

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки  
03.03.02 Физика

Уровень высшего образования – бакалавриат

Программа подготовки – академический бакалавриат

Форма обучения  
Очная

Институт

*Естествознания и стандартизации*

Кафедра

*Прикладной и теоретической физики*

Курс

3


Семестр

6

Магнитогорск  
2017 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом МОиН РФ от 07.08.2014 № 937.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной и теоретической физики 18 сентября 2017 г., протокол № 1.

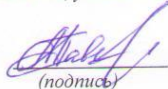
Зав. кафедрой  / А.Н. Бехтерев /  
(подпись) (И.О. Фамилия)

Рабочая программа одобрена методической комиссией института естествознания и стандартизации 25 сентября 2017 г., протокол № 1.

Председатель  / И.Ю. Мезин /  
(подпись) (И.О. Фамилия)

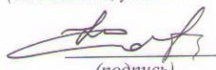
Рабочая программа составлена:

Доцент, канд. физ.-мат. наук, доцент  
(должность, ученая степень, ученое звание)

 / А.П. Давыдов /  
(подпись) (И.О. Фамилия)

Рецензент:

Зав. кафедрой, канд. физ.-мат. наук, доцент  
(должность, ученая степень, ученое звание)

 / Ю.И. Савченко /  
(подпись) (И.О. Фамилия)



### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Целями освоения дисциплины «Методы математической физики», в соответствии с требованиями «Федерального государственного образовательного стандарта ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика (уровень бакалавриата)», утвержденного 07.08.2014 г. (приказ № 937), являются:

1) приобретение студентами знаний основных определений, свойств, классификации и методов решений уравнений математической физики;

2) подготовка студентов к использованию знаний, умений и навыков в практической деятельности и систематическому повышению своего профессионального уровня.

3) овладение необходимым и достаточным уровнем общекультурных и профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 «Физика».

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Методы математической физики входит в вариативную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математический анализ

Аналитическая геометрия

Линейная алгебра

Дифференциальные уравнения

Векторный и тензорный анализ

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Уравнения сплошной среды

Теоретическая физика

Исследование структуры и свойств углеродных наноструктур

Поверхностные свойства конденсированных систем

Взаимодействие электромагнитных волн в магнитоупорядоченных и неоднородных средах

Теплофизические задачи сплошной среды

Симметрия и физические свойства кристаллов и нанокристаллических структур

Основы физики кристаллических структур

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Методы математической физики» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
	ОПК-3 способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач

Знать	<ul style="list-style-type: none"><li>- основные уравнения математической физики;</li><li>- постановки краевых задач математической физики;</li><li>- основные методы решения задач математической физики;</li><li>- понятия аппроксимации, устойчивости, сходимости математической модели;</li></ul>
-------	---

Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>- определять тип дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка;</li> <li>- применять метод характеристик для решения простейших гиперболических уравнений;</li> <li>- применять метод Фурье для уравнений Лапласа и Пуассона, волнового уравнения и уравнения теплопроводности;</li> <li>- находить решение внутренней и внешней задач Дирихле и Неймана в круге и полукруге;</li> <li>- формулировать начальные, начально-краевые и краевые задачи для основных уравнений математической физики;</li> <li>- строить математические модели.</li> </ul>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками постановки и моделирования физико-математических задач;</li> <li>- навыками использования метода разделения переменных при решении краевых и начально-краевых задач для уравнений математической физики;</li> <li>- способностью использовать базовые теоретические знания для решения профессиональных задач</li> </ul>
ПК-3 готовностью применять на практике профессиональные знания теории и методов физических исследований	
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>- методы решения уравнений математической физики при проведения численного эксперимента;</li> <li>- реализуемые методы математической физики при планировании эксперимента;</li> </ul>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>- составлять план эксперимента с учетом знаний методов математической физики;</li> <li>- самостоятельно определять задачи исследования;</li> </ul>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками обращения с научной и учебной литературой;</li> <li>- навыками использования ЭВМ при решении уравнений математической физики</li> </ul>

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 51,9 акад. часов;
- аудиторная – 48 акад. часов;
- внеаудиторная – 3,9 акад. часов
- самостоятельная работа – 20,4 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. часа

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Элементы векторного анализа								
1.1 Оператор градиента и связанные с ним операции. Операции второго порядка	6	2		1/И	1,5	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
1.2 Интегральные теоремы векторного анализа. Теоремы Грина, Остроградского-Грина		2		1/И	1	Поиск информации. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
Итого по разделу		4		2/И	2,5			
2. Дельта-функция Дирака. Обобщенные функции								
2.1 Дельта-функции Дирака как функционал. Свойства дельта-функции Дирака	6	3		1,5	2	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3

2.2	Интегральное представление дельта-функции Дирака. Разложение Фурье дельта-образных функций		2		1	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
Итого по разделу			5		2,5	3			
3. Теория скалярного и векторного потенциала									
3.1	Общая система уравнений Максвелла. Потенциалы электромагнитного поля. Уравнения для потенциалов в разных калибровках	6	2		1/И	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
3.2	Общее решение уравнения Пуассона для скалярного и векторного потенциала		1		0,5	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
3.3	Отыскание векторного поля по его дивергенции и ротору. Теорема Гельмгольца		1		0,5	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
3.4	Ньютоновский потенциал. Мультиполи. Потенциалы простого и двойного слоя. Энергия гравитационного поля. Задача Гаусса. Логарифмический потенциал		2		1	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
Итого по разделу			6		3/И	4			
4. Обзор специальных функций									
4.1	Классические ортогональные полиномы. По-линомы Якоби, Лагерра и Эрмита. Разложение функций по полиномам	6	2		1/И	1	Поиск информации. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3



4.2 Задачи на собственные функции и собственные значения, приводящие к классическим ортогональным полиномам		1		1	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
4.3 Полиномы Лежандра. Сферические функции. Связь с квантовой механической задачей движения частицы в сферически-симметричном поле		1		0,5	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
4.4 Уравнение Бесселя и его решения. Основные свойства цилиндрических функций		1		0,5	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
4.5 Уравнения гипергеометрического типа и их решения. Представление различных функций через функции гипергеометрического типа		2		0,5	1	Поиск информации. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
Итого по разделу		7		3,5/1И	5			
5. Общие сведения об уравнениях в частных производных								
5.1 Классификация уравнений второго порядка. Краевые условия и краевые задачи. Задача Коши. Приведение к каноническому виду	6	2		1/1И	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
5.2 Гиперболические уравнения. Методы Даламбера и Фурье для уравнения колебаний для волнового уравнения. Плоские, сферические и цилиндрические волны		2		1/1И	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3

5.3 Параболические уравнения. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши. Метод Фурье для уравнения теплопроводности		2		1	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
5.4 Эллиптические уравнения. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Фундаментальные решения. Решение Дирихле для шара. Функция Грина		2		1	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
Итого по разделу		8		4/2И	4			
6. Интегральные уравнения								
6.1 Основные классы интегральных уравнений. Уравнения Фредгольма и Вольтерры	6	1		0,5	1	Проработка учебников, учебных пособий. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
6.2 Однородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Собственные функции и собственные значения		1		0,5	0,9	Поиск информации. Конспектирование. Подготовка к практическому занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-3, ПК-3
Итого по разделу		2		1	1,9			
Итого за семестр		32		16/6И	20,4		экзамен	
Итого по дисциплине		32		16/6И	20,4		экзамен	ОПК-3, ПК-3

## **5 Образовательные технологии**

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические (семинарские) занятия.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лекционные занятия проводятся с использованием мультимедийных средств. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Практические занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel.

В ходе проведения практических занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

В рамках дисциплины «Методы математической физики» предусматривается 6 часов аудиторных (практических) занятий, проводимых в интерактивной форме.

При проведении практических занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения. (практических занятий)

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

**а) Основная литература:**

1. Деревич И.В. Практикум по уравнениям математической физики [Электронный ресурс]. – СПб.: Лань, 2018. – 428 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/104942/#20> – Загл. с экрана. – ISBN 978-5-8114-2601-0.

2. Ильин А.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 192 с. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2181](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181) – Загл. с экрана. – ISBN 978-5-9221-

**б) Дополнительная литература:**

1. Емельянов В.М., Рыбакина Е.А. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: Учебное пособие [Электронный ресурс]. – СПб.: Лань, 2008. – 224 с. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=140](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=140) – Загл. с экрана. – ISBN 978-5-8114-0863-4.

2. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики. Точные решения : Учебное пособие [Электронный ресурс]. – СПб.: Лань, 2002. – 475 с. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2382](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2382) – Загл. с экрана. – ISBN 978-5-8114-0863-4.

**в) Методические указания:**

1. Давыдов А.П. Курс лекций по квантовой механике. Математический аппарат квантовой механики [Текст] : учеб. пособие / А.П. Давыдов. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2014. – 188 с.

2. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. Методы математической физики. Классификация уравнений и постановка задач. Метод Даламбера. Курс лекций [Текст] : учебное пособие / А.П. Давыдов, Т.П. Злыднева. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. – 103 с.

3. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. Методы математической физики. Классификация уравнений. Гиперболические уравнения. Курс лекций: учеб. пособие / А.П. Давыдов, Т.П. Злыднева. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2017. – 142 с.

4. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. Методы математической физики. Параболические уравнения. Курс лекций. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2019. – 107 с.

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
-----------------	------------	------------------------

MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Windows 7 Professional (для классов)	Д-757-17 от 27.06.2017	27.07.2018
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса-Стандартный	Д-300-18 от 21.03.2018	28.01.2020
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Adobe Reader	свободно распространяемое ПО	бессрочно

#### **Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Международная справочная система «Полпред» polpred.com отрасль «Образование, наука»	URL: <a href="http://education.polpred.com/">http://education.polpred.com/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>

#### **9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа. Оснащение: доска, мультимедийный проектор, экран.

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Оснащение: доска, мультимедийный проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение: персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и доступом в электронную образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение: шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

## Приложение 1

### «Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся»

#### Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

##### АКР №1 «Элементы векторного анализа».

1. Найти напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$ , потенциал  $\varphi$  которого равен:  
1)  $\mathbf{a}(\mathbf{b} \times \mathbf{r})$ , 2)  $(\mathbf{a} \times \mathbf{r})(\mathbf{k} \times \mathbf{r})$ , 3)  $(\mathbf{a}\mathbf{r})\cos\mathbf{k}\mathbf{r}$ , 4)  $\mathbf{b}\mathbf{r}/r^3$ , 5)  $f(r)F(r)$ , 6)  $F(f(\mathbf{a}\mathbf{r}))$ ,  
где  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{k}, \mathbf{d}$  – не зависящие от координат и времени векторы, а  $f$  и  $F$  – произвольные дифференцируемые функции своего аргумента.
2. Можно ли создать в пространстве электростатическое поле с напряженностью  $\mathbf{E}=(\mathbf{a} \times \mathbf{r})$ , где  $\mathbf{a}$  – постоянный вектор?
3. Можно ли подобрать такое распределение заряда снаружи полый области, чтобы внутри нее напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$  имела вид:  
1)  $\mathbf{E}_0$ , 2)  $(\mathbf{b}\mathbf{r})\mathbf{a}$ , 3)  $(\mathbf{a}\mathbf{b})\mathbf{r}$ , 4)  $(\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{r}))$ , 5)  $(\mathbf{a}\mathbf{r})(\mathbf{k} \times \mathbf{r})$ , 6)  $(\mathbf{r} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{r}))$ ,  
7)  $\mathbf{a}(\mathbf{b}\mathbf{r})\cos\mathbf{k}\mathbf{r}$ ? Здесь векторы  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{k}, \mathbf{E}_0$  не зависят от координат.

##### АКР №2 «Дельта-функция Дирака. Обобщенные функции».

1. Доказать следующие свойства дельта-функции Дирака:  
 $x\delta(x) = 0$ , 2)  $\delta(\alpha x) = \frac{\delta(x)}{|\alpha|}$ , 3)  $f(x)\delta(x-a) = \frac{1}{2}[f(a-0) + f(a+0)]\delta(x-a)$ ,  
4)  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(a-x)\delta(x-b)dx = \delta(a-b)$ , 5)  $\delta(x^2 - a^2) = \frac{\delta(x-a) + \delta(x+a)}{2|a|}$ ,  
6)  $\delta[\varphi(x)] = \sum_i \frac{\delta(x-x_i)}{\left| \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)_{x=x_i} \right|}$ ,

где  $x_i$  – простые корни уравнения  $\varphi(x) = 0$ .

2. Доказать интегральное представление дельта-функции Дирака

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} dx.$$

##### АКР №3 «Теория скалярного и векторного потенциала».

1. Найти потенциал шара радиуса  $R$  со следующими плотностями:  
 $\rho(r) = \rho_0$ , 2)  $\rho(r) = r$ , 3)  $\rho(r) = r^2$ , 4)  $\rho(r) = \sqrt{r}$ , 5)  $\rho(r) = e^{-r}$ .

2. Убедиться что выражение

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV'$$

удовлетворяет уравнения Максвелла для электростатического поля.

3. Шар радиуса  $R$  заряжен с объемной плотностью  $\rho = \rho_0 \cos \theta$ , где  $\theta$  – полярный угол сферической системы координат. Используя разложение функции  $\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$  по сферическим функциям, найти потенциал  $\varphi$  электрического поля внутри и снаружи шара.

**АКР №4 «Обзор специальных функций».**

1. Доказать функциональные соотношения для гамма-функции:

1)  $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ , 2)  $\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}$ , 3)  $2^{2z-1}\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \pi\Gamma(2z)$ .

2. Используя формулу Родрига для полиномов Лежандра и их интегральное представление, проверить, что эти полиномы удовлетворяют дифференциальному уравнению

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0, \quad y = P_n(x).$$

3. Проверить непосредственным вычислением свойство ортогональности сферических функций

$$\int Y_{l'm'}^*(\theta, \varphi) Y_{lm}(\theta, \varphi) d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'},$$

для случая  $l = 0, 1, 2$ ,  $l' = 0, 1$ .

4. Используя интегральные представления Зоммерфельда, убедиться, что цилиндрические функции удовлетворяют уравнению Бесселя

$$z^2 u'' + zu' + (z^2 - \nu^2)u = 0.$$

**АКР №5 «Общие сведения об уравнениях в частных производных».**

1. Привести к каноническому виду, указав тип, следующие уравнения:

1)  $u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{xz} + 2u_{yy} + 2u_{zz} + zu_x = 0$ ,

2)  $u_{xx} + 2u_{xy} - 4u_{xz} - 6u_{yz} - u_{zz} + 3xzu_y = 0$ ,

3)  $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 2u_{yz} + 2u_{yt} + 2u_{zz} + 3u_{tt} = 0$ ,

4)  $u_{xy} - u_{xt} + u_{zz} - 2u_{zt} + 2u_{tt} - tu_x + 2yzu_t = 0$ .

2. Решить следующие задачи Коши для одномерного уравнения колебаний, используя формулу Даламбера:

1)  $u_{tt} - u_{xx} = 0$ ,  $u(x, t=0) = 0$ ,  $u_t(x, t=0) = A \sin x$ ;

2)  $u_{tt} - u_{xx} - 6 = 0$ ,  $u(x, t=0) = x^2$ ,  $u_t(x, t=0) = 4x$ ;

$$3) u_{tt} - 4u_{xx} - xt = 0, \quad u(x, t = 0) = x^2, \quad u_t(x, t = 0) = x;$$

$$4) u_{tt} - u_{xx} - \sin x = 0, \quad u(x, t = 0) = \sin x, \quad u_t(x, t = 0) = 0.$$

3. Решить задачу Коши о колебании струны  $0 < x < l$  с закрепленными концами, если начальные скорости точек равны нулю, а начальные отклонения имеют форму:

$$1) \text{ синусоиды } u_0 = A \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (n - \text{целое});$$

2) параболы, осью симметрии которой служит прямая  $x = l/2$ , а вершиной – точка  $M(l/2, h)$ ;

3) ломаной  $OAB$ , где  $O(0,0)$ ,  $A(c, h)$ ,  $B(l,0)$ ,  $0 < c < l$ , рассмотреть случай  $c = l/2$ .

4. Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности:

$$1) u_t = u_{xx}, \quad u_x(0, t) = 0, \quad u_x(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = x^2 - 1;$$

$$2) u_t + u = u_{xx}, \quad u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = 1;$$

$$3) u_t = u_{xx} - 4u, \quad u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = x^2 - \pi x;$$

$$4) u_t = u_{xx}, \quad u_x(0, t) = 1, \quad u(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0.$$

5. Доказать фундаментальные решения для уравнения Лапласа (в  $R^2$  и  $R^3$ , соответственно):

$$а) u(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \ln r; \quad б) u(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi r}.$$

6. Найти функцию, гармоническую внутри круга единичного радиуса и такую, что  $u(r=1) = f(\varphi)$ , где

$$1) f(\varphi) = \cos^2 \varphi, \quad 2) f(\varphi) = \sin^3 \varphi, \quad 3) f(\varphi) = \cos^4 \varphi, \quad 4) f(\varphi) = \sin^6 \varphi + \cos^6 \varphi.$$

7. Доказать фундаментальные решения

$$Fu(\mathbf{r}) = -\frac{e^{\pm ikr}}{4\pi r}$$

для уравнения Гельмгольца  $(\Delta + k^2)u = 0$  в  $R^3$ .

8. Доказать фундаментальное решение  $u(\mathbf{r}) = -\frac{e^{-kr}}{4\pi r}$  для уравнения  $(\Delta - k^2)u = 0$

9. Найти потенциал шара радиуса  $R$  со следующими плотностями:

$$10. \rho(r) = \rho_0, \quad 2) \rho(r) = r, \quad 3) \rho(r) = r^2, \quad 4) \rho(r) = \sqrt{r}, \quad 5) \rho(r) = e^{-r}.$$

#### 6. АКР №6 «Интегральные уравнения».

1. Получить интегральное уравнение Вольтерра для случаев:

$$1) y''(x) - y(x) = 0 \text{ с граничными условиями } y(0) = 0, \quad y'(0) = 1,$$

$$2) y''(x) - y(x) = 0 \text{ с граничными условиями } y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

2. Получить интегральное уравнение Фредгольма для случая:

$$1) y''(x) - y(x) = 0 \text{ с граничными условиями } y(1) = 1, \quad y(-1) = 1.$$



Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде изучения литературы по соответствующему разделу с проработкой материала и выполнения домашних заданий.

**Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):**

**ИДЗ №1 «Элементы векторного анализа».**

1. Доказать следующие соотношения:

1)  $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0$ , 2)  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}$ , 3)  $\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{A} = 0$ , 4)  $\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \Delta \varphi$ .

2. Доказать следующие соотношения:

1)  $\operatorname{grad}(\varphi \Phi) = \varphi \operatorname{grad}(\Phi) + \Phi \operatorname{grad}(\varphi)$ ,

2)  $\operatorname{grad}(\mathbf{A} \mathbf{B}) = (\mathbf{A} \operatorname{grad}) \mathbf{B} + (\mathbf{B} \operatorname{grad}) \mathbf{A} + \mathbf{A} \times \operatorname{rot} \mathbf{B} + \mathbf{B} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}$ ,

3)  $\operatorname{div}(\varphi \mathbf{A}) = \varphi \operatorname{div} \mathbf{A} + \mathbf{A} \operatorname{grad} \varphi$ ,

4)  $\operatorname{div}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \operatorname{rot} \mathbf{A} - \mathbf{A} \operatorname{rot} \mathbf{B}$ ,

5)  $\operatorname{rot}(\varphi \mathbf{A}) = \varphi \operatorname{rot} \mathbf{A} + \operatorname{grad} \varphi \times \mathbf{A}$ ,

6)  $\operatorname{rot}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \operatorname{grad}) \mathbf{A} - (\mathbf{A} \operatorname{grad}) \mathbf{B} - \mathbf{B} \times \operatorname{div} \mathbf{A} + \mathbf{A} \times \operatorname{div} \mathbf{B}$ .

**ИДЗ №2 «Дельта-функция Дирака. Обобщенные функции».**

1. Доказать следующее интегральное представление дельта-функции Дирака:

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} dk = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} dk$$

2. Доказать, что дельта-образные функции

1)  $\delta_1(t, \alpha) = \frac{\sin(\alpha t)}{\pi t}$ , 2)  $\delta_2(t, \alpha) = \frac{\sin^2(\alpha t)}{\pi t^2 \alpha}$ , 3)  $\delta_3(t, \alpha) = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 t^2 + 1}$ ,

4)  $\delta_4(t, \alpha) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \exp(-\alpha^2 t^2)$

обладают свойствами дельта-функции Дирака при  $\alpha \rightarrow \infty$ .

**ИДЗ №3 «Теория скалярного и векторного потенциала».**

1. Убедиться что выражение

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV'$$

удовлетворяет уравнения Максвелла в случае магнитостатики.

2. Непосредственным вычислением убедиться в том, что в случае постоянного однородного магнитного поля с напряженностью  $\mathbf{H}$  векторный потенциал  $\mathbf{A}$ ,

удовлетворяющий условию Лоренца, можно записать в виде  $\mathbf{A} = \frac{1}{2}(\mathbf{H} \times \mathbf{r})$ , где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор произвольной точки наблюдения.

- Используя разложение функции  $\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$  по сферическим функциям, найти потенциал  $\varphi$  электрического поля внутри сферы радиуса  $R$ , одна половина которой равномерно заряжена с объемной плотностью  $\rho$ .
- Однородный двойной электрический слой имеет форму диска радиуса  $R$ , расположенного в плоскости  $XU$ . Центр диска совпадает с началом координат, а плотность дипольного момента  $\boldsymbol{\tau}$  параллельна оси  $Z$ . Найти потенциал  $\varphi$  и напряженность  $\mathbf{E}$  электрического поля на оси  $Z$ .

**ИДЗ №4 «Обзор специальных функций».**

- Вычислить частные значения гамма-функции:

$$1) \Gamma(n+1) = n!, \quad 2) \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \quad 3) \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \frac{(2n)!}{n!}.$$

- Используя формулы Родрига для классических ортогональных полиномов, доказать рекуррентные соотношения для полиномов Якоби, Лагерра и Эрмита.
- Используя интегральные представления вырожденных гипергеометрических функций  $F(\alpha, \gamma, z)$ ,  $G(\alpha, \gamma, z)$ , убедиться, что они удовлетворяют уравнению

$$zu'' + (\gamma - z)u' - \alpha u = 0.$$

**ИДЗ №5 «Общие сведения об уравнениях в частных производных».**

- Привести к каноническому виду, указав тип, следующие уравнения:

$$1) u_{xy} + u_{xz} + u_{xt} + u_{zt} + u_x + u_y = 0,$$

$$2) u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{xz} - 4u_{yz} + 2u_{yt} + u_{zz} = 0,$$

$$3) u_{xx} + 2u_{xz} - 2u_{xt} + 4u_{yy} + 2u_{yz} + 2u_{yt} + 2u_{zz} + 2u_{tt} = 0,$$

$$4) u_{x_1 x_1} + 2 \sum_{k=2}^n u_{x_k x_k} - 2 \sum_{k=1}^{n-1} u_{x_k x_{k+1}} = 0,$$

$$5) u_{xy} + u_{xz} - u_{xt} - u_{yz} + u_{ty} + u_{tz} = 0,$$

$$6) u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} + u_x + u_y + u_z = 0,$$

$$7) u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{xz} + 4u_{yy} + u_{zz} + 2 \cos(x)u_y = 0,$$

$$8) u_{xx} + u_{tt} + u_{yy} + u_{zz} - 2u_{tx} + u_{xz} + u_{ty} - 2u_{yz} = 0,$$

$$9) 4u_{xx} + 2u_{yy} - 6u_{zz} + 6u_{xy} + 10u_{xz} + 4u_{yz} + 2u = 0,$$

$$10) 2u_{xy} - 2u_{xz} + 2u_{yz} + 3u_x - u = 0,$$

$$11) 5u_{xx} + u_{yy} + 5u_{zz} + 4u_{xy} - 8u_{xz} - 4u_{yz} - u + yz^2 \sin(x) = 0,$$

$$12) \quad u_{xy} + u_{yz} + 4u_{xz} - 3x^2 u_y + y \sin(x)u + e^{-y} = 0.$$

2. Решить следующие задачи Коши для одномерного уравнения колебаний, используя формулу Даламбера:

$$1) \quad u_{tt} - u_{xx} - e^x = 0, \quad u(x, t=0) = \sin x, \quad u_t(x, t=0) = x + \cos x;$$

$$2) \quad u_{tt} - 9u_{xx} - \sin x = 0, \quad u(x, t=0) = 1, \quad u_t(x, t=0) = 1;$$

$$3) \quad u_{tt} - a^2 u_{xx} - \sin \omega x = 0, \quad u(x, t=0) = 0, \quad u_t(x, t=0) = 0;$$

$$4) \quad u_{tt} - a^2 u_{xx} - \sin \omega t = 0, \quad u(x, t=0) = 0, \quad u_t(x, t=0) = 0.$$

3. Решить следующие задачи Коши для двумерного уравнения колебаний, используя формулу Пуассона:

$$1) \quad u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} = 2, \quad u(x, y, t=0) = x, \quad u_t(x, y, t=0) = y;$$

$$2) \quad u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} = 6xyt, \quad u(x, y, t=0) = x^2 - y^2, \quad u_t(x, y, t=0) = xy;$$

$$3) \quad u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} = t \sin y, \quad u(x, y, t=0) = x^2, \quad u_t(x, y, t=0) = \sin y;$$

$$4) \quad u_{tt} - 2u_{xx} = 2u_{yy}, \quad u(x, y, t=0) = 2x^2 - y^2, \quad u_t(x, y, t=0) = 2x^2 - y^2.$$

4. Решить задачу о колебании струны  $0 < x < l$  с закрепленными концами, если в начальном положении струна находится в покое ( $u_0 = 0$ ), а начальная скорость задается формулой:

$$1) \quad u_1(x) = v_0 = \text{const}, \quad x \in [0, l];$$

$$2) \quad u_1 = \begin{cases} v_0, & \text{если } x \in [\alpha, \beta], \\ 0, & \text{если } x \notin [\alpha, \beta]; \end{cases} \quad \text{где } 0 \leq \alpha \leq \beta \leq l,$$

$$3) \quad u_1(x) = \begin{cases} A \cos \frac{\pi(x-x_0)}{2\alpha}, & \text{если } x \in [x_0 - \alpha, x_0 + \alpha], \\ 0, & \text{если } x \notin [x_0 - \alpha, x_0 + \alpha]; \end{cases} \quad \text{где } 0 \leq x_0 - \alpha < x_0 + \alpha \leq l,$$

5. Решить следующие смешанные задачи для уравнения колебаний:

$$1) \quad u_{tt} - u_{xx} = 0, \quad u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = x^2 - x, \quad u_t(x, 0) = 0;$$

$$2) \quad u_{tt} - u_{xx} - 4u - 4 \sin^2 x = 0, \quad u_x(0, t) = 0, \quad u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0;$$

$$3) \quad u_{tt} - u_{xx} - x + \pi = 0, \quad u_x(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t(x, 0) = 0;$$

$$4) \quad u_{tt} - u_{xx} + 3u - 4 \sin x \sin 2t = 0, \quad u(0, t) = 0, \quad u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \sin 3x.$$

6. Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности:

$$1) \quad u_t = u_{xx}, \quad u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = \pi x - x^2;$$

$$2) \quad u_t = u_{xx} + 4u + 2 \cos^2 x, \quad u_x(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0;$$

$$3) \quad u_t = u_{xx} - u + \left(x - \frac{\pi}{2}\right) e^{-t}, \quad u_x(0, t) = 0, \quad u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \quad u(x, 0) = 0;$$

- 4)  $u_t = u_{xx} + u + \cos t$ ,  $u_x(0, t) = 0$ ,  $u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0$ ,  $u(x, 0) = \cos 2x$ ;  
 5)  $u_t = u_{xx} + u + \sin x$ ,  $u_x(0, t) = 0$ ,  $u_x(\pi, t) = 0$ ,  $u(x, 0) = \cos x$ ;  
 6)  $u_t = u_{xx} - 2u_x + u + e^x \sin x - t$ ,  $u(0, t) = u(\pi, t) = 1 + t$ ,  $u(x, 0) = 1 + e^x \sin 2x$ .

7. Найти стационарное распределение температуры  $u(x, y)$  в прямоугольной однородной пластине  $G = \{0 < x < a, 0 < y < b\}$ , если ее стороны  $x = a$  и  $y = b$  покрыты тепловой изоляцией, две другие стороны ( $x = 0$  и  $y = 0$ ) поддерживаются при нулевой температуре, а в пластине выделяется тепло с постоянной плотностью  $q$ .  
 8. Найти стационарное распределение температуры  $u(r, \varphi)$  внутри бесконечного цилиндра радиуса  $r_0$ , если на одной половине поверхности цилиндра ( $0 < \varphi < \pi$ ), поддерживается температура  $-T_0$ , а на другой половине ( $\pi < \varphi < 2\pi$ ) температура  $T_0$ .  
 9. Найти решение краевой задачи для уравнения Пуассона в круге  $G = \{x^2 + y^2 < r_0^2\}$ ,  $\Delta u = -Axy$ ,  $u|_{x^2+y^2=r_0^2} = 0$ .  
 10. Найти решение краевой задачи для уравнения Лапласа в кольце  $G = \{1 < x^2 + y^2 < 4\}$ ,  $\Delta u = 0$ ,  $u|_{x^2+y^2=1} = u_1$ ,  $u|_{x^2+y^2=4} = u_2$ .  
 11. Найти потенциал электростатического поля внутри сферы радиуса  $r_0$ , если потенциал сферы имеет вид:

$$f(\theta) = \begin{cases} u_0, & \text{если } 0 < \theta < \pi/2, \\ 0, & \text{если } \pi/2 < \theta < \pi. \end{cases}$$

12. Найти потенциал электростатического поля внутри цилиндра  $G = \{x^2 + y^2 < a^2, 0 < z < h\}$ ,  $0 < z < h$ , если на его боковой поверхности поддерживается потенциал  $u_0 z$ , где  $u_0 = \text{const}$ , а на торцах задано нулевое электрическое поле.  
 13. Бесконечный цилиндр радиуса  $r_0$  заряжен равномерно по своей длине. Объемная плотность заряда  $\rho = \rho_0 \cos \psi$ , где  $\psi$  – полярный угол, а ось  $z$  цилиндрической системы координат совпадает с осью цилиндра. Найти потенциал  $\varphi$  и напряженность  $\mathbf{E}$  электрического поля внутри и снаружи цилиндра.

## 6. ИДЗ №6 «Интегральные уравнения».

1. Ядро уравнения Вольтерра первого рода имеет форму  $k(x - t)$ . Предполагая, что требуемые

преобразования существуют, показать, что  $\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} \frac{F(s)}{K(s)} \exp(\kappa s) ds$ , где  $F(s)$  и  $K(s)$

– изображения оригиналов  $f(x)$  и  $k(x)$ , соответственно.

2. Уравнение Фредгольма первого рода имеет ядро  $\exp[-(x - t)^2]$ . Показать, что оно имеет

решение  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{2^n n!} H_n(x)$ , где  $H_n(x)$  – полиномы Эрмита.

## **Методические рекомендации для самостоятельной работы студентов**

В ходе выполнения самостоятельной работы по данному курсу, студенты должны научиться воспринимать сведения на слух, фиксировать информацию в виде записей в тетрадях, работать с письменными текстами, самостоятельно извлекая из них полезные сведения и оформляя их в виде тезисов, конспектов, систематизировать информацию в виде заполнения таблиц, составления схем. Важно научиться выделять главные мысли в лекции преподавателя либо в письменном тексте; анализировать явления; определять свою позицию к полученным на занятиях сведениям, четко формулировать ее; аргументировать свою точку зрения: высказывать оценочные суждения; осуществлять самоанализ. Необходимо учиться владеть устной и письменной речью; вести диалог; участвовать в дискуссии; раскрывать содержание изучаемой проблемы в монологической речи; выступать с сообщениями и докладами.

**Конспект лекции.** Смысл присутствия студента на лекции заключается во включении его в активный процесс слушания, понимания и осмысления материала, подготовленного преподавателем. Этому способствует конспективная запись полученной информации, с помощью которой в дальнейшем можно восстановить основное содержание прослушанной лекции.

Для успешного выполнения этой работы советуем:

- подготовить отдельные тетради для каждого предмета. Запись в них лучше вести на одной стороне листа, чтобы позднее на чистой странице записать дополнения, уточнения, замечания, а также собственные мысли. С помощью разноцветных ручек или фломастеров можно будет выделить заголовки, разделы, термины и т.д.
- не записывать подряд все, что говорит лектор. Старайтесь вначале выслушать и понять материал, а затем уже зафиксировать его, не упуская основных положений и выводов. Сохраняйте логику изложения. Обратите внимание на необходимость точной записи определений и понятий.
- оставить место на странице свободным, если не успели осмыслить и записать часть информации. По окончании занятия с помощью однокурсников, преподавателя или учебника вы сможете восстановить упущенное.
- уделять внимание грамотному оформлению записей. Научитесь графически ясно и удобно располагать текст: вычленять абзацы, подчеркивать главные мысли, ключевые слова, помещать выводы в рамки и т.д. Немаловажное значение имеет и четкая структура лекции, в которую входит план, логически выстроенная конструкция освещения каждого пункта плана с аргументами и доказательствами, разъяснениями и примерами, а также список литературы по теме.
- научиться писать разборчиво и быстро. Чтобы в дальнейшем не тратить время на расшифровку собственных записей, следите за аккуратностью почерка, не экономьте бумагу за счет уплотнения текста. Конспектируя, пользуйтесь общепринятыми сокращениями слов и условными знаками, если есть необходимость, то придумайте собственные сокращения.
- уметь быстро и четко переносить в тетрадь графические рисунки и таблицы. Для этих целей приготовьте прозрачную линейку, карандаш и резинку. Старайтесь как можно точнее скопировать изображение с доски. Если наглядный материал трудно воспроизводим в условиях лекции, то сделайте его словесное описание с обобщающими выводами.
- просмотреть свои записи после окончания лекции. Подчеркните и отметьте разными цветами фломастера важные моменты в записях. Исправьте неточности, внесите необходимые дополнения. Не тратьте время на переписывание конспекта, если он оказался не совсем удачным. Совершенствуйтесь, записывая последующие лекции.

**Подготовка к семинарским занятиям.** Семинар – один из основных видов практических занятий по гуманитарным дисциплинам. Он предназначен для углубленного изучения отдельных тем и курсов. По форме проведения семинары обычно представляют собой решение задач, обсуждение докладов, беседу по плану или дискуссию по проблеме.

Подготовка к занятиям заключается, прежде всего, в освоении того теоретического материала, который выносится на обсуждение. Для этого необходимо в первую очередь перечитать конспект лекции или разделы учебника, в которых присутствует установочная информация. Изучение рекомендованной литературы необходимо сделать максимально творчески – не просто укладывая в память новые сведения, а осмысливая и анализируя материал. Закрепить свои знания можно с помощью записей, выписок или тезисного конспекта.

Если семинар представлен докладами, то основная ответственность за его проведение лежит на докладчиках. Как сделать это успешно смотрите в разделе «Доклад». Однако роль остальных участников семинара не должна быть пассивной. Студенты, прослушав доклад, записывают кратко главное его содержание и задают выступающему уточняющие вопросы. Чем более основательной была домашняя подготовка по теме, тем активнее происходит обсуждение проблемных вопросов. На семинаре всячески поощряется творческая, самостоятельная мысль, дается возможность высказать критические замечания.

Беседа по плану представляет собой заранее подготовленное совместное обсуждение вопросов темы каждым из участников. Эта форма потребует от студентов не только хорошей самостоятельной проработки теоретического материала, но и умение участвовать в коллективной дискуссии: кратко, четко и ясно формулировать и излагать свою точку зрения перед сокурсниками, отстаивать позицию в научном споре, присоединяться к чужому мнению или оппонировать другим участникам.

**Реферат** – самый простой и наименее самостоятельный вид письменной работы. Суть его состоит в кратком изложении содержащихся в научной литературе взглядов и идей по заданной теме. Реферат не требует оригинальности и новизны. В нем оценивается умение студента работать с книгой: выделять и формулировать проблему, отбирать основные тезисы и вспомогательные данные, логически выстраивать материал, грамотно оформлять научный текст.

Студентам предлагается два вида рефератных работ:

Реферирование научной литературы представляет собой сокращенное изложение содержания статьи или книги с основными сведениями и выводами. Такие рефераты актуальны тогда, когда в юридических источниках появляется новый теоретический или практический материал по изучаемой теме. От студента требуется, внимательно ознакомившись с первоисточником, максимально точно и полно передать его содержание. Для этого целесообразно выбрать форму последовательного изложения прочитанной книги, не меняя ее общий план и структуру (главы, разделы, параграфы). Необходимо сохранить логику повествования и позаботиться о связности текста. Авторские, оригинальные и новаторские мысли и идеи лучше передавать не своими словами, а с помощью цитирования. Объем реферата будет определяться содержанием источника, а также его научной и практической ценностью. Но в любом случае предпочтение отдается краткости и лаконичности, умению отбирать главное и освободиться от второстепенного.

Реферат по теме представляет обзор научных взглядов и концепций по проблемному вопросу в изучаемой теме.

- Если вам предложена тема такого реферата на выбор, то предпочтение следует отдать той, которая для вас интересна или знакома. Она не должна быть очень сложной и объемной, в противном случае реферат будет напоминать курсовую работу.

- Для подготовки реферата студенту необходимо самому или с участием преподавателя подобрать источники информации. Следует позаботиться, чтобы в вашем списке оказались не случайные, а ценные в информационном плане книги. Можно выполнить работу, обратившись и к одному источнику – пособию, монографии, исследованию. Но лучше, если вы обратитесь к двум-трем научным трудам – это позволит представить проблему с нескольких точек зрения и высказать личные предпочтения.

- Одним из главных критериев оценки реферата будет соответствие его содержания заявленной теме. Для этого бегло ознакомившись с первоисточниками составьте предварительный план будущего реферата, обозначив в нем принципиально важные моменты и этапы освещения проблемы. После того, как у вас появятся рабочие записи по результатам изучения научной литературы и обширная информация по теме в целом, можно будет скорректировать общий план реферата. Старайтесь при работе над ним тщательно избавляться от «излишеств»: всякого рода абстрактных рассуждений, чрезмерных подробностей и многочисленных примеров, которые «размывают» тему или уводят от неё.

Структура реферата включает в себя введение, основную часть и заключение. Во введении формулируются цели и задачи работы, ее актуальность. Основная часть представляет собой последовательное и аргументированное изложение различных точек зрения на проблему, ее анализ, предполагаемые пути решения. Заключение обобщает основные мысли или обосновывает перспективы дальнейшего исследования темы. Если реферат достаточно объемен, то потребуются разделение текста на разделы (главы, параграфы). Иллюстративный материал – таблицы, схемы, графики – могут располагаться как внутри основной части, так и в разделе «Приложение».

Объем реферата зависит от целей и задач, решаемых в работе – от 5 до 20 страниц машинописного текста через два интервала. Если в задании, выданном преподавателем объем не оговаривается, то следует исходить из разумной целесообразности.

В реферате в обязательном порядке размещаются титульный лист, план или оглавление работы, а также список используемой литературы.

Обычно реферат может зачитывается как письменная работа, но некоторые преподаватели практикуют публичную защиту рефератов или их «озвучивание» на семинарских занятиях. В этом случае необходимо приложить дополнительные усилия для подготовки публичного выступления по материалам рефератной работы.

**Доклад** представляет собой устную форму сообщения информации. Он используется в вузе на семинарских занятиях и на научных студенческих конференциях.

Подготовка доклада осуществляется в два этапа: написание письменного текста на заданную тему и подготовка устного выступления перед аудиторией слушателей с освещением этой темы. Письменный доклад оформляется как реферат.

При работе над докладом следует учесть некоторые специфические особенности:

- Объем доклада должен согласовываться со временем, отведенным для выступления.
- При выборе темы нужно учитывать не только собственные интересы, но и интересы потенциальных слушателей. Ваше сообщение необходимо согласовывать с уровнем знаний и потребностей публики.
- Подготовленный текст доклада должен хорошо восприниматься на слух. Даже если отобранный вами материал сложен и неоднозначен, говорить желательно просто и ясно, не перегружая речь наукообразными оборотами и специфическими терминами.

Следует отметить, что иногда преподаватель не требует от студентов письменного варианта доклада и оценивает их работу исключительно по устному выступлению. Но значительно чаще

письменный доклад проверяется и его качество также оценивается в баллах. Вне зависимости от того, нужно или не нужно будет сдавать на проверку текст будущего выступления, советуем не отказываться от письменной записи доклада. Это поможет избежать многих ошибок, которые случаются во время устной импровизации: отклонение от темы, нарушения логической последовательности, небрежное обращение с цитатами, злоупотребление деталями и т.д. Если вы хорошо владеете навыками свободной речи и обладаете высокой культурой мышления, то замените письменный доклад составлением тезисного плана. С его помощью зафиксируйте основные мысли и идеи, выстройте логику повествования, отберите яркие и точные примеры, сформулируйте выводы.

При подготовке к устному выступлению возьмите на вооружение некоторые советы:

- Лучший вариант выступления перед аудиторией – это свободная речь, не осложненная чтением текста. Но если у вас не выработано умение общаться с публикой без бумажки, то не пытайтесь сделать это сразу, без подготовки. Осваивать этот опыт нужно постепенно, от доклада к докладу увеличивая объем речи без заглядывания в текст.

- Если вы намерены считывать доклад с заготовленных письменных записей, то постарайтесь, чтобы чтение было «художественным»: обозначайте паузой логические переходы от части к части, выделяйте интонационно особо важные мысли и аргументы, варьируйте темп речи.

- Читая доклад, не торопитесь, делайте это как можно спокойнее. Помните, что скорость произношения текста перед слушателями всегда должна быть более медленной, чем скорость вашей повседневной речи.

- Сверьте письменный текст с хронометром, для этого прочитайте его несколько раз с секундомером в руках. В случае, если доклад окажется слишком длинным или коротким, проведите его реконструкцию. Однако вместе с сокращениями или дополнениями не «потеряйте» тему. Не поддавайтесь искушению рассказать все, что знаете – полно и подробно.

- Обратите внимание на тембр и силу вашего голоса. Очень важно, чтобы вас было слышно в самых отдаленных частях аудитории, и при этом вы не «глушили» вблизи вас находящихся слушателей. Варьируйте тембр речи, он придаст ей выразительность и поможет избежать монотонности.

- Следите за своими жестами. Чрезмерная жестикуляция отвлекает от содержания доклада, а полное ее отсутствие снижает действенную силу выступления. Постарайтесь избавиться от жестов, демонстрирующих ваше волнение (когда крутятся ручки, теребятся пуговицы, заламываются пальцы). Используйте жесты – выразительные, описательные, подражательные, указующие – для полноты передачи ваших мыслей.

- Установите зрительный контакт с аудиторией. Не стоит все время смотреть в окно, опускать глаза или сосредотачиваться на тексте. Старайтесь зрительно общаться со всеми слушателями, переводя взгляд от одних к другим. Не обращайтесь к опоздавшим и не прерывайте свой доклад замечаниями. Но вместе с тем следите за реакцией публики на ваше выступление (одобрение, усталость, интерес, скуку) и если сможете, вносите коррективы в речь с целью повышения интереса к его содержанию.

- Отвечать на вопросы в конце выступления надо кратко, четко и уверенно, без лишних подробностей и повторов. Постарайтесь предугадать возможные вопросы своих слушателей и подготовиться к ним заранее. Но если случится, что вы не знаете ответа на заданный вам вопрос, не бойтесь в этом признаться. Это значительно лучше, чем отвечать не по существу или отшучиваться.

- Проведите генеральную репетицию своего доклада перед друзьями или близкими. Это поможет заранее выявить некоторые недостатки – стилистически слабые места, труднопроизносимые слова и фразы, затянутые во времени части и т.д. Проанализируйте свою дикцию, интонации, жесты. Сделайте так, чтобы они помогли, а не мешали успешно представить публике подготовленный вами доклад.

**Презентация** – современный способ устного или письменного представления информации с использованием мультимедийных технологий.

Существует несколько вариантов презентаций.

- Презентация с выступлением докладчика
- Презентация с комментариями докладчика
- Презентация для самостоятельного просмотра, которая может демонстрироваться перед аудиторией без участия докладчика.



Подготовка презентации включает в себя несколько этапов:

## 1. Планирование презентации

От ответов на эти вопросы будет зависеть всё построение презентации:

- каково предназначение и смысл презентации (демонстрация результатов научной работы, защита дипломного проекта и т.д.);
- какую роль будет выполнять презентация в ходе выступления (сопровождение доклада или его иллюстрация);
- какова цель презентации (информирование, убеждение или анализ);
- на какое время рассчитана презентация (короткое - 5-10 минут или продолжительное - 15-20 минут);
- каков размер и состав зрительской аудитории (10-15 человек или 80-100; преподаватели, студенты или смешанная аудитория).

## 2. Структурирование информации

• в презентации не должна быть менее 10 слайдов, а общее их количество превышать 20 - 25.

- основными принципами при составлении презентации должны быть ясность, наглядность, логичность и запоминаемость;
- презентация должна иметь сценарий и четкую структуру, в которой будут отражены все причинно-следственные связи;
- работа над презентацией начинается после тщательного обдумывания и написания текста доклада, который необходимо разбить на фрагменты и обозначить связанные с каждым из них задачи и действия;
- первый шаг – это определение главной идеи, вокруг которой будет строиться презентация;
- часть информации можно перевести в два типа наглядных пособий: текстовые, которые помогут слушателям следить за ходом развертывания аргументов и графические, которые иллюстрируют главные пункты выступления и создают эмоциональные образы.
- сюжеты презентации могут разъяснять или иллюстрировать основные положения доклада в самых разнообразных вариантах.

Очень важно найти правильный баланс между речью докладчика и сопровождающими её мультимедийными элементами.

Для этого целесообразно:

- определить, что будет представлено на каждом слайде, что будет в это время говориться, как будет сделан переход к следующему слайду;
- самые важные идеи и мысли отразить и на слайдах и произнести словами, тогда как второстепенные – либо словами, либо на слайдах;
- информацию на слайдах представить в виде тезисов – они сопровождают подробное изложение мыслей выступающего, а не наоборот;
- для разъяснения положений доклада использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами;
- любая презентация должна иметь собственную драматургию, в которой есть:  
«завязка» - пробуждение интереса аудитории к теме сообщения (яркий наглядный пример);

«развитие» - демонстрация основной информации в логической последовательности (чередование текстовых и графических слайдов);

«кульминация» - представление самого главного, нового, неожиданного (эмоциональный речевой или иллюстративный образ);

«развязка» - формулирование выводов или практических рекомендаций (видеоряд).

## 3. Оформление презентации

Оформление презентации включает в себя следующую обязательную информацию:

#### Титульный лист

- представляет тему доклада и имя автора (или авторов);
- на защите курсовой или дипломной работы указывает фамилию и инициалы научного руководителя или организации;
- на конференциях обозначает дату и название конференции.

#### План выступления

- формулирует основное содержание доклада (3-4 пункта);
- фиксирует порядок изложения информации;

#### Содержание презентации

- включает текстовую и графическую информацию;
- иллюстрирует основные пункты сообщения;
- может представлять самостоятельный вариант доклада;

#### Завершение

- обобщает, подводит итоги, суммирует информацию;
- может включать список литературы к докладу;
- содержит слова благодарности аудитории.

## 4. Дизайн презентации

### Текстовое оформление

- Не стоит заполнять слайд слишком большим объемом информации - лучше всего запоминаются не более 3-х фактов, выводов, определений.

- Оптимальное число строк на слайде – 6 -11.

- Короткие фразы запоминаются визуально лучше. Пункты перечней не должны превышать двух строк на фразу.

- Наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отображаются по одному на каждом отдельном слайде

- Если текст состоит из нескольких абзацев, то необходимо установить крас-ную строку и интервал между абзацами.

- Ключевые слова в информационном блоке выделяются цветом, шрифтом или композиционно.

- Информацию предпочтительнее располагать горизонтально, наиболее важную - в центре экрана.

- Не следует злоупотреблять большим количеством предлогов, наречий, прилагательных, вводных слов.

- Цифровые материалы лучше представить в виде графиков и диаграмм – таблицы с цифровыми данными на слайде воспринимаются плохо.

- Необходимо обратить внимание на грамотность написания текста. Ошибки во весь экран производят неприятное впечатление

### Шрифтовое оформление

- Шрифты без засечек (Arial, Tahoma, Verdana) читаются легче, чем гротески. Нельзя смешивать различные типы шрифтов в одной презентации.

- Шрифтовой контраст можно создать посредством размера шрифта, его толщины, начертания, формы, направления и цвета;

- Для заголовка годится размер шрифта 24-54 пункта, а для текста - 18-36 пунктов.

- Курсив, подчеркивание, жирный шрифт используются ограниченно, только для смыслового выделения фрагментов текста.

- Для основного текста не рекомендуются прописные буквы.

Цветовое оформление

- На одном слайде не используется более трех цветов: фон, заголовок, текст.

- Цвет шрифта и цвет фона должны контрастировать – текст должен хорошо читаться, но не резать глаза.

- Для фона предпочтительнее холодные тона.

- Существуют не сочетаемые комбинации цветов. Об этом можно узнать в специальной литературе.

- Черный цвет имеет негативный (мрачный) подтекст. Белый на черном читается плохо.

- Если презентация большая, то есть смысл разделить её на части с помощью цвета – разный цвет способен создавать разный эмоциональный настрой.

- Нельзя выбирать фон, который содержит активный рисунок.

Композиционное оформление

- Следует соблюдать единый стиль оформления. Он может включать определенный шрифт (гарнитура и цвет), фон цвета или фоновый рисунок, декоративный элемент небольшого размера и т.д.

- Не приемлемы стили, которые будут отвлекать от презентации.

- Крупные объекты в композиции смотрятся неважно.

- Вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должна преобладать над основной (текстом и иллюстрацией).

- Для серьезной презентации отбираются шаблоны, выполненные в деловом стиле.

Анимационное оформление

- Основная роль анимации – дозирования информации. Аудитория, как правило, лучше воспринимает информацию порциями, небольшими зрительными фрагментами.

- Анимация используется для привлечения внимания или демонстрации развития какого-либо процесса

- Не стоит злоупотреблять анимационными эффектами, которые отвлекают от содержания или утомляют глаза читающего.

- Особенно нежелательно частое использование таких анимационных эффектов как вылет, вращение, волна, побуквенное появление текста.

Звуковое оформление

- Музыкальное сопровождение призвано отразить суть или подчеркнуть особенности темы слайда или всей презентации, создать определенный эмоциональный настрой.

- Музыку целесообразно включать тогда, когда презентация идет без словесного сопровождения.

- Звуковое сопровождение используется только по необходимости, поскольку даже фоновая тихая музыка создает излишний шум и мешает восприятию содержания.

- Необходимо выбрать оптимальную громкость, чтобы звук был слышан всем слушателем, но не был оглушительным.

Графическое оформление

- Рисунки, фотографии, диаграммы призваны дополнить текстовую информацию или передать её в более наглядном виде.

- Нельзя представлять рисунки и фото плохого качества или с искаженными пропорциями.

- Желательно, чтобы изображение было не столько фоном, сколько иллюстрацией, равной по смыслу самому тексту, чтобы помочь по-новому понять и раскрыть его.

- Следует избегать некорректных иллюстраций, которые неправильно или двусмысленно отражают смысл информации.

- Необходимо позаботиться о равномерном и рациональном использовании пространства на слайде: если текст первичен, то текстовый фрагмент размещается в левом верхнем углу, а графический рисунок внизу справа и наоборот.

- Иллюстрации рекомендуется сопровождать пояснительным текстом. Подписи к картинкам лучше выполнять сбоку или снизу, если это только не название самого слайда.

- Если графическое изображение используется в качестве фона, то текст на этом фоне должен быть хорошо читаем.

Таблицы и схемы

- Не стоит вставлять в презентацию большие таблицы – они трудны для восприятия. Лучше заменить их графиками, построенными на основе этих таблиц.

- Если все же таблицу показать надо, то следует оставить как можно меньше строк и столбцов, отобрав и разместив только самые важные данные.

- При использовании схем на слайдах необходимо выровнять ряды блоков схемы, расстояние между блоками, добавить соединительные схемы при помощи инструментов Автофигур,

- При создании схем нужно учитывать связь между составными частями схемы: если они равнозначны, то заполняются одним шрифтом, фоном и текстом, если есть первостепенная информация, то она выделяется особым способом с помощью организационных диаграмм.

Аудио и видео оформление

- Видео, кино и теле материалы могут быть использованы полностью или фрагментарно в зависимости от целей, которые преследуются.

- Продолжительность фильма не должна превышать 15-25 минут, а фрагмента – 4-6 минут.

- Нельзя использовать два фильма на одном мероприятии, но показать фрагменты из двух фильмов вполне возможно.

## **Подготовка к экзамену**

Перед началом подготовки к экзаменам необходимо просмотреть весь материал и отложить тот, что хорошо знаком, а начинать учить незнакомый, новый

Начинай готовиться к экзаменам заранее, понемногу, по частям, сохраняя спокойствие. Составь план на каждый день подготовки, необходимо четко определить, что именно сегодня будет изучаться. А также необходимо определить время занятий с учетом ритмов организма.

К трудно запоминаемому материалу необходимо возвращаться несколько раз, просматривать его в течение нескольких минут вечером, а затем еще раз - утром.

Очень полезно составлять планы конкретных тем и держать их в уме, а не зазубривать всю тему полностью «от» и «до». Можно также практиковать написание вопросов в виде краткого, тезисного изложения материала.

Заучиваемый материал лучше разбить на смысловые куски, стараясь, чтобы их количество не превышало семи. Смысловые куски материала необходимо укрупнять и обобщать, выражая главную мысль одной фразой. Текст можно сильно сократить, представив его в виде схемы

Пересказ текста своими словами приводит к лучшему его запоминанию, чем многократное чтение, поскольку это активная, организованная целью умственная работа

## **Подготовка к коллоквиуму**

Коллоквиумом называется собеседование преподавателя и студента по заранее определенным контрольным вопросам. Целью коллоквиума является формирование у студента навыков анализа теоретических проблем на основе самостоятельного изучения учебной и научной литературы.

Коллоквиум - это не только форма контроля, но и метод углубления, закрепления знаний студентов, так как в ходе собеседования преподаватель разъясняет сложные вопросы, возникающие у студента в процессе изучения данного источника. Однако коллоквиум не

консультация и не экзамен. Его задача добиться глубокого изучения отобранного материала, пробудить у студента стремление к чтению дополнительной социологической литературы.

Подготовка к коллоквиуму начинается с установочной консультации преподавателя, на которой он разъясняет развернутую тематику проблемы, рекомендует литературу для изучения и объясняет процедуру проведения коллоквиума. Как правило, на самостоятельную подготовку к коллоквиуму студенту отводится 3-4 недели. Методические указания состоят из рекомендаций по изучению источников и литературы, вопросов для самопроверки и кратких конспектов ответа с перечислением основных фактов и событий, относящихся к пунктам плана каждой темы. Это должно помочь студентам целенаправленно организовать работу по овладению материалом и его запоминанию. При подготовке к коллоквиуму следует, прежде всего, просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся вопросы коллоквиума. Если какие-то вопросы вынесены преподавателем на самостоятельное изучение, следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений.

Коллоквиум проводится в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым студентом или беседы в небольших группах (2-3 человека). Обычно преподаватель задает несколько кратких конкретных вопросов, позволяющих выяснить степень добросовестности работы с литературой, проверяет конспект. Далее более подробно обсуждается какая-либо сторона проблемы, что позволяет оценить уровень понимания. По итогам коллоквиума выставляется дифференцированная оценка по пятибалльной системе.

### **Подготовка к контрольной работе**

Контрольная работа – это обязательная форма организации процесса обучения. Она подразумевает контроль и проверку знаний, полученных учащимся в ходе изучения предмета.

Оставьте полный список вопросов касательно теории темы, по которой будет проведена контрольная работа. Лучше всего вынести их на отдельный лист бумаги. Так будет намного удобнее, чем постоянно работать с книгой.

Приведите информацию к определенной структуре. Подпишите около каждого вопроса страницы, на которых описывается ответ или пояснение

Начните изучение заготовленного материала. Для начала можете просто бегло прочитать всю необходимую информацию и отметить ту, что вы уже знаете. После беглого прочтения начните заучивать те понятия, которые даются вам труднее всего и заканчивайте легкими.

После того как вы более-менее знаете теорию, ее следует закрепить практикой – задачами по теме.

**Методические указания по выполнению домашнего задания** рекомендуется следовать следующему общему алгоритму:

1. Проработать конспект лекции на предмет выявления непонятных моментов те-мы.
2. В случае наличия непонятных моментов сформулировать вопросы.
3. Найти и изучить дополнительный материал по теме, используя рекомендованную литературу и электронные ресурсы учебных пособий в сети Интернет.
4. Ответить на возникшие в ходе изучения темы вопросы.
5. Выписать трактовки основных понятий, законов, принципов и т.п. по теме лекции.
6. Из перечня вопросов к зачету выбрать те, которые отражают содержание лекции.
7. Найти ответы на эти вопросы в тексте лекций и дополнительном материале.
8. Оформить материал в письменном виде

## **Подготовка к тестированию**

По типу все задания теста делятся на закрытые и открытые. Закрытый вопрос подразумевает выбор правильного варианта ответа из нескольких предложенных (как правило, таких вариантов четыре). Открытый вопрос не имеет вариантов ответа, напоминая, таким образом, обычный вопрос из письменной контрольной работы. Большая часть тестовых заданий чаще всего относится именно к закрытому типу. Времени на их выполнение, как нетрудно догадаться, требуется меньше, чем на задания открытого типа (ничего не надо писать, нужно лишь отметить условным знаком выбранный ответ), но и оцениваются ответы на эти вопросы не так высоко, как ответы на вопросы открытого типа.

Всю подготовительную работу к прохождению теста можно условно разбить на два основных направления. Первое – это изучение учебного материала как такового.

Необходимо изучать теорию и тренироваться в решении задач и выполнении упражнений.

Для этого понадобятся специальные тренировочные пособия – учебные тесты с указанием правильных ответов.

Закончив прохождение одного тренировочного теста, обязательно отметить вопросы, на которые даны неправильные ответы. Нужно выписать на отдельный листок темы, которые вызвали затруднение. Это – слабые места. Открыв учебник, внимательно проштудировать соответствующий раздел, прорешать все предлагаемые задачи, ответить на все вопросы в конце каждого параграфа. Только после этого нужно приниматься за выполнение следующего тренировочного теста.

Учащиеся сами заметят положительную динамику. Каждый последующий тест должен приносить больше очков, чем предыдущий.

Вначале необходимо внимательно прочитать вопросы. Польза от этого двойная: во-первых, будет настройка на предмет, во-вторых, можно определить, в каких заданиях вопросы «пересекаются» (иногда бывает, что один вопрос в скрытой форме содержит ответ на другой).

Необходимо мысленно отметить вопросы, которые показались трудными или вызывают сомнения. Можно записать их номера на листке для черновика.

Теперь следует приступить к ответам, отвечая на те вопросы, в которых уверены, не тратя на обдумывание каждого из них больше 1 минуты. Если этого времени покажется недостаточно, чтобы найти правильный ответ, нужно пропустить вопрос и двигаться дальше.

Пройдя весь тест до конца, пропуская трудные задания, затем необходимо вернуться к пропущенным заданиям. Теперь уже не торопясь, не подгоняя себя, а спокойно и внимательно вдуматься в заданный вопрос. Возможно, другие выполненные задания подскажут правильный ответ. Если время позволяет, нужно продолжать работать над тестовыми заданиями.

## Приложение 2

### 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

#### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
<b>ОПК-3 – способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач</b>		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>– основные уравнения математической физики;</li> <li>– постановки и краевые задачи математической физики;</li> <li>– основные методы решения задач математической физики;</li> <li>понятия аппроксимации, устойчивости, сходимости математической модели</li> </ul>	<p><b>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</b></p> <p>1. Основные уравнения математической физики. Начальные и краевые условия. Корректность постановки задач математической физики.</p> <p>Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду. Уравнение гиперболического типа.</p> <p>Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду. Уравнение параболического типа.</p> <p>Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду. Уравнение эллиптического типа.</p> <p>Бесконечная струна. Формула Даламбера.</p> <p>Применение метода характеристик. Задача Коши.</p> <p>Метод Фурье. Исследование колебаний струны конечной длины.</p> <p>Функции Бесселя. Их свойства.</p> <p>Исследование колебаний круглой мембраны.</p> <p>Теплопроводность в бесконечном стержне. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его физический смысл.</p>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>– определять тип дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка;</li> </ul>	<p>1. Найти напряженность электрического поля <math>\mathbf{E}</math>, потенциал <math>\varphi</math> которого равен:</p> <p>1) <math>\mathbf{a}(\mathbf{b} \times \mathbf{r})</math>, 2) <math>(\mathbf{a} \times \mathbf{r})(\mathbf{k} \times \mathbf{r})</math>, 3) <math>(\mathbf{a}\mathbf{r})\cos \mathbf{k}\mathbf{r}</math>, 4) <math>\mathbf{b}\mathbf{r}/r^3</math>, 5) <math>f(r)F(r)</math>, 6) <math>F(f(\mathbf{a}\mathbf{r}))</math>,</p> <p>где <math>\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{k}, \mathbf{d}</math> – не зависящие от координат и времени векторы, а <math>f</math> и <math>F</math> – произвольные дифференцируемые</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<ul style="list-style-type: none"> <li>– применять метод характеристик для решения простейших гиперболических уравнений;</li> <li>– применять метод Фурье для уравнений Лапласа и Пуассона, волнового уравнения и уравнения теплопроводности;</li> <li>– находить решение внутренней и внешней задач Дирихле и Неймана в круге и полукруге;</li> <li>– формулировать начальные, начально-краевые и краевые задачи для основных уравнений математической физики;</li> <li>– строить математи</li> </ul>	<p>функции своего аргумента.</p> <p>2. Можно ли создать в пространстве электростатическое поле с напряженностью <math>\mathbf{E} = (\mathbf{a} \times \mathbf{r})</math>, где <math>\mathbf{a}</math> – постоянный вектор?</p> <p>3. Доказать следующие свойства дельта-функции Дирака:  1) <math>x\delta(x) = 0</math>, 2) <math>\delta(\alpha x) = \frac{\delta(x)}{ \alpha }</math>, 3)  <math display="block">f(x)\delta(x-a) = \frac{1}{2}[f(a-0) + f(a+0)]\delta(x-a),</math> 4) <math display="block">\int_{-\infty}^{\infty} \delta(a-x)\delta(x-b)dx = \delta(a-b),</math> 5)  <math display="block">\delta(x^2 - a^2) = \frac{\delta(x-a) + \delta(x+a)}{2 a }.</math></p> <p>4. Найти потенциал шара радиуса <math>R</math> со следующими плотностями:  1) <math>\rho(r) = \rho_0</math>, 2) <math>\rho(r) = r</math>, 3) <math>\rho(r) = r^2</math>, 4) <math>\rho(r) = \sqrt{r}</math>,  5) <math>\rho(r) = e^{-r}</math>.</p> <p>5. Убедиться что выражение  <math display="block">\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{ \mathbf{r} - \mathbf{r}' ^3} dV'</math> удовлетворяет уравнениям Максвелла для электростатического поля.</p> <p>6. Доказать функциональные соотношения для гамма-функции:  1) <math>\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)</math>, 2) <math>\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}</math>, 3)  <math display="block">2^{2z-1}\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \pi\Gamma(2z).</math></p> <p>7. Используя формулу Родрига для полиномов Лежандра и их интегральное представление, проверить, что эти полиномы удовлетворяют дифференциальному уравнению  <math display="block">(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0, \quad y = P_n(x).</math></p>



Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	численные модели.	<p>8. Привести к каноническому виду, указав тип, следующие уравнения:</p> <p>1) <math>u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{xz} + 2u_{yy} + 2u_{zz} + zu_x = 0</math>,</p> <p>2) <math>u_{xx} + 2u_{xy} - 4u_{xz} - 6u_{yz} - u_{zz} + 3xzu_y = 0</math>.</p> <p>9. Решить следующие задачи Коши для одномерного уравнения колебаний, используя формулу Даламбера:</p> <p>1) <math>u_{tt} - 4u_{xx} - xt = 0</math>, <math>u(x, t = 0) = x^2</math>,  <math>u_t(x, t = 0) = x</math>;</p> <p>2) <math>u_{tt} - u_{xx} - \sin x = 0</math>, <math>u(x, t = 0) = \sin x</math>,  <math>u_t(x, t = 0) = 0</math>.</p> <p>10. Решить задачу Коши о колебании струны <math>0 &lt; x &lt; l</math> с закрепленными концами, если начальные скорости точек равны нулю, а начальные отклонения имеют форму:</p> <p>1) параболы, осью симметрии которой служит прямая <math>x = l/2</math>, а вершиной – точка <math>M(l/2, h)</math>;</p> <p>2) ломаной <math>OAB</math>, где <math>O(0,0)</math>, <math>A(c, h)</math>, <math>B(l,0)</math>, <math>0 &lt; c &lt; l</math>, рассмотреть случай <math>c = l/2</math>.</p> <p>11. Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности:</p> <p>1) <math>u_t = u_x</math>,  <math>u(0, t) = 0</math>, <math>u(\pi, t) = 0</math>, <math>u(x, 0) = x^2 - \pi x</math>;</p> <p>2) <math>u_t = u_x</math>,  <math>u_x(0, t) = 1</math>, <math>u(l, t) = 0</math>, <math>u(x, 0) = 0</math>.</p> <p>12. Доказать фундаментальные решения для уравнения Лапласа (в <math>R^2</math> и <math>R^3</math>, соответственно): а) <math>u(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \ln r</math>; б) <math>u(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi r}</math>.</p> <p>13. Доказать фундаментальное решение</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		$Fu(\mathbf{r}) = -\frac{e^{\pm ikr}}{4\pi r}$ <p>для уравнения Гельмгольца <math>(\Delta + k^2)u = 0</math> в <math>R^3</math>.</p> <p>14. Найти потенциал шара радиуса <math>R</math> со следующими плотностями:  1) <math>\rho(r) =</math>  , 2) <math>\rho(r) = r</math>.</p>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками постановки и моделирования физико-математических задач;</li> <li>– навыками использования метода разделения переменных при решении краевых и начально-краевых задач для уравнений математической физики;</li> <li>– способностью использовать базовые теоретические</li> </ul>	<p>1. Доказать следующие соотношения:  1) <math>\text{rot grad } \varphi = 0</math>, 2) <math>\text{rot rot } \mathbf{A} = \text{grad div } \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}</math>, 3) <math>\text{div rot } \mathbf{A} = 0</math>, 4) <math>\text{div grad } \varphi = \Delta \varphi</math>.</p> <p>2. Доказать следующее интегральное представление дельта-функции Дирака:</p> $\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} dk = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} dk$ <p>3. Убедиться что выражение</p> $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{ \mathbf{r} - \mathbf{r}' ^3} dV'$ <p>удовлетворяет уравнениям Максвелла в случае магнитостатики.</p> <p>4. Непосредственным вычислением убедиться в том, что в случае постоянного однородного магнитного поля с напряженностью <math>\mathbf{H}</math> векторный потенциал <math>\mathbf{A}</math>, удовлетворяющий условию Лоренца, можно записать в виде <math>\mathbf{A} = \frac{1}{2} (\mathbf{H} \times \mathbf{r})</math>, где <math>\mathbf{r}</math> – радиус-вектор произвольной точки наблюдения.</p> <p>5. Вычислить частные значения гамма-функции:  1) <math>\Gamma(n+1) = n!</math>, 2) <math>\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}</math>, 3) <math>\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \frac{(2n)!}{n!}</math>.</p> <p>6. Привести к каноническому виду, указав тип, следующие уравнения:</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	знания для решения профессиональных задач	<p>1) <math>u_{xy} + u_{xz} + u_{xt} + u_{zt} + u_x + u_y = 0,</math></p> <p>2) <math>u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{xz} - 4u_{yz} + 2u_{yt} + u_{zz} = 0,</math></p> <p>3) <math>u_{xx} + 2u_{xz} - 2u_{xt} + 4u_{yy} + 2u_{yz} + 2u_{yt} + 2u_{zz} + 2u_{tt} = 0,</math></p> <p>4) <math>u_{x_1 x_1} + 2 \sum_{k=2}^n u_{x_k x_k} - 2 \sum_{k=1}^{n-1} u_{x_k x_{k+1}} = 0,</math></p> <p>5) <math>u_{xy} + u_{xz} - u_{xt} - u_{yz} + u_{ty} + u_{tz} = 0,</math></p> <p>6) <math>u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} + u_x + u_y + u_z = 0,</math></p> <p>7) <math>u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{xz} + 4u_{yy} + u_{zz} + 2 \cos(x)u_y = 0,</math></p> <p>8) <math>u_{xx} + u_{tt} + u_{yy} + u_{zz} - 2u_{tx} + u_{xz} + u_{ty} - 2u_{yz} = 0,</math></p> <p>9) <math>4u_{xx} + 2u_{yy} - 6u_{zz} + 6u_{xy} + 10u_{xz} + 4u_{yz} + 2u = 0,</math></p> <p>10) <math>2u_{xy} - 2u_{xz} + 2u_{yz} + 3u_x - u = 0,</math></p> <p>11)</p> <p><math>5u_{xx} + u_{yy} + 5u_{zz} + 4u_{xy} - 8u_{xz} - 4u_{yz} - u + yz^2 \sin(x) = 0,</math></p> <p>12) <math>u_{xy} + u_{yz} + 4u_{xz} - 3x^2 u_y + y \sin(x)u + e^{-y} = 0.</math></p> <p>7. Решить следующие задачи Коши для двумерного уравнения колебаний, используя формулу Пуассона:</p> <p>1) <math>u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} = 2, \quad u(x, y, t = 0) = x,</math>  <math>u_t(x, y, t = 0) = y;</math></p> <p>2) <math>u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} = 6xyt, \quad u(x, y, t = 0) = x^2 - y^2,</math>  <math>u_t(x, y, t = 0) = xy;</math></p> <p>8. Решить задачу о колебании струны <math>0 &lt; x &lt; l</math> с закрепленными концами, если в начальном положении струна находится в покое (<math>u_0 = 0</math>), а начальная скорость задается формулой:</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>1) <math>u_1(x) = v_0 = \text{const}, x \in [0, l]</math>;</p> <p>2) <math>u_1 = \begin{cases} v_0, &amp; \text{если } x \in [\alpha, \beta], \text{ где } 0 \leq \alpha \leq \beta \leq l, \\ 0, &amp; \text{если } x \notin [\alpha, \beta]; \end{cases}</math></p> <p>9. Решить следующие смешанные задачи для уравнения колебаний: <span style="float: right;">Решить</span></p> <p>1) <math>u_{tt} - u_{xx} = 0, u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, u(x, 0) = x^2 - x, u_t(x, 0) = 0;</math> <span style="float: right;"><math>u_{tt} - u_{xx} = 0</math></span></p> <p>2) <math>u_{tt} - u_{xx} = 0, u_x(0, t) = 0, u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0;</math> <span style="float: right;"><math>u_{tt} - u_{xx} = 0</math></span></p> <p>10. Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности:</p> <p>1) <math>u_t = u_{xx}, u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0, u(x, 0) = \pi x - x^2;</math></p> <p>2) <math>u_t = u_{xx} + 4u + 2 \cos^2 x, u_x(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = 0, u(x, 0) = 0;</math></p> <p>3) <math>u_t = u_{xx} - u + \left(x - \frac{\pi}{2}\right) e^{-t}, u_x(0, t) = 0, u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x, 0) = 0;</math></p> <p>11. Найти стационарное распределение температуры <math>u(x, y)</math> в прямоугольной однородной пластине <math>G = \{0 &lt; x &lt; a, 0 &lt; y &lt; b\}</math>, если ее стороны <math>x = a</math> и <math>y = b</math> покрыты тепловой изоляцией, две другие стороны (<math>x = 0</math> и <math>y = 0</math>) поддерживаются принудительной температурой, а в пластине выделяется тепло с постоянной плотностью <math>q</math>.</p> <p>12. Найти решение краевой задачи для уравнения Пуассона в круге <math>G = \{x^2 + y^2 &lt; r_0^2\}</math>, <math>\Delta u = -Axy</math>, <math>u _{x^2+y^2=r_0^2} = 0</math>.</p> <p>13. Найти решение краевой задачи для уравнения Лапласа в кольце <math>G = \{1 &lt; x^2 + y^2 &lt; 4\}</math>, <math>\Delta u = 0</math>, <math>u _{x^2+y^2=1} = u_1, u _{x^2+y^2=4} = u_2</math>.</p> <p>14. Найти потенциал электростатического поля внутри сферы радиуса <math>r_0</math>, если потенциал сферы имеет вид:</p> $f(\theta) = \begin{cases} u_0, & \text{если } 0 < \theta < \pi/2, \\ 0, & \text{если } \pi/2 < \theta < \pi. \end{cases}$ <p>15. Ядро уравнения Вольтерра первого рода имеет форму</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p><math>k(x-t)</math>. Предполагая, что требуемые преобразования существуют, показать, что</p> $\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{F(s)}{K(s)} \exp(\kappa s) ds, \text{ где } F(s) \text{ и } K(s) -$ <p>изображения оригиналов <math>f(x)</math> и <math>k(x)</math>, соответственно.</p>
<b>ПК-3 – готовностью применять на практике профессиональные знания теории и методов физических исследований</b>		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>– методы решения уравнений математической физики при проведении численного эксперимента;</li> <li>– реализуемые методы математической физики при планировании эксперимента;</li> </ul>	<p><b>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Метод функций Грина для уравнения Лапласа задачи Дирихле. Задача Неймана для уравнения Лапласа.</li> <li>2. Ньютоновский потенциал. Потенциалы разных порядков.</li> <li>3. Потенциалы простого и двойного слоя.</li> <li>4. Поведение потенциала двойного слоя при пересечении слоя.</li> <li>5. Разделение переменных в уравнении Гельмгольца в цилиндрических и сферических координатах.</li> <li>6. Разложение в ряды Фурье по частным решениям уравнения Гельмгольца в бесконечной области.</li> <li>7. Интегральные преобразования и их формулы обращения.</li> <li>8. Преобразование Лапласа.</li> </ol>
Уметь	– составлять план эксперимента с учетом знаний методов математической физики;	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Можно ли подобрать такое распределение заряда снаружи полой области, чтобы внутри нее напряженность электрического поля <math>\mathbf{E}</math> имела вид:             <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>\mathbf{E}_0</math>, 2) <math>(\mathbf{br})\mathbf{a}</math>, 3) <math>(\mathbf{ab})\mathbf{r}</math>, 4) <math>(\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{r}))</math>, 5) <math>(\mathbf{ar})(\mathbf{k} \times \mathbf{r})</math>, 6) <math>(\mathbf{r} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{r}))</math>,</li> <li>7) <math>\mathbf{a}(\mathbf{br}) \cos \mathbf{kr}</math> ? Здесь векторы <math>\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{k}, \mathbf{E}_0</math> не зависят от координат.</li> </ol> </li> </ol>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>– самостоятельно определяют задачи исследования;</p>	<p>2. Доказать следующее свойство дельта-функции Дирака:</p> $\delta[\varphi(x)] = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{\left  \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)_{x=x_i} \right }.$ <p>3. Доказать интегральное представление дельта-функции Дирака</p> $\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} dx.$ <p>4. Шар радиуса <math>R</math> заряжен с объемной плотностью <math>\rho = \rho_0 \cos \theta</math>, где <math>\theta</math> – полярный угол сферической системы координат. Используя разложение функции <math>\frac{1}{ \mathbf{r} - \mathbf{r}' }</math> по сферическим функциям, найти потенциал <math>\varphi</math> электрического поля внутри и снаружи шара.</p> <p>5. Проверить непосредственным вычислением свойство ортогональности сферических функций</p> $\int Y_{l'm'}^*(\theta, \varphi) Y_{lm}(\theta, \varphi) d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'},$ <p>для случая <math>l = 0, 1, 2, l' = 0, 1</math>.</p> <p>6. Используя интегральные представления Зоммерфельда, убедиться, что цилиндрические функции удовлетворяют уравнению Бесселя</p> $z^2 u'' + zu' + (z^2 - \nu^2)u = 0.$ <p>7. Привести к каноническому виду, указав тип, следующие уравнения:</p> <p>1) <math>u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 2u_{yz} + 2u_{yt} + 2u_{zz} + 3u_{tt} = 0</math>,</p> <p>2) <math>u_{xy} - u_{xt} + u_{zz} - 2u_{zt} + 2u_{tt} - tu_x + 2yzu_t = 0</math>.</p> <p>8. Решить следующие задачи Коши для одномерного уравнения колебаний, используя формулу Даламбера:</p> <p>1) <math>u_{tt} - 4u_{xx} - xt = 0, \quad u(x, t=0) = x^2,</math>  <math>u_t(x, t=0) = x;</math></p> <p>2) <math>u_{tt} - u_{xx} - \sin x = 0, \quad u(x, t=0) = \sin x,</math></p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		$u_t(x, t=0) = 0$ .  9. Решить задачу Коши о колебании струны $0 < x < l$ с закрепленными концами, если начальные скорости точек равны нулю, а начальные отклонения имеют форму:  1) параболы, осью симметрии которой служит прямая $x = l/2$ , а вершиной – точка $M(l/2, h)$ ; 2) ломаной $OAB$ , где $O(0,0)$ , $A(c, h)$ , $B(l,0)$ , $0 < c < l$ , рассмотреть случай $c = l/2$ .  10. Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности:  1) $u_t = u_{xx}$ , $u_x(0, t) = 0$ , $u_x(l, t) = 0$ , $u(x, 0) = x^2 - 1$ ;  2) $u_t + u = u_{xx}$ , $u(0, t) = 0$ , $u(l, t) = 0$ , $u(x, 0) = 1$ .  11. Найти функцию, гармоническую внутри круга единичного радиуса и такую, что $u(r = 1) = f(\varphi)$ , где  1) $f(\varphi) = \cos^2 \varphi$ , 2) $f(\varphi) = \sin^3 \varphi$ , 3) $f(\varphi) = \cos^4 \varphi$ , 4) $f(\varphi) = \sin^6 \varphi + \cos^6 \varphi$ .  12. Доказать фундаментальное решение $u(\mathbf{r}) = -\frac{e^{-kr}}{4\pi r}$ для уравнения $(\Delta - k^2)u = 0$ .  13. Найти потенциал шара радиуса $R$ со следующими плотностями:  1) $\rho(r) = r^2$ , 2) $\rho(r) = \sqrt{r}$ , 3) $\rho(r) = e^{-r}$ .
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками обращения с научной и учебной литературой;</li> <li>– навыками</li> </ul>	1. Доказать следующие соотношения: 1) $\text{grad}(\varphi\Phi) = \varphi \text{grad}(\Phi) + \Phi \text{grad}(\varphi)$ , 2) $\text{grad}(\mathbf{A}\mathbf{B}) = (\mathbf{A} \text{grad})\mathbf{B} + (\mathbf{B} \text{grad})\mathbf{A} + \mathbf{A} \times \text{rot}\mathbf{B} + \mathbf{B} \times \text{rot}\mathbf{A}$ , 3) $\text{div}(\varphi\mathbf{A}) = \varphi \text{div}\mathbf{A} + \mathbf{A} \text{grad}\varphi$ , 4) $\text{div}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \text{rot}\mathbf{A} - \mathbf{A} \text{rot}\mathbf{B}$ , 5) $\text{rot}(\varphi\mathbf{A}) = \varphi \text{rot}\mathbf{A} + \text{grad}\varphi \times \mathbf{A}$ , 6) $\text{rot}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \text{grad})\mathbf{A} - (\mathbf{A} \text{grad})\mathbf{B} - \mathbf{B} \times \text{div}\mathbf{A} + \mathbf{A} \times \text{div}\mathbf{B}$ .

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	использования ЭВМ при решении уравнений математической физики;	<p>2. Доказать, что дельта-образные функции</p> $1) \delta_1(t, \alpha) = \frac{\sin(\alpha t)}{\pi t}, \quad 2) \delta_2(t, \alpha) = \frac{\sin^2(\alpha t)}{\pi t^2 \alpha}, \quad 3) \delta_3(t, \alpha) = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 t^2 + 1},$ $4) \delta_4(t, \alpha) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \exp(-\alpha^2 t^2)$ <p>обладают свойствами дельта-функции Дирака при <math>\alpha \rightarrow \infty</math>.</p> <p>3. Используя разложение функции <math>\frac{1}{ \mathbf{r} - \mathbf{r}' }</math> по сферическим функциям, найти потенциал <math>\varphi</math> электрического поля внутри сферы радиуса <math>R</math>, одна половина которой равномерно заряжена с объемной плотностью <math>\rho</math>.</p> <p>4. Однородный двойной электрический слой имеет форму диска радиуса <math>R</math>, расположенного в плоскости <math>XU</math>. Центр диска совпадает с началом координат, а плотность дипольного момента <math>\tau</math> параллельна оси <math>Z</math>. Найти потенциал <math>\varphi</math> и напряженность <math>\mathbf{E}</math> электрического поля на оси <math>Z</math>.</p> <p>5. Используя формулы Родрига для классических ортогональных полиномов, доказать рекуррентные соотношения для полиномов Якоби, Лагерра и Эрмита.</p> <p>6. Используя интегральные представления вырожденных гипергеометрических функций <math>F(\alpha, \gamma, z)</math>, <math>G(\alpha, \gamma, z)</math>, убедиться, что они удовлетворяют уравнению</p> $zu'' + (\gamma - z)u' - \alpha u = 0.$ <p>7. Решить следующие задачи Коши для одномерного уравнения колебаний, используя формулу Даламбера:</p> <p>1) <math>u_{tt} - u_{xx} - e^x = 0, \quad u(x, t = 0) = \sin x,</math>  <math>u_t(x, t = 0) = x + \cos x;</math></p> <p>2) <math>u_{tt} - 9u_{xx} - \sin x = 0, \quad u(x, t = 0) = 1,</math>  <math>u_t(x, t = 0) = 1;</math></p> <p>3) <math>u_{tt} - a^2 u_{xx} - \sin \omega x = 0, \quad u(x, t = 0) = 0,</math>  <math>u_t(x, t = 0) = 0;</math></p>



Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>4) <math>u_{tt} - a^2 u_{xx} - \sin \omega t = 0</math>, <math>u(x, t = 0) = 0</math>,  <math>u_t(x, t = 0) = 0</math>.</p> <p>8. Решить следующие задачи Коши для двумерного уравнения колебаний, используя формулу Пуассона:</p> <p>1) <math>u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} = t \sin y</math>, <math>u(x, y, t = 0) = x^2</math>,  <math>u_t(x, y, t = 0) = \sin y</math>;</p> <p>2) <math>u_{tt} - 2u_{xx} = 2u_{yy}</math>, <math>u(x, y, t = 0) = 2x^2 - y^2</math>,  <math>u_t(x, y, t = 0) = 2x^2 - y^2</math>.</p> <p>9. Решить задачу о колебании струны <math>0 &lt; x &lt; l</math> с закрепленными концами, если в начальном положении струна находится в покое (<math>u_0 = 0</math>), а начальная скорость задается формулой:</p> $u_1(x) = \begin{cases} A \cos \frac{\pi(x-x_0)}{2\alpha}, & \text{если } x \in [x_0 - \alpha, x_0 + \alpha], \text{ где} \\ 0, & \text{если } x \notin [x_0 - \alpha, x_0 + \alpha]; \end{cases}$ <p>10. Решить следующие смешанные задачи для уравнения колебаний:</p> <p>1) <math>u_{tt} - u_{xx} - x + \pi = 0</math>, <math>u_x(0, t) = 0</math>, <math>u(\pi, t) = 0</math>,  <math>u(x, 0) = \cos \frac{x}{2}</math>, <math>u_t(x, 0) = 0</math>;</p> <p>2) <math>u_{tt} - u_{xx} + 3u - 4 \sin x \sin 2t = 0</math>, <math>u(0, t) = 0</math>, <math>u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0</math>,  <math>u(x, 0) = 0</math>, <math>u_t(x, 0) = \sin 3x</math>.</p> <p>11. Решить смешанные задачи для уравнения теплопроводности:</p> <p>1) <math>u_t = u_{xx} + u + \cos t</math>, <math>u_x(0, t) = 0</math>, <math>u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0</math>,  <math>u(x, 0) = \cos 2x</math>;</p> <p>2) <math>u_t = u_{xx} + u + \sin x</math>, <math>u_x(0, t) = 0</math>, <math>u_x(\pi, t) = 0</math>,  <math>u(x, 0) = \cos x</math>;</p> <p>3) <math>u_t = u_{xx} - 2u_x + u + e^x \sin x - t</math>, <math>u(0, t) = u(\pi, t) = 1 + t</math>,  <math>u(x, 0) = 1 + e^x \sin 2x</math>.</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>12. Найти стационарное распределение температуры <math>u(r, \varphi)</math> внутри бесконечного цилиндра радиуса <math>r_0</math>, если на одной половине поверхности цилиндра (<math>0 &lt; \varphi &lt; \pi</math>), поддерживается температура <math>-T_0</math>, а на другой половине (<math>\pi &lt; \varphi &lt; 2\pi</math>) температура <math>T_0</math>.</p> <p>13. Найти решение краевой задачи для уравнения Пуассона в круге <math>G = \{x^2 + y^2 &lt; r_0^2\}</math>, <math>\Delta u = -Ax</math>, <math>u _{x^2+y^2=r_0^2} = 0</math>.</p> <p>14. Найти потенциал электростатического поля внутри цилиндра <math>G = \{x^2 + y^2 &lt; a^2, 0 &lt; z &lt; h\}</math>, <math>0 &lt; z &lt; h</math>, если на его боковой поверхности поддерживается потенциал <math>u_0 z</math>, где <math>u_0 = \text{const}</math>, а на торцах задано нулевое электрическое поле.</p> <p>15. Бесконечный цилиндр радиуса <math>r_0</math> заряжен равномерно по своей длине. Объемная плотность заряда <math>\rho = \rho_0 \cos \psi</math>, где <math>\psi</math> – полярный угол, а ось <math>z</math> цилиндрической системы координат совпадает с осью цилиндра. Найти потенциал <math>\varphi</math> и напряженность <math>\mathbf{E}</math> электрического поля внутри и снаружи цилиндра.</p> <p>16. Уравнение Фредгольма первого рода имеет ядро <math>\exp[-(x-t)^2]</math>. Показать, что оно имеет решение <math>\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{2^n n!} H_n(x)</math>, где <math>H_n(x)</math> – полиномы Эрмита.</p>

## **Б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Методы математической физики» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

### **Показатели и критерии:**

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Оценка **«неудовлетворительно»** (1 балл) – не предусмотрена.