»

1. В некоторой декартовой системе координат известно соотношение . Известно, что  $A_i$  и  $B_{jk}$  составляют

**М**

компоненты тензоров 1-го и 2-го рангов соответственно. Доказать, что – тензор 3-его ранга.

2. В системе координат, полученной из исходной декартовой системы путём её поворота на  $60^\circ$  вокруг оси Oх, известны компоненты тензора  $A'_{ij}$ . Найти его компоненты в исходной системе координат, если

$$A'_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Из тензора второго ранга

и векторов  $\vec{A} = \{1, 1, 1\}$  и

$\vec{B} = \{0, 2, 1\}$  построить величины: а)  $(T_{ij} - \frac{1}{4}\delta_{ij}T_{ll})A_iB_j$ ; б)  $T_{ij}\delta_{ij}A_n$ ; в)  $\varepsilon_{ijk}B_i$ .

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Дан тензор

. Найти его симметричную и

антисимметричную составляющие, а также вектор, дуальный тензору  $A_{ij}$ .

5. Найти собственные значения и собственные векторы тензора. Проверить свойство ортогональности собственных векторов. Привести тензор к диагональному виду:

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Записать уравнения соответствующей ему тензорной поверхности, как в исходной системе координат, так и в системе главных осей тензора. Найти три инварианта данного тензора.

#### АКР №3 «Приложения теории тензоров»

1. Материал, характеризуемый тензором диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

помещён в однородное поле с напряжённостью  $\vec{E}$ . Найти:

а) тензор диэлектрической восприимчивости  $\alpha_{ij}$  диэлектрика;

б) векторы поляризации диэлектрика  $\vec{P}$  и электрической индукции  $\vec{D}$ , а также углы, которые они образуют с вектором  $\vec{E}$ , если  $\vec{E} = \{2; 1; -2\}$ .

2.

Монокристалл, характеризуемый тензором проводимости

$$\sigma_{jk} = \sigma_0 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

помещён в однородное электрическое поле  $\vec{E}$ . Найти направление вектора

плотности электрического тока  $\vec{j}$ , угол, образуемый им с направлением

поля, а также количество джоулева тепла  $q = (\vec{j} \cdot \vec{E})$ , выделяющегося при

его прохождении. Рассмотреть два случая:

а).  $\vec{E} = E_0 \{1, 2, -1\}$ ;

б).  $\vec{E} = E_0 \{1, 1, 0\}$ .

#### АКР №4 «Тензорные поля»

1.

Найти напряжённость электрического поля  $\vec{E}$ , если распределение ска-

лярного потенциала  $\varphi$  в пространстве имеет вид:

а).  $\varphi = -\frac{q}{x}$ ;

б).  $\varphi = Ae^{-\alpha x}$ ;

в).  $\varphi = -Az^2$ ;

г).  $\varphi = \alpha \ln kr$ ;

д).  $\varphi = \frac{q}{a} e^{-\frac{r}{a}}$  (потенциал Юкавы).

2. Вычислить: а)  $\text{div } \varphi(r) \vec{r}$ ; б)  $\text{rot}(\vec{A}(r)/r^n)$ .

3. Интеграл по объёму  $\int_V (\text{grad } \varphi, \text{rot } \vec{A}) dV$  преобразовать в интеграл по поверхности.
4. Найти значения интегралов, не прибегая к их прямому вычислению:
- а).  $\bar{n}_i = \frac{1}{4\pi} \int n_i d\Omega$ , б).  $\overline{n_i n_j} = \frac{1}{4\pi} \int n_i n_j d\Omega$
5. Найти функцию  $\rho$ , удовлетворяющую уравнению  $\Delta\varphi = 4\pi\rho$ , если
- а).  $\varphi = -Bz^2$ ; б).  $\varphi = -Be^{-\alpha z}$ .

**Примеры классических задач дисциплины и задач профессиональной сферы:**

1.  
В некоторой системе координат  $K$  известны компоненты вектора  $\vec{a} = \{1, -1, 1\}$ . В системе  $K'$ , получающейся из  $K$  поворотом на угол  $30^\circ$  вокруг оси  $x$ , известны компоненты вектора  $\vec{c}' = \{-1, 2, 2\}$ . Найти скалярное произведение этих векторов.
2.  
В некоторой декартовой системе координат имеет место соотношение  $T_{nkm} = A_{mi} R_{ink}$ . Доказать, что
- а).  $A_{mi}$  – тензор II-го ранга, если  $T_{nkm}$  и  $R_{ink}$  – тензоры III-го ранга;
- б).  $R_{ink}$  – тензор III-го ранга, если  $T_{nkm}$  и  $A_{mi}$  – тензоры III-го и II-го рангов соответственно.
3. В некоторой системе координат известны компоненты двух векторов –  $\vec{A} = \{1, 2, -1\}$  и  $\vec{B} = \{2, 3, -4\}$ . Найти матрицу тензора  $T_{ij} = A_i B_j - \varepsilon_{ijk} A_k$  и вычислить его след. 4.
- Для двумерного газа невзаимодействующих электронов с плотностью  $n$ , находящегося в перпендикулярном постоянном и однородном магнитном поле  $\vec{H}$ , вычислить компоненты тензора проводимости  $\sigma_{ij}$ , связывающего усреднённую по большому промежутку времени плотность тока с напряжённостью электрического поля. Считать, что на электрон действует сила вязкого трения  $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$ .

**Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания:**

1. Найти потенциал точечного заряда в однородной анизотропной среде, характеризуемой тензором диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ij}$ .
2. Найти напряжённость электрического поля  $\vec{E}$ , если распределение скалярного потенциала  $\varphi$  в пространстве имеет вид:
- а).  $\varphi = -\frac{q}{x}$ ; б).  $\varphi = Ae^{-\alpha x}$ ; в).  $\varphi = -Az^2$ .
3. Найти поток радиус-вектора через замкнутую поверхность конуса с радиусом основания  $a$  и высотой  $h$ .

4. Найти плотность распределения заряда  $\rho$  при известном распределении электрического поля:

$$\vec{E} = \begin{cases} a\vec{r}, & \text{при } 0 \leq r \leq R, \\ \frac{aR^3}{r^3}\vec{r}, & \text{при } r \geq R. \end{cases}$$

**Вопросы для проработки:**

1. Векторное пространство. Базис и размерность векторного пространства
2. Скалярное произведение векторов произвольного векторного пространства
3. Символ Кронекера. Правило Эйнштейна.
4. Скалярное произведение геометрических векторов
5. Векторное и двойное векторное произведение геометрических векторов
6. Смешанное произведение геометрических векторов
7. Преобразование компонент вектора при повороте декартовой системы координат
8. Преобразование компонент вектора при инверсии декартовой системы координат
9. Понятие тензора. Законы прямого и обратного преобразования тензоров
10. Сложение и умножение тензорных величин
11. Свёртка тензоров. Теорема деления
12. Симметрия тензоров
13. Изотропные тензоры
14. Приведение симметричного тензора второго ранга к диагональному виду
15. Инварианты тензоров второго ранга
16. Тензорная форма физических законов
17. Тензор инерции
18. Тензорное поле. Градиент скалярной функции
19. Дивергенция и ротор векторного поля. Теорема Гельмгольца
20. Циркуляция вектора по замкнутому контуру.
21. Поток векторного поля через поверхность
22. Интегральные теоремы векторного анализа
23. Криволинейные системы координат
24. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-2 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</b>		
Знать	Основные теоретические положения, формулировки и доказательства ряда теорем, методы и приемы решения основных задач дисциплины, этапы математического моделирования при решении задач	<p><i>Перечень теоретических вопросов к зачету</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Индексные обозначения.</li> <li>2 Инварианты, контравариантные и ковариантные векторы.</li> <li>3 Понятие тензора произвольного порядка.</li> <li>4 Сложение, умножение, свертывание тензоров.</li> <li>5 Тензор деформаций и тензор напряжений</li> <li>6 Вектор-функция скалярного и векторного аргумента: определение, предел, непрерывность.</li> <li>7 Дифференцирование вектор-функции.</li> <li>8 Высшие производные.</li> <li>9 Интеграл от вектор-функции по скалярному аргументу.</li> <li>10 Векторное уравнение кривой. Натуральный параметр</li> <li>11 Соприкасающаяся плоскость.</li> <li>12 Вычисление кривизны и кручения кривой</li> <li>13 Естественный трехгранник кривой</li> <li>14 Скалярные поля. Поверхности (линии) уровня. Производная по направлению и градиент</li> <li>15 Векторные поля. Векторные линии. Поток вектора через поверхность</li> <li>16 Дивергенция векторного поля</li> <li>17 Формула Гаусса-Остроградского.</li> <li>18 Формула Грина.</li> <li>19 Циркуляция векторного поля</li> <li>20 Вихревые поля и ротор вектора</li> <li>21 Формула Стокса</li> <li>22 Потенциальные поля</li> <li>23 Соленоидальные поля</li> <li>24 Оператор набла. Оператор Лапласа</li> </ol>
Уметь	Интерпретировать понятия и утверждения, применять к решению задач изученную теорию; базовые знания естественных наук, математики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с физикой; осуществлять этапы	<p><i>Примеры типовых задач</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти площадь треугольника, построенного на векторах <math>\vec{a} - 2\vec{b}</math> и <math>3\vec{a} + 2\vec{b}</math>, <math> \vec{a}  = 3</math>, <math> \vec{b}  = 1</math>, <math>\vec{a} \wedge \vec{b} = 60^\circ</math>.</li> <li>2. Вектор <math>\vec{m}</math>, перпендикулярный к оси <math>Oz</math> и вектору <math>\vec{a} = (8; -15; 3)</math>, образует острый угол с осью <math>Ox</math>.</li> </ol>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	математического моделирования, решать задачи разными методами математического моделирования	<p>Зная, что <math> \vec{m}  = 51</math>, найти его координаты.</p> <p>3. Найти <math>np_c(\vec{a} + \vec{b})</math>, <math>\vec{a} = (3; -6; -1)</math>, <math>\vec{b} = (1; 4; -5)</math>, <math>\vec{c} = (3; -4; 12)</math>.</p> <p>4. Дана векторная функция скалярного аргумента <math>\vec{r}(x(t), y(t), z(t))</math>, точка М, направление <math>\vec{l}</math>:  <math>u = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}</math>; <math>M(1; 1; 1)</math>; <math>\vec{l} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}</math>  Найти:  1) производную векторной функции в точке М;  2) годограф векторной функции;  3) производную векторной функции, параллельную вектору <math>\vec{l}</math>.</p> <p>5. Дано: скалярное поле <math>U(x, y, z)</math>, точка М, направление <math>\vec{l}</math>:  <math>u = \ln(3x^2 + 4y^2) + 5xz</math>; <math>M(1; 1; 1)</math>; <math>\vec{l} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}</math>  Найти:  1) производную скалярного поля <math>U(x, y, z)</math> в точке М в направлении <math>\vec{l}</math>;  2) градиент поля <math>U(x, y, z)</math> в точке М.</p> <p>5. Найти центр масс однородного тела (<math>\gamma = 1</math>), ограниченного поверхностями <math>y^2 + z^2 \leq x \leq 2</math>.</p>
Владеть	Методами математического моделирования, достаточно грамотно интерпретирует результаты моделирования	<p><i>Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания</i></p> <p>1. Для двух данных тензоров и данных векторов найти а) сумму тензоров, б) произведение тензора на вектор справа и слева, в) скалярное произведение тензора на тензор справа и слева, г) тензоры, обратные к данным, д) продифференцировать данные тензоры и разложить полученные тензоры на симметричную и антисимметричную части.</p>
<b>ПК-4: способностью применять на практике профессиональные знания и умения, полученные при освоении профильных физических дисциплин</b>		

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
Знать	Знать теоретические основы и закономерности векторного и тензорного анализа, принципы соотношения методологии и методов естественно-научного познания	<p><i>Теоретические вопросы</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие геометрического вектора, равные векторы, действия над геометрическими векторами. Коллинеарность, компланарность векторов. Необходимые и достаточные условия компланарности трех векторов и коллинеарности двух векторов (возможность представления одного в виде ЛК других).</li> <li>2. Базис на плоскости и в пространстве, аффинный и декартов базис. Разложение вектора по базису, теорема о возможности разложения и его единственности, координаты вектора в базисе.</li> <li>3. Определение направляющих косинусов. Связь между ортом и направляющими косинусами. Основное свойство направляющих косинусов.</li> <li>4. Проекция вектора на ось, вычисление, связь между декартовыми координатами и проекциями вектора на координатные оси, проекция и скалярное произведение.</li> <li>5. Естественный трехгранник кривой</li> </ol>
Уметь	Использовать математическую технологию для обработки статистической информации и математические методы для решения практических задач	<p><i>Уметь решать практические задачи следующего содержания:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Действия над векторами, заданными координатами. Необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов (пропорциональность координат), компланарности трех векторов (равенство нулю определителя).</li> <li>2. Скалярное произведение двух векторов: определение, геометрические приложения, физический смысл, вычисление в ДСК.</li> <li>3. Векторное произведение двух векторов: определение, геометрические приложения, свойства, вычисление в ДСК.</li> <li>4. Смешанное произведение трех векторов: определение, геометрические приложения, свойства, вычисление в ДСК.</li> <li>5. Определение орта вектора, нахождение орта для заданного вектора и вектора по его орту</li> <li>6. Определения уравнений линии на плоскости и поверхности в пространстве, примеры. Линия и поверхность по отношению к уравнению, вырожденные случаи. Уравнение линии в пространстве. Геометрический смысл уравнений первого порядка относительно <math>x, y</math> на плоскости и <math>x, y, z</math> в пространстве.</li> <li>7. Вектор-функция скалярного и векторного аргумента: определение, предел, непрерывность.</li> <li>8. Дифференцирование вектор-функции</li> <li>9. Высшие производные</li> <li>10. Интеграл от вектор-функции по скалярному аргументу</li> <li>11. Понятие поля, поверхности уровня, линии уровня</li> <li>12. Производная по направлению, градиент. Геометрический и физический смыслы градиента. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</li> <li>13. Векторное уравнение кривой. Натуральный параметр</li> </ol>



Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		14. Соприкасающаяся плоскость. 15. Вычисление кривизны и кручения кривой
Владеть	Методологией, методикой и техникой проведения статистических и прикладных исследований	<i>Владеть методами вычисления следующих характеристик:</i> 1. Криволинейный интеграл первого рода: определение, геометрический смысл, физический смысл, свойства, вычисление. В т.ч. Понятие длины дуги кривой, вычисление. 2. Поверхностный интеграл первого рода: определение, физический смысл, свойства, вычисление. 3. Вычисление площадей поверхностей. 4. Приложения интегралов по фигуре в механике: координаты центра тяжести, применение таблицы формул для приложений.

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Студенты сдают по дисциплине в 5-м семестре зачёт.

Критерием успешного освоения программы дисциплины являются:

- умение интерпретировать понятия и утверждения, применять к решению задач изученную теорию;
- усвоение методов и приемов решения основных задач дисциплины; приобретение навыков работы с наиболее часто встречающимися объектами векторного и тензорного анализа.
- знание основных теоретических положений, формулировок и доказательств ряда теорем.

**Показатели и критерии оценивания зачета** (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения):

- на оценку «зачтено» – студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;
- на оценку «не зачтено» – студент не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.