

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института

И.Ю.Мезин

«5» сентября 2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**МАТЕМАТИКА**

Специальность

**23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства**

Специализация

**Подъемно-транспортные, строительные, дорожные средства и оборудование**

Уровень высшего образования – **специалитет**

Форма обучения

**заочная**

Факультет  
Кафедра  
Курс

*Институт естествознания и сертификации  
Кафедра высшей математики  
1, 2*

Магнитогорск  
2016 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по специальности 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства, утвержденного приказом МОиН РФ №1022 от 11.08.2016 г.


Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры *Высшей математики* «1» сентября 2016 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой  / Е.А. Пузанкова /  
(подпись)

Рабочая программа одобрена методической комиссией *Института естествознания и стандартизации* «5» сентября 2016 г., протокол № 1.

Председатель  / И. Ю. Мезин /  
(подпись)


Согласовано:  
Зав. кафедрой *Горных машин и транспортно-технологических комплексов*

 / А.Д. Кольга /  
(подпись)





Рабочая программа составлена: доцент каф. Высшей математики, к.ф.-м.н.

 / В.В. Шеметова /  
(подпись)

Рецензент: доцент каф. Прикладной математики и информатики, к.ф.-м.н.

 / Л.В. Смирнова /  
(подпись)

**Лист регистрации изменений и дополнений**

№ п/п	Раздел программы	Краткое содержание изменения/дополнения	Дата. № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой
1	8	Актуализация учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины	05.09.2017 протокол №1	
2		Актуализация учебно-методического обеспечения	05.09.2018 протокол №1	
3	8,9	Актуализация сведений о учебно-методическом и материально-техническом обеспечении дисциплины	03.09.2019 протокол №1	
4	8,9	Актуализация сведений о учебно-методическом и материально-техническом обеспечении дисциплины	01.09.2020 протокол №1	

## **1 Цели освоения дисциплины**

Учебная дисциплина «Математика» реализует требования федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 23.05.01 « Наземные транспортно-технологические средства».

Целью математического образования бакалавра является:

- Воспитание достаточно высокой математической культуры;
- Развитие математического мышления;
- Привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

Математическая культура включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке бакалавра, наличие представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений. Приобретаемые знания должны быть достаточными для успешного овладения общенаучными и инженерными дисциплинами на необходимом научном уровне. Требуется развитие умения студентов самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных инженерных задач.

## **2 Место дисциплины в структуре образовательной программы подготовки бакалавра (магистра, специалиста)**

Дисциплина «Математика» входит в математический и естественнонаучный цикл (базовая часть) и относится к числу фундаментальных математических дисциплин, поскольку служит основой для изучения учебных дисциплин как математического и естественнонаучного, так и профессионального цикла.

Для успешного усвоения данной дисциплины необходимо, чтобы обучаемый владел знаниями, умениями и навыками, сформированными в процессе изучения математики в средней школе.

Знания, полученные обучаемыми по дисциплине «Математика», непосредственно используются при изучении дисциплин базового цикла (Физика, Теоретическая механика и др.), а также составят основу для циклов профильных дисциплин (Математическое моделирование систем и процессов и др.).

## **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины «Математика» обучающийся должен обладать следующей компетенцией:

Структурный элемент компетенции	Уровень освоения компетенций			Структурный элемент ОП
	Пороговый уровень	Средний уровень	Высокий уровень	
<b>ОК-1 - способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу</b> <b>ОК-7 - готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала</b>				
Знать	<p>Знания основных определений и понятий таких разделов математики как векторная и линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисления; дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика; численные методы <b>на уровне воспроизведения и объяснения информации.</b></p> <p>Знания основных методов исследований, используемых в математическом анализе, теории вероятностей и математической статистики, векторной и линейной алгебре, аналитической геометрии на уровне воспроизведения и объяснения информации и применения их для решения простых задач математики.</p>	<p><b>Уверенное знание</b> основных определений и понятий не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки применения их для доказательства, решения учебных задач.</p>	<p><b>Высокий уровень</b> знаний основных определений и понятий векторной и линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления; дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; численных методов не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки применения знаний для решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, выходящим за рамки одной дисциплины, а также для оценки и вынесения критических суждений.</p> <p>Высокий уровень знаний основных методов исследования, используемых в математическом анализе, теории вероятностей и математической статистике, векторной и линейной алгебре, аналитической геометрии.</p>	Математика
Уметь	<p>Корректно выражать и аргументированно обосновывать положения предметной области знания. Выделять знания каких понятий требуется для решения тех или иных задач, объяснять и строить типичные модели учебных математических задач, <b>но неуверенное</b> проявление таких умений при решении междис-</p>	<p>Корректно выражать и аргументированно обосновывать положения предметной области знания. Выделять знания каких понятий требуется для решения тех или иных задач, объяснять и строить типичные модели учебных математических и междисциплинарных задач.</p> <p>Обсуждать спо-</p>	<p>Высокие интеллектуальные навыки применения знаний математики в обучении - для решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, выходящим за рамки одной дисциплины, а также для оценки и вынесения критических суждений (например, распознавать эффективное решение</p>	

Структурный элемент компетенции	Уровень освоения компетенций			Структурный элемент ОП
	Пороговый уровень	Средний уровень	Высокий уровень	
	циплинарных задач.	собы эффективного решения.	от неэффективного), для интегрирования имеющихся знаний и наращивания накопленных знаний.	
Владеть	<p>Владение математическим аппаратом и навыками его использования к описанию, анализу, теоретическому и экспериментальному исследованию и моделированию систем, встречающихся в строительном производстве <b>на низком уровне.</b></p> <p>Владение способами демонстрации своих знаний, умения анализировать ситуацию.</p> <p>Владение способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды</p>	<p><b>Владение на среднем уровне</b> практическими умениями и навыками применения основных методов исследования математики в профессиональной области, практическими умениями и навыками их возможного междисциплинарного применения.</p> <p>Владение навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности.</p> <p>Владение способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов.</p> <p>Владение способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды</p>	<p><b>Высокая</b> способность владения математическим аппаратом и навыками его использования к описанию, анализу, теоретическому и экспериментальному исследованию и моделированию систем, встречающихся в строительном производстве, использования его для обучения и профессиональной деятельности.</p> <p>Владение навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности.</p> <p>Владение способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов.</p> <p>Владение способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды.</p>	

#### 4 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 единиц 504 часа:

- Контактная работа 60,3
  - аудиторная работа – 52 часа;
  - внеаудиторная работа – 8,3 часа;
- самостоятельная работа – 422,4 часа;
- контроль – 21,3 часа, в т.ч. на экзамены – 17,4 часа.

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Виды учебной работы, трудоемкость в часах				Предметная консультация (в часах)	Контроль (в часах)	Формы текущего и промежуточного контроля успеваемости	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	практич. занятия	лабор. работы	самост. работа				
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>	1	4	4/2И		40			<b>Контрольная работа №1</b>	
1.1. Элементы линейной алгебры: матрицы, определители, системы и методы их решения	1	2	2		20			КР №1	ОК-1, ОК-7
1.2. Аналитическая геометрия и векторная алгебра	1	2	2/2И		20			КР №1	ОК-1, ОК-7
<b>Раздел 2. Математический анализ</b>	1	6	8/2И		44,5			<b>Контрольная работа №1</b>	
2.1. Функция одной переменной: предел и непрерывность	1	4	4/2И		24			КР №1	ОК-1, ОК-7
2.2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	2	4		20,5			КР №1	ОК-1, ОК-7
<b>Итого по разделам 1-2</b>	1	10	12/4И		84,5		8,7	<b>Контрольные работа №1, экзамен</b>	
<b>Раздел 3. Интегральное исчисление</b>	1	2	2/1И		54			<b>Контрольная работа №2</b>	
3.1. Интегральное исчисление функции одной переменной	1	2	2/1И		54			КР №2	ОК-1, ОК-7
<b>Раздел 4. Дифференциальные уравнения</b>	1	2	2/2И		54			<b>Контрольная работа №2</b>	
4.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений и методы их решения.	1	2	2/2И		54			КР №2	ОК-1, ОК-7
<b>Раздел 5. Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных</b>	1	2	2		54			<b>Контрольная работа №2</b>	
5.1. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	1	1	1		26			КР №2	ОК-1, ОК-7
5.2. Интегральное исчисление функции нескольких переменных	1	1	1		28			КР №2	ОК-1, ОК-7
<b>Раздел 6. Последова-</b>	1	2	2/1И		48,8			<b>Контрольная ра-</b>	

<i>тельность и ряды. Гармонический анализ.</i>								<i>бота №2</i>	
6.1. Числовые и степенные ряды	1	1	1		26			КР№2	ОК-1, ОК-7
6.2. Гармонический анализ: ряды Фурье	1	1	1/1И		22,8			КР№2	ОК-1, ОК-7
<b>Итого по разделам 3-6</b>	<b>1</b>	<b>8</b>	<b>8/4И</b>		<b>210,8</b>	<b>2</b>	<b>8,7</b>	<b>Контрольные работы №2, экзамен</b>	
<b>Раздел 7. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2/1И</b>		<b>61,1</b>			<b>Контрольная работа №3</b>	
7.1. Вероятность случайного события. Случайные величины и их числовые характеристики.	2	2	1		30			КР №3	ОК-1, ОК-7
7.2. Элементы математической статистики	2	2	1/1И		31,1			КР №3	ОК-1, ОК-7
<b>Раздел 8. Основы численных методов</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2/1И</b>		<b>66</b>			<b>Контрольная работа №3</b>	
8.1. Численное дифференцирование и интегрирование	2	2	2/1И		66			КР №3	ОК-1, ОК-7
<b>Итого по разделам 7-8</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>4/2И</b>		<b>127,1</b>	<b>2</b>	<b>3,9</b>	<b>Контрольная работы №3, зачет</b>	
<b>Итого по всем разделам</b>		<b>24</b>	<b>24/10И</b>		<b>422,4</b>	<b>4</b>	<b>21,3</b>	<b>Контрольные работы №№1-3; 2 экзамена 1 зачет</b>	

#### **4.1. Содержание разделов дисциплины**

##### **Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

###### 1.1. Элементы линейной алгебры

Определение матрицы. Частные виды матриц. Операции с матрицами и их свойства. Определитель матрицы. Свойства определителей. Обратимые матрицы. Критерий обратимости матриц. Обратная матрица. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Критерии совместности и определенности систем линейных уравнений. Теорема Крамера для систем линейных.

###### 1.2. Аналитическая геометрия и векторная алгебра

Линейные операции с векторами плоскости (пространства) и их свойства. Базисы плоскости и пространства. Координаты векторов в базисе. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведение векторов. Свойства рассматриваемых операций над векторами. Виды уравнений прямой на плоскости. Вычисление угла между прямыми, определение взаимного расположения точек относительно прямой, вычисление расстояния от точки до прямой, вывод уравнений биссектрис угла. Линии второго порядка на плоскости. Прямая и плоскость в пространстве. Вычисление расстояния от точки до плоскости, нахождение угла между плоскостями, исследование взаимного расположения плоскостей, вычисление угла между прямыми, нахождение угла между прямой и плоскостью, исследование взаимного расположения прямой и плоскости. Поверхности второго порядка.

##### **Раздел 2. Математический анализ**



## 2.1. Функции одной переменной: предел и непрерывность

Действительные числа и их свойства. Понятие окрестности точки. Понятие отображения (функции). Способы задания функций. Обратная функция, сложная функция. Предел функции. Бесконечно большие, бесконечно малые и эквивалентные функции. Простейшие свойства пределов функций. Предел сложной функции. Односторонние пределы. Основные виды неопределенностей. Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва и их классификация.

## 2.2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная функции. Геометрическое и механическое истолкование производной. Дифференцируемость функции, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Связь с непрерывностью. Понятие дифференциала функции. Простейшие свойства производных и дифференциалов. Таблица производных и дифференциалов основных элементарных функций и дифференциал суммы, произведения и частного. Производная и дифференциал сложной функции и обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Механическое истолкование второй производной. Дифференциалы высших порядков сложной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Простейшие формулы приближенного вычисления производных функции. Приложения дифференциального исчисления функций одной действительной переменной при исследовании функций и построении графиков.

## **Раздел 3. Интегральное исчисление**

### 3.1. Интегральное исчисление функции одной переменной

Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.

## **Раздел 4. Дифференциальные уравнения**

### 4.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений и методы их решения

Основные определения. Частное и общее решение. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка. Методы решения простейших дифференциальных уравнений первого порядка. \_Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Линейное однородное уравнение. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Неоднородное линейное уравнение, вид общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и методы их решения.

## **Раздел 5. Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных (ФНП)**

### 5.1. Дифференциальное исчисление ФНП

Частные производные и производная по направлению. Дифференцируемые функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Признак дифференцируемости. Производная сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Условие независимости от порядка дифференцирования. Дифференцирование неявно заданных функций. Понятие об экстремумах функций многих переменных.

### 5.2. Интегральное исчисление ФНП

Двойной интеграл и его основные свойства. Сведение двойного интеграла к по-

вторному интегралу. Замена переменных, переход в двойном интеграле к полярным координатам. Тройной интеграл и его свойства. Сведение тройного интеграла к повторному интегралу. Замена переменных, переход в тройном интеграле к цилиндрическим и сферическим координатам. Криволинейные и поверхностные интегралы.

## **Раздел 6. Последовательности и ряды. Гармонический анализ.**

### **6.1. Числовые и степенные ряды**

Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Сходимость последовательности. Ограниченные и монотонные последовательности. Простейшие свойства пределов последовательностей. Число  $e$ . Числовой ряд. Сходимость и расходимость ряда. Основные свойства числового ряда. Ряды с неотрицательными членами и основные признаки их сходимости. Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства. Основные понятия теории функциональных рядов. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Радиус сходимости. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость суммы степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций. Применение степенных рядов к решению дифференциальных уравнений.

### **6.2. Гармонический анализ: ряды Фурье**

Основные задачи гармонического анализа. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье. Признаки сходимости рядов Фурье.

## **Раздел 7. Теория вероятностей и математическая статистика**

### **7.1. Вероятность случайного события. Случайные величины и их числовые характеристики**

Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Основные понятия теории вероятностей: испытание, событие, вероятность события. Действия над событиями. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Бейеса. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Случайные величины, их виды. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Плотность распределения, свойства.

Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Нормальный закон распределения случайной величины.

Системы случайных величин. Закон распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Зависимость случайных величин.

### **7.2. Элементы математической статистики**

Предмет математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Статистические оценки параметров распределения генеральной совокупности. Статистическая проверка гипотез. Критерий согласия. Критерий Пирсона.

## **Раздел 8. Основы численных методов**

### **8.1. Численное дифференцирование и интегрирование**

Вычисление определенных интегралов приближенно методами прямоугольников, трапеций и Симпсона. Решение поставленной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка численными методами (методом Эйлера) с помощью Excel.

## **5 Образовательные и информационные технологии**

Для успешного освоения дисциплины и формирования компетенций предполагается применение различных образовательных технологий, которые обеспечивают дос-

тижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе, с учетом требований к объему занятий. В их числе работа в команде, проблемное обучение, опережающая самостоятельная работа, использование системы «Интернет-тренажеры в сфере образования» и др.

Основными формами занятий являются лекции, практические занятия, самостоятельные занятия, контрольные работы, консультации. Лекции могут сочетать в себе элементы различных видов лекций: информационной, проблемной, беседы, консультации, визуализации.

Интернет-тренажеры могут использоваться для закрепления знаний и умений учащихся, при подготовке учащихся к промежуточным и итоговым аттестациям, в процедурах контроля качества знаний. Система «Интернет-тренажеры в сфере образования» позволяет применять дистанционные технологии обучения.

## 6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Трудоемкость самостоятельной работы студентов по учебному плану составляет 430 ч.

### 1 курс (302 часа)

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия – 40 ч.</b>			
1. Элементы линейной алгебры: матрицы, определители, системы и методы их решения	«Матрицы, определители. Методы решения систем»	20	КР №1
2. Аналитическая геометрия и векторная алгебра	«Векторы», «Аналитическая геометрия: Кривые и поверхности второго порядка»	20	КР №1
<b>Раздел 2. Математический анализ – 46 ч.</b>			
3. Функция одной переменной (ФООП) – предел и непрерывность	«Предел и непрерывность функции»	24	КР №1
4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	«Производная Исследование функций и построение графиков»	22	КР №1
<b>Раздел 3. Интегральное исчисление ФООП - 54 ч.</b>			
5. Интегральное исчисление функций одной переменной	«Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Приложения»	4	КР №2
<b>Раздел 4. Дифференциальные уравнения – 54 ч.</b>			
6. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ДУ). Системы ДУ и методы их решения	«Дифференциальные уравнения»	54	КР №2
<b>Раздел 5. Дифференциальное и интегральное исчисление ФНП – 54 ч.</b>			
7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	«Функции нескольких переменных»	26	КР №2

ных			
8. Интегральное исчисление функций нескольких переменных	«Функции нескольких переменных»	28	КР №2
<b>Раздел 6. Последовательности и ряды. Гармонический анализ – 54 ч.</b>			
9. Числовые и степенные ряды	«Числовые и степенные ряды и их приложения»	26	КР №2
10. Гармонический анализ. Ряды Фурье	«Ряды Фурье»	28	КР №2
<b>Итого</b>		<b>302</b>	

### 2 курс (128 часов)

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
<b>Раздел 7. Теория вероятностей и математическая статистика – 62ч.</b>			
11. Вероятность случайного события. Случайные величины и их числовые характеристики	«Случайные события Случайные величины и их числовые характеристики»	30	КР № 3
12. Элементы математической статистики	Статистические методы обработки экспериментальных данных. Проверка гипотез	32	КР № 3 Выполнение с использованием Statistica или Excel
<b>Раздел 8. Основы численных методов – 66 ч.</b>			
13. Численное дифференцирование и интегрирование	Приближенные методы интегрирования. Численное решение ДУ первого порядка	66	КР № 3
<b>Итого</b>		<b>128</b>	

Список методических указаний для подготовки и выполнения указанных видов работ см. в разделе 8 рабочей программы.

## 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

### Перечень тем и заданий для подготовки к экзамену

#### 1 семестр

#### Теоретические вопросы

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.
2. Определитель. Определение, свойства определителя.
3. невырожденная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы.
4. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Совместность СЛАУ.
5. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Матричный метод.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Системы линейных однородных уравнений.
8. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
9. Скалярное произведение векторов, его свойства. Приложения скалярного произведения в геометрии, физике.

10. Векторное произведение векторов, его свойства. Приложения векторного произведения.
11. Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения смешанного произведения.
12. Уравнения прямой на плоскости.
13. Уравнения плоскости в пространстве.
14. Уравнения прямой в пространстве.
15. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Угол между ними. Расстояние от точки до прямой, плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости.
16. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.
17. Функция. Способы задания. Область определения. Основные элементарные функции, их свойства, графики.
18. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы.
19. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними. Свойства бесконечно малых функций.
20. Теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей.
21. Замечательные пределы.
22. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и основные теоремы о них. Применение к вычислению пределов.
23. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.
24. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций непрерывных на отрезке.
25. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
26. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке.
27. Производная суммы, разности, произведения, частного функций. Производная сложной и обратной функций.
28. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
29. Производные высших порядков.
30. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах.
31. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
32. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа и Коши.
33. Правило Лопиталю.
34. Условия монотонности функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия экстремума функции.
35. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
36. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.
37. Асимптоты графика функции.

### Практические задания

#### Пример варианта Контрольной работы №1

##### Линейная алгебра

1. Решить матричное уравнение  $X+3(A-B)=4C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Решить системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, матричным методом, методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -3 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

### Векторная алгебра

Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ :  
 $A_1(1;3;6)$ ,  $A_2(2;2;1)$ ,  $A_3(-1;0;1)$ ,  $A_4(-4;6;-3)$ . Найти:

- 1) длину ребра  $A_1A_2$ ;
- 2) угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;
- 3) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ;
- 4) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ;
- 5) объем пирамиды.

### Аналитическая геометрия. Кривые 2-го порядка

1. В треугольнике с вершинами  $A(2,1)$ ,  $B(5,3)$ ,  $C(-6,5)$  найти длину высоты из вершины  $A$ .
2. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки  $M(2,1,-1)$  и  $K(3,3,-1)$ .
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1,0,2)$ ,  $B(-1,2,0)$ ,  $C(3,3,2)$ .
4. Доказать, что прямые параллельны:

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \text{ и } \begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$$

5. Найти угол между прямой, проходящей через точку  $A(-1,0,-5)$  и точку  $B(1,2,0)$ , и плоскостью  $x-3y+z+5=0$ .
6. Определить тип и построить линию:

$$x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$$

$$2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$$

$$y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

### Предел и непрерывность ФОП

1. Найти пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 5}{3x^3 - x + 1}; \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}; \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x); \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x; \lim_{x \rightarrow 0} (1-4x)^{\frac{1}{3x}+7}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{3x} - 1}.$$

2. Исследовать на непрерывность, найти точки разрыва, сделать чертеж:

$$y = 4^{\frac{1}{3-x}}; y = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

### Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Найти производные функций:

$$y = e^{\operatorname{arctg} 3x} + \sqrt{x} \cdot \sin^2 3x;$$

$$y = \sqrt{\frac{2x+1}{x^2}} + 3^{\operatorname{ctg} \frac{x}{5}};$$

$$y = (4x+5)^{\sqrt[5]{x^2}};$$

$$y^2 - x^3 + 10yx = 0.$$

2. Найти дифференциал функции:

$$y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \arcsin^4 5x.$$

3. Найти производные первого и второго порядков:

$$\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln(1-t^2). \end{cases}.$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x + 6 - 3\sqrt[3]{(x+3)^2}$  на отрезке  $[-4; -2]$ .

5. Найти интервалы возрастания, убывания, экстремум функции

$$y = \frac{2x^2}{x^2 + 3}.$$

6. Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}.$$

7. Найти интервалы выпуклости, точки перегиба графика функции

$$y = x \cdot e^{-x^2}$$

8. Провести полное исследование функции и построить график

$$y = \frac{x^2}{1-x^2}.$$

**Критерии оценки** (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения) для сдачи экзамена:

– на оценку **«отлично»** – обучающийся показывает высокий уровень сформированности компетенции ОК-1, ОК-7: смотри «высокий уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы и табл. п.4; т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, оценки и вынесения критических суждений;

– на оценку **«хорошо»** – обучающийся показывает средний уровень сформированности компетенции ОК-1, ОК-7: смотри «средний уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам;

– на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся показывает пороговый уровень сформированности компетенции ОК-1, ОК-7: смотри «пороговый уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;

– на оценку **«неудовлетворительно»** – результат обучения не достигнут студент не может показать уровни сформированности компетенции ОК-1, ОК-7, перечисленные в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, обучающийся не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

### Перечень тем и заданий для подготовки к экзамену

#### 2 семестр

#### Теоретические вопросы

1. Понятие неопределенного интеграла, его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов.

2. Методы интегрирования (замена переменной и интегрирование по частям).
3. Интегрирование квадратных трехчленов. Интегрирование дробно-рациональных функций.
4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Определение определенного интеграла, его свойства, геометрический и физический смысл.
7. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование подстановкой, интегрирование по частям. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
8. Приложения определенного интеграла в геометрии, физике, механике.
9. Несобственные интегралы.
10. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности задачи Коши. Общее решение.
11. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.
12. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли.
13. Уравнение в полных дифференциалах.
14. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Задача Коши. Теорема Коши.
15. Уравнения, допускающие понижения порядка.
16. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка, свойства их решений.
17. Линейно-зависимые и линейно независимые системы функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
18. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
19. Виды частных решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго и  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от корней характеристического уравнения; общее решение.
20. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Структура общего решения.
21. Метод вариации произвольных постоянных решения ЛНДУ высших порядков.
22. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод неопределенных коэффициентов.
23. Определение функции нескольких переменных. Область определения. Замкнутые и открытые области. Способы задания.
24. Частные производные функции нескольких переменных, их геометрический смысл.
25. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
26. Производная сложной функции нескольких переменных. Полная производная.
27. Дифференцирование неявной функции нескольких переменных.
28. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
29. Условный экстремум функции двух переменных.
30. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в ограниченной замкнутой области.



31. Задачи, приводящие к кратным и криволинейным интегралам. Вычисление массы неоднородного тела, центра масс, момента инерции.
32. Криволинейный интеграл, его геометрический смысл и вычисление в декартовых и полярных координатах.
33. Двойной интеграл, его геометрический смысл и вычисление в декартовых и полярных координатах.
34. Тройной интеграл и его вычисление в декартовых, цилиндрических и сферических координатах. Поверхностный интеграл.
35. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства рядов.
36. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
37. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Признаки сравнения. Признак Даламбера.
38. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Радиальный признак Коши. Интегральный признак Коши.
39. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда.
40. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
41. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды.
42. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.
43. Тригонометрические ряды. Определение коэффициентов тригонометрического ряда. Условие разложимости функций в ряд Фурье.
44. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряды Фурье для функции произвольного периода. Разложение в ряд Фурье непериодических функций.

## Практические задания

### Пример варианта Контрольной работы №2

#### Интегральное исчисление ФОП

1. Найти неопределённые интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 + 5x - \sqrt{x} + 2}{x^2} dx, \text{ б) } \int \sin(3x + 1) dx, \text{ в) } \int \frac{5x - 2}{x^2 + 4x + 5} dx, \text{ г) } \int \frac{3x - 4}{\sqrt{x^2 - 6x + 13}} dx,$$

$$\text{д) } \int x \sin(2x) dx, \text{ е) } \int x \arcsin x dx, \text{ ж) } \int \frac{x - 1}{x^3 + 1} dx, \text{ з) } \int \frac{\cos x + 1}{\sin x + \cos x - 2} dx.$$

2. Найти определённые интегралы:

$$\text{а) } \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x} \cos x dx, \text{ б) } \int_1^e \frac{dx}{x(\ln x + 1)}, \text{ в) } \int_1^e x^4 \ln x dx, \text{ г) } \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos x(1 + \cos x)}.$$

3. Найти несобственные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}, \text{ б) } \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}.$$

4. Найти площадь области, заданной линиями в декартовой системе координат:

$$y = x^2 - 1, y = 2x + 2.$$

5. Найти длину кривой, заданной уравнениями:

$$\text{а) } y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}, \text{ б) } y = \begin{cases} 4(2 \cos t - \cos 2t) \\ 4(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi.$$

6. Найти объём тела образованного вращением области  $y = x^3, y = \sqrt{x}$  вокруг оси  $OX$ .

7. Найти криволинейные интегралы по кривым  $L$ , заданным в декартовых или полярных координатах:

$$\text{а) } \int_L y dl, L: y = x^3, 0 \leq x \leq 1, \text{ б) } \int_L z dl, L: x = t \cos t, y = t \sin t, z = t, 0 \leq t \leq 2,$$

$$\text{в) } \int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl, L: r = a \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi.$$

### Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примерах г), д) решить задачу Коши):

$$\text{а) } \sqrt{4 - x^2} y' + xy^2 + x = 0, \text{ б) } 20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx, \text{ в) } y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy},$$

$$\text{г) } \begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}, \text{ д) } \begin{cases} xy' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}, \text{ е) } \frac{y}{x^2} dx - \frac{xy+1}{x} dy = 0.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$\text{а) } y''' x \ln x = y'', \text{ б) } (1 + x^2) y'' + 2xy' = 12x^2.$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения (в примере д) решить задачу Коши):

$$\text{а) } y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5, \text{ б) } y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x,$$

$$\text{в) } y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3 \sin x), \text{ г) } y''' - 64y' = 128 \cos 8x - 64e^{8x}.$$

### Функции нескольких переменных

1. Найти и построить область определения функции  $z = \frac{\ln(x^2 y)}{\sqrt{y-x}}$ .

2. Найти частные производные функции  $z = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{y}{1+x^2}$ .

3. Найти производную сложной функции  $z = x^2 y - y^2 x$ , где  $x = u \cos v$ ;  $y = u \sin v$ .
4. Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  неявной функции  $e^z - x^2 y \sin xyz = 0$ .
5. Найти экстремум функции двух переменных  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ .

### Ряды

1. Доказать сходимость и найти сумму ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$ .

2. Исследовать на сходимость ряды:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^{2n}$ ,

д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)\sqrt{\ln(n+5)}}$ .

3. Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{3n+2}$ .

4. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (2n+1)}$  с точностью до 0.001.

5. Найти область сходимости степенного ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n (x+1)^n}{3n+2}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-3)^{2n}}{\sqrt{2n+1}}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^{2n+1}}{n^2}$ .

6. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням  $x$ :

а)  $(3 + e^{-x})^2$ , б)  $7/(12 + x - x^2)^2$ , в)  $\ln(1 - x - 20x^2)$ .

7. Вычислить интеграл с точностью до 0.001:

а)  $\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$  б)  $\int_0^{0.2} \sin(25x^2) dx$ .

8. Найти приближённо решение задачи Коши в виде отрезка ряда Тейлора по степеням  $x$  с четырьмя ненулевыми коэффициентами:  $\begin{cases} y'' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$ .

### Гармонический анализ. Ряды Фурье

1. Разложить в ряд Фурье функцию, периодическую с периодом  $2\pi$ , заданную на от-

резке  $[-\pi, \pi]$  формулой 
$$f(x) = \begin{cases} x + \pi, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}.$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию, периодическую с периодом 4, заданную на отрез-

ке  $[-2, 2]$  формулой 
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -2 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

3. Разложить а) в ряд по косинусам и б) в ряд по синусам функцию, заданную на

отрезке  $[0, 3]$  формулой 
$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{3-x}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

**Критерии оценки** (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения) для сдачи экзамена:

– на оценку **«отлично»** – обучающийся показывает высокий уровень сформированности компетенции ОК-1, ОК-7: смотри «высокий уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы и табл. п.4; т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, оценки и вынесения критических суждений;

– на оценку **«хорошо»** – обучающийся показывает средний уровень сформированности компетенции ОК-1, ОК-7: смотри «средний уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам;

– на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся показывает пороговый уровень сформированности компетенции ОК-1, ОК-7: смотри «пороговый уровень освоения компетенции» в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;

– на оценку **«неудовлетворительно»** – результат обучения не достигнут студент не может показать уровни сформированности компетенции ОК-1, ОК-7, перечисленные в таблице п. 3 данной программы, т.е. знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, обучающийся не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

### Перечень тем и заданий для подготовки к зачету

#### 3 семестр

#### Теоретические вопросы

1. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
2. Основные понятия теории вероятностей: испытание, событие, вероятность события.
3. Действия над событиями. Алгебра событий.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.

7. Случайные величины, их виды.
8. Ряд распределения.
9. Функция распределения, ее свойства.
10. Плотность распределения, свойства.
11. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
12. Нормальный закон распределения случайной величины.
13. Системы случайных величин. Закон распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Зависимость случайных величин.
14. Предмет математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения.
15. Статистические оценки параметров распределения генеральной совокупности.
16. Статистическая проверка гипотез. Критерий согласия. Критерий Пирсона.

### **Практические задания**

#### **Пример варианта Контрольной работы № 3**

##### **Случайные события**

###### **Задание 1.**

Опыт – извлечение детали из ящика, в котором находятся изделия трех сортов. События:  $A$  – «извлечена деталь первого сорта»;  $B$  — «извлечена деталь второго сорта»;  $C$  – «извлечена деталь третьего сорта». Что представляют собой события  $A + B$ ,  $A + C$ ,  $AC$ ,  $AB + C$  ?

###### **Задание 2.**

Гардеробщица выдала одновременно номерки четырем лицам, сдавшим в гардероб свои шляпы. После этого она перепутала все шляпы и повесила их наугад. Найти вероятности следующих событий:

$A$  – «каждому из четырех лиц гардеробщица выдаст его собственную шляпу»;

$B$  – «ровно три лица получают свои шляпы»;

$C$  – «ровно два лица получают свои шляпы».

###### **Задание 3.**

Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,001. Найти вероятность попадания в цель двух и более пуль, если число выстрелов равно 5000.

###### **Задание 4.**

Вероятность изготовления изделия, отвечающего стандарту при данной технологии равна 0,8. Найти вероятность того, что из 200 изделий стандартными будут: а) ровно 150, б) от 140 до 155, в) не меньше 165.

###### **Задание 5.**

Три автомобиля направлены на перевозку груза. Вероятность исправного состояния первого из них равна 0,7, второго — 0,8, третьего — 0,5. Найти вероятность того, что ровно два автомобиля пригодны к эксплуатации.

##### **Случайные величины**

###### **Задание 1.**

Независимые опыты продолжаются до первого положительного исхода, после чего прекращаются. Найти ряд распределения числа опытов, если вероятность положительного исхода при каждом опыте равна 0,6 .

###### **Задание 2**

Задан ряд распределения случайной величины  $X$ . Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Построить функцию распреде-

ления.

$X$	4	6	10	12
$P$	0.3	0.2	0.2	0.3

**Задание 3.**

Для непрерывной случайной величины задана функция распределения  $F(x)$ . Требуется найти плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Вычислить вероятность того, что отклонение случайной величины от её математического ожидания будет не более среднего квадратического отклонения. Построить график функций.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2x) & , \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & , \quad x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

**Задание 4.**

Для непрерывной случайной величины задана плотность распределения  $f(x)$ . Требуется найти параметр  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ ax^2 & , \quad 0 \leq x < 2 \\ a \cdot (4-x)^2 & , \quad 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & , \quad x > 4 \end{cases}$$

**Задание 5.**

Случайное отклонение размера детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами  $a$  и  $\sigma$ . Стандартными являются те детали, для которых отклонения от номинала лежат в интервале  $(a - \alpha; a + \alpha)$ . Записать формулу плотности распределения и построить график плотности распределения.

Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее  $\beta$  среди них была хотя бы одна стандартная?

$$a = 0; \quad \sigma = 0.05; \quad \alpha = 0.06; \quad \beta = 0.97$$

**Задание 6.**

Закон распределения системы дискретных случайных величин  $(X, Y)$  задан таблицей. Найти коэффициент корреляции  $r_{xy}$  и вероятность попадания случайной величины  $(X, Y)$  в область  $D$ .

$X \backslash Y$	0	2	4	6
0	0.05	0.03	0.06	0.05
2	0.07	0.10	0.20	0.06
4	0.08	0.07	0.09	0.14

$$D = \{0 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq 4\}$$

**Задание 7.**

Задана плотность распределения системы двух случайных величин  $f(x, y)$ . Найти коэффициент  $A$ , коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

$$f(x, y) = \begin{cases} A \cdot (x + y) \cdot e^{-x-y} & \text{в обл. } D \quad 0 \leq x < \infty \\ 0 & \text{вне обл. } D \quad 0 \leq y < \infty \end{cases}$$

**Задание 8.**

Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной

величиной, математическое ожидание которой равно  $3000 \text{ кВт} / \text{ч}$ , а дисперсия равна 2500. оценить вероятность того, что в ближайшие сутки расход электроэнергии в этом населенном пункте будет с 2500 до  $3500 \text{ кВт} / \text{ч}$ .

**Задание 9.**

Дано:  $X, Y$  – случайные величины,  $Y = 3X + 2$ ,  $M(X) = 2$ ,  $D(X) = 4$ .

Найти:  $M(Y)$ ,  $D(Y)$ ,  $k_{xy}$ ,  $r_{xy}$ .

**Задание 10.**

Случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием  $a$  и неизвестной дисперсией  $\sigma^2$ . По выборке  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

объема  $n$  вычислено выборочное среднее  $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$ . Определить доверительный

интервал для неизвестного параметра распределения  $a$ , отвечающий заданной доверительной вероятности  $\alpha$ .

$$\bar{X} = 110; n = 90; \sigma^2 = 100; \alpha = 0.92.$$

**Задание 11.**

Случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение с неизвестными математическим ожиданием  $a$  и дисперсией  $\sigma^2$ . По выборке  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  объема вычис-

лены оценки  $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$  и  $(\sigma^2)^* = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$  неизвестных параметров. Найти

доверительный интервал для математического ожидания  $a$ , отвечающий доверительной вероятности  $\alpha$ .

$$\bar{X} = 2.1; (\sigma^2)^* = 0.5; n = 24; \alpha = 0.98.$$

**Математическая статистика**

Даны выборочные совокупности для двух случайных величин (измеряемых признаков)  $X$  и  $Y$ :

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
23.1	54.2	22.5	52.1	31.8	56.0	18.6	48.1	27.5	60.1
25.2	57.5	27.8	54.1	34.7	59.0	20.3	49.9	24.0	57.0
18.3	49.9	23.3	54.0	34.5	59.9	26.5	54.9	29.1	61.9
35.9	67.9	22.9	51.9	27.5	54.2	27.1	55.6	31.2	62.6
26.2	55.8	26.1	58.8	25.7	53.8	29.0	56.9	34.2	64.2
26.9	54.7	21.2	53.2	24.6	54.7	26.0	54.2	32.8	63.9
30.4	60.4	27.2	58.6	29.8	57.9	25.0	53.1	26.0	59.9
25.9	53.2	23.4	55.9	29.7	54.9	28.9	56.4	34.1	66.2
32.8	60.9	29.8	60.1	27.1	53.7	28.6	55.3	27.0	54.1
26.7	51.0	34.1	63.1	28.2	56.8	27.6	53.0	25.7	53.2
19.7	47.2	32.6	60.8	24.6	51.7	26.5	54.1	25.8	51.7
24.6	54.9	33.9	62.1	25.8	52.0	26.6	53.8	24.6	51.0
31.7	59.0	31.6	56.2	33.4	59.3	28.1	56.9	26.7	52.8
29.7	54.1	26.5	52.6	24.3	52.8	28.2	56.8	25.0	54.1
28.5	53.0	24.6	51.8	29.9	58.2	29.3	58.4	34.1	66.1
25.3	54.7	24.7	54.1	34.1	66.3	28.0	57.8	27.9	54.2
28.7	55.9	26.8	55.6	35.1	66.7	27.1	55.3	26.8	53.1
27.6	58.1	28.9	57.8	30.9	61.0	29.0	58.9	26.0	53.8
27.4	59.2	18.9	49.0	30.7	62.0	26.1	56.3	24.1	51.8
20.6	51.0	19.7	50.2	31.2	61.9	25.5	53.8	23.1	50.0

1. Провести группирование данных. Построить корреляционное поле и корреляционную таблицу. Построить эмпирические распределения составляющих  $X$  и  $Y$ . Найти абсолютные и относительные частоты и накопленные частоты. Начертить полигон и гистограмму частот и накопленных частот.
2. Найти выборочные и исправленные оценки параметров распределения (среднее, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, асимметрия, эксцесс, мода, медиана, коэффициент вариации).
3. Провести статистическую проверку статистической гипотезы о нормальном распределении измеряемого признака по следующим критериям: а) среднему квадратичному отклонению, б) размаху варьирования, в) показателям исправленных асимметрии и эксцесса, г) критерию Пирсона  $\chi^2$  (уровень значимости принять равным 0.05). В случае принятия гипотезы о нормальности распределения найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при уровне надёжности 0.95.
4. Найти и записать в корреляционную таблицу условные средние. На корреляционном поле построить линии регрессии. Найти исправленный корреляционный момент и коэффициент корреляции. Проверить гипотезу о независимости признаков  $X$  и  $Y$  (уровень значимости принять равным 0.05). Рассчитать коэффициенты линейной регрессии ( $X$  на  $Y$  или  $Y$  на  $X$ ). Проверить значимость уравнения регрессии. Найти доверительные интервалы для коэффициентов корреляции и линейной регрессии (при уровне надёжности 0.95).

### Численное дифференцирование и интегрирование

**Задание 12.** Вычислить определенные интегралы приближенно методами прямоугольников, трапеций и Симпсона:  $\int_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{1+2x^2}}$ ;  $\int_{1,2}^2 \frac{\lg(x+2)}{x} dx$

**Численное решение дифференциальных уравнений первого порядка** Решение поставленной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка численными методами (методом Эйлера) с помощью Excel – 2 ч.

Методические указания. Пусть дано уравнение  $y' = f(x, y)$  (1) с начальным условием  $y(x_0) = y_0$  (2). Выбрав достаточно малый шаг  $h$ , построим систему равноотстоящих точек  $x_i = x_0 + h \cdot i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ).

Вместо искомой интерполяционной кривой на отрезке  $[x_0; x_1]$  рассмотрим отрезок касательной  $L_1$  к ней в точке  $(x_0; y_0)$  с уравнением  $y = y_0 + f(x_0; y_0) \cdot (x - x_0)$ .

При  $x = x_1$  из уравнения для  $L_1$  получаем:

$$y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0; y_0), \text{ откуда } \Delta y_0 = h \cdot f(x_0; y_0).$$

Аналогично, проводя касательную  $L_2$  и некоторой интегральной кривой семейства в точке  $(x_1; y_1)$ , получим:  $y = y_1 + f(x_1; y_1)(x - x_1)$ ,

что при  $x = x_2$  дает  $y_2 = y_1 + f(x_1; y_1)(x_2 - x_1) = y_1 + h \cdot f(x_1; y_1)$ .

Таким образом, полученные таблицы значений искомой функции по методу Эйлера заключаются в циклическом применении формул:

$$\Delta y_k = hf(x_k; y_k), \quad y_{k+1} = y_k + \Delta y_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

### Примерный вариант задания



**Решить задачу Коши на отрезке  $[0; 1]$  методом Эйлера:**

$$y' = 1 + 0,2y \sin x - y^2, \quad y(0) = 0.$$

**Критерии оценки** (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения):

- для сдачи зачета обучающийся показывает высокий, средний или пороговый уровни сформированности компетенции ОК-1, ОК-7; т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;
- зачет **не сдан**, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Шипачев В. С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 479 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-101787-6. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/990716>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Математика: учеб. пособие / Ю.М. Данилов, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева ; под ред. Л.Н. Журбенко, Г.А. Никоновой. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102130-9. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/989799>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Матвеев В.И., - 2-е изд. - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011793-5. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/370899>.— Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102288-7. – Текст: электронный. – URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/989802>.— Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Шипачев В. С. Задачник по высшей математике: учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 10-е изд., стереотип. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 304 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-101831-6. – Текст: электронный. – URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/1042456>

### **в) методические указания**

1. Абрамова, И.М. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии: Методические указания для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2008. – 16 с.
2. Акманова, З.С. Неопределенный интеграл: Тетрадь-конспект – МГТУ, 2008. – 23 с.
3. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. – 19 с.
4. Горячева, Н.А. Теория функций комплексного переменного: Методические указания и варианты индивидуальных заданий для студентов всех специальностей — Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 28 с.

5. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методические указания для студентов – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 12 с.
6. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.
7. Гугина Е.М. Лабораторный практикум по статистике с применением EXCEL: Метод. указ. для лабораторных работ по математической статистике.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009 – 40 с.
8. Изосов А.В. Гармонический анализ: Методические указания и варианты заданий для самостоятельной работы и контроля знаний студентов. – МГТУ, 2009. – 24 с.
9. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.
10. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.
11. Маяченко Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 20 с.
12. Савушкина Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. – 17 с.

#### г) Электронные ресурсы:

1. Акманова З. С. Неопределенный интеграл: от теории к практике [Электронный ресурс]: учебное пособие / З. С. Акманова ; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2015. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1304.pdf&show=dcatalogues/1/123520/1304.pdf&view=true>. – Макрообъект. – Сведения доступны также на CD-ROM.
2. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: практикум / Т. Г. Кузина, О. С. Андросенко, Т. В. Морозова, О. В. Петрова; МГТУ. – Магнитогорск, 2010. – 114 с. : ил., табл. – URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=313.pdf&show=dcatalogues/1/1068918/313.pdf&view=true>. - Макрообъект.
3. Анисимов А. Л. Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. Л. Анисимов, Т. А. Бондаренко, Г. А. Каменева ; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3361.pdf&show=dcatalogues/1/1139107/3361.pdf&view=true>. - Макрообъект. - ISBN 978-5-9967-1000-3.
4. Бондаренко Т. А. Интегральное исчисление функции одной переменной [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. А. Бондаренко ; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3342.pdf&show=dcatalogues/1/1138511/3342.pdf&view=true>. - Макрообъект. - ISBN 978-5-59967-1001-0.
5. Булычева С. В. Математика: пределы и непрерывность функции одной переменной. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие / С. В. Булычева; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3338.pdf&show=dcatalogues/1/1138500/3338.pdf&view=true>. - Макрообъект. - ISBN 978-5-59967-1002-7.
6. Быкова М. В. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. В. Быкова, Н. А. Квасова, Н. И. Кимайкина. - Магнитогорск: МГТУ, 2012. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1045.pdf&show=dcatalogues/1/119343/1045.pdf&view=true>. - Макрообъект.

7. Изосова Л. А. Основы математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие. Ч. 1. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / Л. А. Изосова, Л. А. Грачева ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2015. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1400.pdf&show=dcatalogues/1/123913/1400.pdf&view=true>. - Макрообъект.

8. Коротецкая В. А. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. А. Коротецкая, Ю. А. Извеков ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2015. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1164.pdf&show=dcatalogues/1/121202/1164.pdf&view=true>. - Макрообъект.

9. Теория вероятностей и математическая статистика: электронное учебное пособие и практикум с лабораторными работами [Электронный ресурс] / А. В. Изосов, Л. А. Изосова, Л. А. Грачева, Е. М. Гугина. - Магнитогорск : МГТУ, 2013. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=931.pdf&show=dcatalogues/1/118948/931.pdf&view=true>. - Макрообъект.

#### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1.

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7	Д-1227 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно

2. информационные сети Интернет:

1) Российская государственная библиотека [Электронный ресурс] / Центр информ. Технологий РГБ; ред. Власенко Т.В., Web мастер Козлова Н.В. – Электрон. Дан. – М.: Рос. Гос. б-ка, 1997. URL:<http://www.rsl.ru/>, свободный.– Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

2) Российская национальная библиотека. [Электронный ресурс] / –URL: <http://www.nlr.ru> . Яз.рус.

3) Государственная публичная научно-техническая библиотека России [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://www.gpntb.ru> , свободный.– Загл. с экрана. Яз.рус .

4) Public.Ru - публичная интернет-библиотека URL:<http://www.public.ru/> .

5) Студенческая библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://studlib.com> , свободный.– Загл. с экрана. Яз. рус., англ.

6) Компьютерра: все новости про компьютеры, железо, новые технологии, информационные технологии [Электронный ресурс]. – Периодическое электронное Интернет-издание – Режим доступа: <https://www.computerra.ru/> – Загл. с экрана. Яз. рус.

7) Система «Интернет-тренажеры в сфере образования» на сайте [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru).

#### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации
Учебные аудитории для прове-	Доска, мультимедийный проектор, экран

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
<p>дения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p>	<p>Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей</p>
<p>Помещения для самостоятельной работы учащихся</p>	<p>Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета</p>
<p>Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования</p>	<p>Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий</p>