

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### *АЛГОРИТМЫ И ТЕОРИЯ СЛОЖНОСТИ*

Направление подготовки  
09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Профиль программы  
Программное обеспечение средств вычислительной техники и  
автоматизированных систем

Уровень высшего образования – бакалавриат

Программа подготовки – академический бакалавриат

Форма обучения  
Заочная

Институт  
Кафедра  
Курс

*энергетики и автоматизированных систем  
вычислительной техники и программирования*  
4

Магнитогорск  
2017 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, утвержденного приказом МО и Н РФ от 12.01.2016 № 5.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры вычислительной техники и программирования « 26 » сентября 2017 г., протокол № 2.

Зав. кафедрой  / О.С. Логунова/

Рабочая программа одобрена методической комиссией института энергетики и автоматизированных систем « 27 » сентября 2017 г., протокол № 2.

Председатель  / С.И. Лукьянов/


Рабочая программа составлена:

доцентом кафедры ВТиП, к.п.н.

 / М.М. Гладышева/

Рецензент:

начальник отдела инновационных разработок ЗАО «КонсОмСКС», канд. техн. наук

 / А.Н. Панов/

## Лист актуализации рабочей программы


---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2017-2018 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от 26 09 2017 г. № 2  
Зав. кафедрой  О.С. Логунова

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2018 - 2019 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от 5 09 2018 г. № 1  
Зав. кафедрой  О.С. Логунова


---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2019 - 2020 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от 19 09 2019 г. № 5  
Зав. кафедрой  О.С. Логунова

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2020 - 2021 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от 19 09 2020 г. № 5  
Зав. кафедрой  О.С. Логунова

## 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Алгоритмы и теория сложности» является ознакомление студентов с базовыми понятиями теории алгоритмов, формирование представлений о вычислительной сложности алгоритмов и их использовании для решения прикладных задач.

Для достижения поставленной цели в курсе «Алгоритмы и теория сложности» решаются задачи:

- изучение основных положений теории алгоритмов;
- изучение и исследование представлений понятия «алгоритм» с помощью различных математических моделей (детерминированная машина Тьюринга, вычислимая функция);
- подсчёт вычислительной сложности алгоритмов, классификация задач по степени вычислительной сложности;
- освоение точных, приближённых и эвристических методов решения NP-трудных задач.

## 2 Место дисциплины в структуре образовательной программы подготовки бакалавра

Дисциплина входит в вариативную часть блока 1 образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения следующих курсов: информатика, прикладное программирование, математическая логика, структуры и модели данных, алгоритмы на сетях и графах, численные методы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплины «Теория языков программирования». При изучении этой дисциплины понадобится знание тезисов Тьюринга и Чёрча, классификации языков программирования по математической модели алгоритма (детерминированная машина Тьюринга, вычислимая функция, исчисление предикатов), U-машины (универсальный интерпретатор), архитектуры фон Неймана (принцип хранимой, модифицируемой исполняемой программы).

Умения и владения, полученные при изучении дисциплины «Алгоритмы и теория сложности», позволят обучающимся определять класс сложности своей задачи и грамотно делать её математическую постановку при выполнении выпускной квалификационной работы в её алгоритмической части.

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Алгоритмы и теория сложности» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
<b>ПК-1 Способностью разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных и модели интерфейсов "человек - электронно-вычислительная машина"</b>	
Знать	основные математические модели алгоритма; определение детерминированной и недетерминированной машины Тьюринга; примитивно-рекурсивные и частично-рекурсивные функции; классификацию задач по степени сложности; классификацию языков программирования согласно математическим мо-

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
	делям алгоритма.
Уметь	<p>строить детерминированные машины Тьюринга для решения модельных задач;</p> <p>определять принадлежность модельной задачи к классу E, NP, P;</p> <p>определять, является ли модельная задача NP-полной;</p> <p>определять размерность задачи;</p> <p>определять вычислительную сложность алгоритма.</p>
Владеть	навыком разработки и анализа рекурсивных алгоритмов.
<b>ПК-2 Способностью разрабатывать компоненты аппаратно-программных комплексов и баз данных, используя современные инструментальные средства и технологии программирования</b>	
Знать	<p>Формулировки модельных NP-полных задач;</p> <p>универсальные точные алгоритмы для решения NP-полных задач;</p> <p>приближенные алгоритмы для некоторых модельных NP-полных задач;</p> <p>определения абсолютной и относительной погрешности приближённого алгоритма.</p>
Уметь	<p>решать NP-полные задачи точными алгоритмами;</p> <p>решать NP-полные задачи приближёнными алгоритмами;</p> <p>строить бесконечные серии «плохих» примеров и определять нижние оценки погрешности приближённого алгоритма.</p>
Владеть	<p>навыком реализации алгоритмов на языке программирования, поддерживающем рекурсию;</p> <p>навыком тестирования и отладки программы.</p>

#### 4 Структура и содержание дисциплины (модуля) (для очной формы обучения)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 академических часов, в том числе:

- контактная работа – 6 академических часов:
  - аудиторная – 6 академических часов;
  - самостоятельная работа – 98 академических часов;
- подготовка к зачёту – 4 академических часа

Раздел/ тема Дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в академических часах)			Самостоятельная ра- бота (в академических часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
1. Математические модели представле- ния алгоритма	4							
1.1. Детерминированная машина Тьюринга (ДМТ): «чёрный ящик» и структурная схема. Универсальная ма- шина Тьюринга (универсальный интер- претатор). Алгоритмически неразрешимые проблемы. Проблема остановки ма- шины Тьюринга. Тезис Тьюринга	4	0,5	0,5(0,5И)		10	1. Подготовка к лабораторно- му занятию, работа с элек- тронным учебником 2. Выполнение лабораторной работы 3. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	1. <i>Беседа - обсуждение</i> 2. <i>Проверка индивидуаль- ных заданий</i> 3. <i>Устный опрос.</i>	ПК-1 – зுவ
1.2 Примитивно-рекурсивные функции. Вычислимые функции. Тезис Чёрча. Эк- вивалентность детерминированной ма- шины Тьюринга и вычислимой функции.	4	–	0,5(0,5И)		20	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литерату- ры, работа с электронным учебником.	1. <i>Беседа - обсуждение</i> 2. <i>Устный опрос.</i>	ПК-1 – зுவ
Итого по разделу	4	<b>0,5</b>	<b>1(1И)</b>		<b>30</b>		<b>Проверка индивидуальных заданий</b>	
2. Теория сложности	4							

Раздел/ тема Дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная ра- бота (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
2.1 Определение вычислительной сложности алгоритма как число шагов ДМТ. Недетерминированная машина Тьюринга. Определение вычислительной сложности алгоритма как число шагов НДМТ. Классификация алгоритмов по степени вычислительной сложности. Классы P, NP, E	4	–	–		20	1. Работа с электронным учебником. 2. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы		ПК-1 – зுவ
2.2 Определение полиномиальной сводимости. Класс NP-полных задач, эквивалентность NP-полных задач. Доказательство NP-полноты методом сужения. Задачи NP-трудные в сильном смысле. NP-полные задачи, решаемые за псевдополиномиальное время	4	–	0,5(0,5И)		10	1. Подготовка к лабораторным занятиям, работа с электронным учебником. 2. Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	1. <i>Беседа - обсуждение</i> 2. <i>Устный опрос.</i>	ПК-1 – зுவ ПК-2 – зுவ
Итого по разделу		–	<b>0,5(0,5И)</b>		<b>30</b>		<i>Устный опрос</i>	
<b>3. Методы решения NP-полных задач</b>								
3.1 Точные методы решения NP-полных задач. Общая схема алгоритма с возвратом. Задача «Сумма размеров». Задача о рюкзаке. Задача об упаковке в контейнеры.	4	1	2(0,5И)		16	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы, работа с электронным учебником	1. <i>Беседа – обсуждение.</i> 2. <i>Устный опрос.</i>	ПК-2 – зுவ
3.2 Приближённые методы решения NP-полных задач. Задача об упаковке в кон-	4	0,5	0,5		22	1. Самостоятельное изучение учебной и научной литерату-	1. <i>Беседа – обсуждение.</i> 2. <i>Устный опрос.</i>	ПК-2 – зுவ

Раздел/ тема Дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная ра- бота (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
тейнеры. FF и FFD-алгоритмы. Абсолютная и относительная погрешность приближённого решения. Верхние и нижние оценки погрешности приближённых алгоритмов						ры, работа с электронным учебником. 2. Выполнение контрольной работы.	3. Проверка контрольной работы.	
Итого по разделу		<b>1,5</b>	<b>2,5(0,5И)</b>		<b>38</b>		<b>Проверка контрольной работы</b>	
<b>Итого за семестр</b>		<b>2</b>	<b>4(2И)</b>		<b>98</b>		<b>Зачёт</b>	
<b>Итого по дисциплине</b>		<b>2</b>	<b>4(2И)</b>		<b>98</b>		<b>Зачёт</b>	



## **5 Образовательные и информационные технологии**

1. **Традиционные образовательные технологии**, ориентированные на организацию образовательного процесса и предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к аспиранту.

### **Формы учебных занятий с использованием традиционных технологий:**

Информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами (монолог преподавателя).

Лабораторная работа – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

2. **Технологии проблемного обучения** – организация образовательного процесса, которая предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности аспирантов.

3. **Интерактивные технологии** – организация образовательного процесса, которая предполагает активное и нелинейное взаимодействие всех участников, достижение на этой основе лично значимого для них образовательного результата.

### **Формы учебных занятий с использованием специализированных интерактивных технологий:**

Лекция «обратной связи» – лекция–провокация (изложение материала с заранее запланированными ошибками), лекция-беседа, лекция-дискуссия, лекция-прессконференция.

4. **Информационно-коммуникационные образовательные технологии** – организация образовательного процесса, основанная на применении программных сред и технических средств работы с знаниями в различных предметных областях.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

### *Перечень теоретических вопросов для подготовки к зачету*

1. Понятие алгоритма. Математические модели алгоритма. Классификация языков программирования по математической модели алгоритма.
2. Детерминированная машина Тьюринга (ДМТ): «чёрный ящик» и структурная схема.
3. Универсальная машина Тьюринга (универсальный интерпретатор). Архитектура фон Неймана.
4. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Проблема останковки машины Тьюринга.
5. Тезис Тьюринга.
6. Примитивно-рекурсивные функции.
7. Доказательство примитивной рекурсивности арифметических операций.
8. Частично-рекурсивные функции.
9. Тезис Чёрча.
10. Эквивалентность моделей ДМТ и вычислимой функции.
11. Понятие вычислительной сложности алгоритма как числа шагов детерминированной машины Тьюринга.
12. Недетерминированная машина Тьюринга (НДМТ).
13. Понятие вычислительной сложности алгоритма как числа шагов недетерминированной машины Тьюринга.
14. Классификация алгоритмов и задач по вычислительной сложности.
15. Класс P.
16. Класс NP.
17. Класс E.
18. Определение полиномиальной сводимости.
19. Класс NP-полных задач.
20. Эквивалентность NP-полных задач.
21. Доказательство NP-полноты задачи методом сужения.
22. Точные методы решения NP-полных задач.

23. Общая схема алгоритма с возвратом.
24. Общая схема алгоритма с возвратом. Отсечение повторяющихся решений. Генерация решений в лексикографическом порядке.
25. Модификация общей схемы для решения задач на минимум.
26. Модификация общей схемы для решения задач на максимум. Принцип включения-исключения.
27. Понятие задачи оптимизации. Решение NP-полных задач оптимизации приближёнными алгоритмами.
28. Понятие абсолютной погрешности приближённого решения задачи оптимизации.
29. Понятие относительной погрешности приближённого решения задачи оптимизации.
30. Верхние и нижние оценки погрешности приближённых алгоритмов.
31. Приближённые алгоритмы для задачи «Упаковка в контейнеры». FF-алгоритм. FFD-алгоритм.

### *Перечень индивидуальных заданий по ДМТ*

1. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для детерминированной машины Тьюринга, которая заменяет исходный 0 на 1, а исходную 1 на 0.
2. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для детерминированной машины Тьюринга, которая заменяет каждый второй исходный 0 на 1, а каждую исходную 1 на 0.
3. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для детерминированной машины Тьюринга, которая заменяет каждый исходный 0 на 1, а каждую вторую исходную 1 на 0.
4. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для детерминированной машины Тьюринга, которая заменяет каждый второй исходный 0 на 1, а каждую вторую исходную 1 на 0.
5. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая заменяет каждый исходный третий 0 на 1.
6. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая заменяет каждую исходную третью 1 на 0.
7. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая заменяет второй исходный 0 на 1 и каждую исходную 1 на 0.
8. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая заменяет третий исходный 0 на 1 и каждую исходную 1 на 0.
9. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая заменяет каждый исходный 0 на 1 и вторую исходную 1 на 0.
10. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая заменяет каждый исходный 0 на 1 и третью исходную 1 на 0.
11. На ленте записано слово из 0 и 1. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая заменяет исходный второй 0 на 1 и исходную вторую 1 на 0.
12. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 3) - 1$ .
13. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 3) + 1$ .
14. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 4) - 1$ .
15. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 4) - 2$ .

16. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 4) + 1$ .
17. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 4) + 2$ .
18. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 5) - 1$ .
19. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 5) - 2$ .
20. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 5) - 3$ .
21. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 5) + 1$ .
22. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 5) + 2$ .
23. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \bmod 5) + 3$ .
24. На ленте машины Тьюринга записано число  $x$  в унарном коде. Составить систему команд и диаграмму переходов для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию  $f(x) = (x \operatorname{div} 2) - 1$ .

### СПИСОК МОДЕЛЬНЫХ NP-ПОЛНЫХ ЗАДАЧ

Многие задачи из этого списка допускает две возможных постановки:

- задача оптимизации;
- задача распознавания.

В качестве примера рассмотрим задачу о коммивояжере.

Оптимизационная постановка выглядит так:

**УСЛОВИЕ.** Заданы конечное множество  $S$  городов, целые положительные расстояния  $d(c_1, c_2)$  для каждой пары городов  $c_1, c_2$ .

**ВОПРОС ОПТИМИЗАЦИИ.** Найти маршрут минимальной длины, проходящий через все города и возвращающийся в исходный пункт.

Чтобы получить теперь задачу распознавания, введем дополнительный параметр – числовую границу  $B$ .

**ВОПРОС РАСПОЗНАВАНИЯ.** Существует ли маршрут, проходящий через все города, длина которого не превосходит  $B$ , где  $B$  – целое положительное число? (Если решается задача на максимум, то условие «не превосходит  $B$ » заменяется условием «не меньше  $B$ ».)

Традиционно к NP-полным задачам относятся задачи распознавания, однако соответствующие им задачи оптимизации эквивалентны им по сложности, поэтому при формулировке задач можно использовать любую постановку.

### 1. РАСКРАШИВАЕМОСТЬ ГРАФА (ХРОМАТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО)

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ , где  $|V|$  – число вершин графа.

**ВОПРОС.** Верно ли, что граф  $K$ -раскрашиваем? (Граф называется  $K$ -раскрашиваемым, если его вершины можно раскрасить в  $K$  цветов так, чтобы любые две соседние вершины были окрашены в различные цвета).

### 2. КЛИКА

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Верно ли, что граф  $G$  содержит клику размера не менее  $K$ ?

(Существует ли подграф графа  $G$  такой, что число вершин в нем не меньше  $K$  и любые две вершины соединены ребром?)

### 3. ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Имеется ли в графе вершинное покрытие не более чем из  $K$  элементов? (Имеется ли такое подмножество вершин  $V' \subseteq V$  мощности не более  $K$ , что для любого ребра  $(u-v) \in E$  хотя бы одна из вершин  $u, v$  принадлежит  $V'$ ?)

### 4. РАЗБИЕНИЕ

**УСЛОВИЕ.** Заданы конечное множество  $A$  и положительный целый вес  $w(a)$  для каждого  $a \in A$ .

**ВОПРОС.** Существует ли подмножество  $A' \subseteq A$  такое, что суммарный вес элементов, принадлежащих  $A'$ , равен суммарному весу элементов, не принадлежащих  $A'$ ? (Иными словами, можно ли  $A$  разбить на два подмножества, равные по весу?)

### 5. РЮКЗАК

**УСЛОВИЕ.** Задано конечное множество  $A$ , положительные целые веса  $w(a)$ , стоимости  $s(a)$  для каждого  $a \in A$  и общее ограничение на вес  $K$ .

**ВОПРОС.** Найти из всевозможных выборок  $A' \subseteq A$  такую, чтобы суммарный вес входящих в него элементов не превосходил  $K$ , а суммарная стоимость была максимальна.

### 6. РЮКЗАК С КРАТНЫМ ВЫБОРОМ ЭЛЕМЕНТОВ

**УСЛОВИЕ.** Задано конечное множество  $A$ , положительные целые веса  $w(a)$ , стоимости  $s(a)$  для каждого  $a \in A$ , общее ограничение на вес  $K$  и минимальная стоимость  $B$ .

**ВОПРОС.** Можно ли так сопоставить каждому элементу  $a \in A$  целое число  $c(a)$  (кратность), чтобы суммарный вес всех предметов из  $A$  с учетом кратностей не превосходил  $K$ , а суммарная стоимость тех же предметов была не меньше  $B$ ?

### 7. УПАКОВКА В КОНТЕЙНЕРЫ

**УСЛОВИЕ.** Заданы конечное множество  $A$  и размеры  $s(a) \in [0, 1]$  каждого предмета.

**ВОПРОС.** Найти такое разбиение множества  $A$  на непересекающиеся  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , чтобы сумма размеров предметов в каждом  $A_i$  не превосходила 1 и  $k$  было минимальным.

### 8. ДИНАМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАМЯТИ

**УСЛОВИЕ.** Заданы множество элементов данных  $A$ , целые положительные  $s(a)$  – размер каждого элемента,  $r(a)$  – время его поступления,  $d(a)$  – время его жизни, положительное целое число  $D$  – размер области памяти.

**ВОПРОС.** Существует ли для множества данных  $A$  допустимое распределение памяти? Иными словами, существует ли такая функция  $\xi: A \rightarrow \{1, 2, \dots, D\}$ , что для каждого элемента  $a \in A$  интервал  $(\xi(a), \xi(a) + s(a) - 1)$  (т.е. место, занимаемое им в динамической памяти) содержался бы в  $[1, D]$  и в любой фиксированный момент времени  $t_0$  интервалы для данных с  $r(a) \leq t_0 \leq r(a) + d(a)$  не пересекались?

### 9. МНОЖЕСТВО ПРЕДСТАВИТЕЛЕЙ

**УСЛОВИЕ.** Задано семейство  $C$  подмножеств множества  $S$ , положительное целое число  $K$ .

**ВОПРОС.** Содержит ли  $S$  множество представителей для  $C$ , т.е. существует ли в  $S$  подмножество  $S'$  мощности не более  $K$  такое, что  $S'$  содержит, по крайней мере, один элемент из каждого множества семейства  $C$ .

### 10. УПОРЯДОЧЕНИЕ ВНУТРИ ИНТЕРВАЛОВ

**УСЛОВИЕ.** Задано конечное множество заданий  $T$  и для каждого задания  $t \in T$  целое число  $r(t) \geq 0$  – время готовности, целые положительные  $d(t)$  и  $l(t)$  – директивный срок и длительность.

**ВОПРОС.** Существует ли для  $T$  допустимое расписание, т.е. функция  $\xi: T \rightarrow N$  ( $N$  – множество натуральных чисел), сопоставляющая заданию  $t$  момент начала его выполнения  $\xi(t)$ ? (Иными словами, задание  $t$  выполняется с момента времени  $\xi(t)$  до  $\xi(t)+l(t)$ , оно не может быть начато ранее момента  $r(t)$ , должно быть закончено не позднее  $d(t)$ , и временной интервал выполнения одного задания не может перекрываться с интервалом другого).

### 11. МИНИМИЗАЦИЯ ШТРАФА ЗА НЕВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ

**УСЛОВИЕ.** Задано конечное множество заданий  $T$  и для каждого задания  $t \in T$  целые положительные  $d(t)$  – директивный срок,  $l(t)$  – длительность и  $w(t)$  – вес, а также целое положительное число  $K$ .

**ВОПРОС.** Существует ли для  $T$  однопроцессорное расписание такое, что сумма

$$\sum_t (\sigma(t) + l(t) - d(t))w(t),$$
 взятая по тем  $t \in T$ , для которых  $\sigma(t) + l(t) > d(t)$ , не превосходит  $K$ ? (Однопроцессорное расписание – это функция  $\xi: T \rightarrow N$  ( $N$  – множество натуральных чисел), сопоставляющая заданию  $t$  момент начала его выполнения  $\xi(t)$  такое, что задание  $t$  выполняется с момента времени  $\xi(t)$  до  $\xi(t)+l(t)$ , оно должно быть закончено не позднее  $d(t)$ , и временной интервал выполнения одного задания не может перекрываться с интервалом другого).

### 12. МИНИМАКСНОЕ МНОЖЕСТВО ЦЕНТРОВ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , положительный целый вес  $w(v)$  каждой вершины  $v \in V$ , положительная целая длина  $l(e)$  каждого ребра  $e \in E$ ; положительное целое число  $K \leq |V|$  и положительное рациональное число  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли такое множество  $P$  мощности  $K$  «точек на  $G$ » (точка на  $G$  либо вершина графа, либо точка на ребре, где ребро  $e$  рассматривается как прямолинейный отрезок длины  $l(e)$ ), что если  $d(v)$  – длина кратчайшего пути от вершины  $v$  до ближайшей к ней точки из  $P$ , то  $\max\{d(v) \times w(v) : v \in V\} \leq B$  ?

Комментарий. Вариант этой задачи, в котором  $P$  – подмножество вершин, также NP-полон, но если  $K$  фиксировано или  $G$  – дерево, то разрешим за полиномиальное время.

### 13. МНОЖЕСТВО ЦЕНТРОВ С МИНИМАКСНОЙ СУММОЙ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , положительный целый вес  $w(v)$  каждой вершины  $v \in V$ , положительная целая длина  $l(e)$  каждого ребра  $e \in E$ ; положительное целое число  $K \leq |V|$  и положительное рациональное число  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли такое множество  $P$  мощности  $K$  «точек на  $G$ » (точка на  $G$  либо вершина графа, либо точка на ребре, где ребро  $e$  рассматривается как прямолинейный отрезок длины  $l(e)$ ), что если  $d(v)$  – длина кратчайшего пути от вершины  $v$  до ближайшей к

ней точке из  $P$ , то 
$$\sum_{v \in V} d(v) \times w(v) \leq B$$
 ?

Комментарий. Вариант этой задачи, в котором  $P$  – подмножество вершин, также NP-полон, но если  $K$  фиксировано или  $G$  – дерево, то разрешим за полиномиальное время.

### 14. СКОПЛЕНИЯ

**УСЛОВИЕ.** Заданы конечное множество  $X$ , целые положительные расстояния  $d(x, y)$  для каждой пары  $x, y$  элементов из  $X$ , целые положительные  $K$  и  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли такое разбиение множества  $X$  на непересекающиеся  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , что для всех  $x, y \in X_i$   $d(x, y) \leq B$  при  $1 \leq i \leq k$ ?

### 15. СОСТАВЛЕНИЕ УЧЕБНОГО РАСПИСАНИЯ

**УСЛОВИЕ.** Заданы множество  $H$  рабочих часов, множество  $C$  преподавателей, множество  $T$  учебных дисциплин, для каждого преподавателя  $c$  дано подмножество  $A(c)$  из  $H$ , называемое «допустимыми часами преподавателя  $c$ », для каждой дисциплины  $t$  подмножество  $A(t)$  множества  $H$ , называемое «допустимыми часами дисциплины  $t$ », и для каждой пары  $(c, t) \in C \times T$  целое положительное число  $R(c, t)$ , называемое «требуемой нагрузкой».

**ВОПРОС.** Существует ли учебное расписание, обслуживающее все дисциплины? Иными словами, существует ли функция  $f: C \times T \times H \rightarrow \{0, 1\}$  (где  $f(c, t, h) = 1$  означает, что преподаватель  $c$  занимается дисциплиной  $t$  в момент  $h$ ), удовлетворяющая следующим условиям:

$f(c, t, h) = 1$  только тогда, когда  $h \in$  пересечению  $A(c)$  и  $A(t)$ ;

для каждого  $h \in H$  и  $c \in C$  существует не более одного  $t \in T$  такого, что  $f(c, t, h) = 1$ ;

для каждого  $h \in H$  и  $t \in T$  существует не более одного  $c \in C$  такого, что  $f(c, t, h) = 1$ ;

для каждой пары  $(c, t) \in C \times T$  существует ровно  $R(c, t)$  значений  $h$ , для которых  $f(c, t, h) = 1$ .

## 16. МИНИМАЛЬНОЕ ПОКРЫТИЕ

**УСЛОВИЕ.** Задано семейство  $C$  подмножеств конечного множества  $S$  и положительное целое число  $K \leq |C|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли покрытие  $C'$  из  $C$  мощности не более  $K$ ? Иными словами, существует ли в  $C$  такое подмножество  $C'$ , что любой элемент из  $S$  принадлежит, по крайней мере, одному подмножеству из  $C'$ ?

## 17. МИНИМАЛЬНЫЙ НАБОР ТЕСТОВ

**УСЛОВИЕ.** Задано конечное множество  $A$  возможных диагнозов, набор  $C$  подмножеств множества  $A$ , представляющий тесты, и положительное целое число  $J \leq |C|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $C$  поднабор  $C'$  мощности не более  $J$ , такой, что для любой пары  $A_i, A_j$  возможных диагнозов имеется некоторый тест  $c \in C'$ , содержащий ровно один из них?

## 18. САМЫЙ ДЛИННЫЙ ПУТЬ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , целые положительные длины  $l(e)$  для всех ребер, выделенные вершины  $s$  и  $t$  и положительное целое число  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $G$  элементарный путь из  $s$  в  $t$ , имеющий длину не менее  $B$ ?

## 19. НЕЗАВИСИМОЕ МНОЖЕСТВО

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $V$  независимое множество мощности не менее  $K$ ? Иными словами, верно ли, что существует подмножество  $V' \subseteq V$  такое, что  $|V'| \geq K$  и никакие две вершины из  $V'$  не соединены ребром из  $E$ ?

## 20. КУБИЧЕСКИЙ ПОДГРАФ

**УСЛОВИЕ.** Задан граф  $G = \langle V, E \rangle$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $E$  непустое подмножество  $E'$  такое, что в графе  $G' = \langle V, E' \rangle$  любая вершина имеет степень, равную 3 или 0?

## 21. МИНИМАЛЬНЫЙ РАЗРЕЗ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , вес  $w(e)$  каждого ребра  $e \in E$  и положительное целое число  $K$ .

**ВОПРОС.** Существует ли разбиение множества  $V$  на два таких непересекающихся множества  $V_1$  и  $V_2$ , что сумма весов ребер из  $E$ , соединяющих вершины из множеств  $V_1$  и  $V_2$ , не превосходит  $K$ ?

## 22. МИНИМАЛЬНЫЙ РАЗРЕЗ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  с двумя выделенными вершинами  $s$  и  $t$ , вес  $w(e)$  каждого ребра  $e \in E$  и положительные целые числа  $B$  и  $K$  ( $B \leq |V|$ ).

**ВОПРОС.** Существует ли разбиение множества  $V$  на два таких непересекающихся множества  $V_1$  и  $V_2$ , что  $s \in V_1$ ,  $t \in V_2$ ,  $|V_1| \leq B$ ,  $|V_2| \leq B$  и сумма весов ребер из  $E$ , соединяющих вершины из множеств  $V_1$  и  $V_2$ , не превосходит  $K$ ?

### 23. НАДЕЖНОСТЬ СЕТИ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , подмножество  $V' \subseteq V$ , для каждого  $e \in E$  рациональное число  $p(e)$ ,  $0 \leq p(e) \leq 1$  – вероятность неисправности, положительное рациональное число  $q \leq 1$ .

**ВОПРОС.** Верно ли, что с вероятностью, не меньшей  $q$ , любые две вершины из  $V$  соединены хотя бы одним путем, не содержащим неисправных ребер?

### 24. КРАТЧАЙШИЙ ПУТЬ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО ВЕСУ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  с двумя выделенными вершинами  $s$  и  $t$ , целые положительные веса  $w(e)$  и длина  $l(e)$  каждого ребра  $e \in E$  и положительные целые числа  $B$  и  $K$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $G$  элементарный путь из  $s$  в  $t$ , веса не более  $B$  и длины не более  $K$ ?

### 25. СЕЛЬСКИЙ ПОЧТАЛЬОН

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , целая положительная длина  $l(e)$  каждого ребра  $e \in E$ ,  $E'$  – подмножество  $E$  и положительное целое число  $K$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $G$  цикл, включающий каждое ребро из  $E'$  и имеющий длину не более  $K$ ?

### 26. КИТАЙСКИЙ ПОЧТАЛЬОН

**УСЛОВИЕ.** Заданы смешанный граф  $G = \langle V, A, E \rangle$ , где  $A$  – множество ориентированных ребер и  $E$  – множество неориентированных ребер; целая положительная длина  $l(e)$  каждого ребра  $e \in A \cup E$ , и положительное целое число  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $G$  цикл, включающий по крайней мере один раз каждое ребро и имеющий длину не более  $B$  (ориентированные ребра должны входить в цикл только с правильной ориентацией)?

### 27. МИНИМАЛЬНОЕ ПО МОЩНОСТИ МАКСИМАЛЬНОЕ ПАРОСОЧЕТАНИЕ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |E|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $E$  непустое подмножество  $E'$  такое, что  $|E'| \leq K$  и  $E'$  – максимальное паросочетание, т.е. никакие два ребра из  $E'$  не имеют общего конца, а любое ребро из множества  $E - E'$  имеет общий конец с одним из ребер множества  $E'$ ?

### 28. СУММА РАЗМЕРОВ

**УСЛОВИЕ.** Заданы конечное множество  $A$ , положительные целые размеры  $w(a)$  для каждого  $a \in A$  и положительное целое число  $K$ .

**ВОПРОС.** Существует ли такое подмножество  $A'$  множества  $A$ , что сумма размеров его элементов равна  $K$ ?

### 29. ДОМИНИРУЮЩЕЕ МНОЖЕСТВО

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $V$  доминирующее множество мощности не более  $K$ ? Иными словами, верно ли, что существует подмножество  $V' \subseteq V$  такое, что  $|V'| \leq K$  и для любой вершины  $u \in V - V'$  существует такая вершина  $v \in V'$ , что  $u$  и  $v$  соединены ребром из  $E$ ?

### 30. РАЗБИЕНИЕ НА КЛИКИ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Можно ли разбить вершины графа  $G$  на  $k \leq K$  непересекающихся множеств  $V_1, V_2, \dots, V_k$  таких, что для всех  $i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) подграф, индуцированный множеством  $V_i$ , был бы полным?

### 31. РАЗБИЕНИЕ НА ТРЕУГОЛЬНИКИ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  такой, что для некоторого положительного целого числа  $q$ :  $|V| = 3q$ .

**ВОПРОС.** Можно ли разбить вершины графа  $G$  на  $q$  непересекающихся множеств  $V_1, V_2, \dots, V_q$  таких, что каждое содержит ровно 3 вершины и для всех  $i$  ( $1 \leq i \leq q$ ) подграф, индуцированный множеством  $V_i$ , был бы треугольником?

### 32. РАЗБИЕНИЕ НА ЛЕСА

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Можно ли разбить вершины графа  $G$  на  $k \leq K$  непересекающихся множеств  $V_1, V_2, \dots, V_k$  таких, что для всех  $i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) подграф, индуцированный множеством  $V_i$ , не содержит циклов?

### 33. МОНОХРОМАТИЧЕСКИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ .

**ВОПРОС.** Можно ли разбить множество ребер  $E$  на два непересекающихся подмножества  $E_1$  и  $E_2$ , таких, что ни один из графов  $G_1 = \langle V, E_1 \rangle$  или  $G_2 = \langle V, E_2 \rangle$  не содержит треугольника?

### 34. ИНДУЦИРОВАННЫЙ ПУТЬ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $V$  подмножество  $V'$  такое, что  $|V'| \geq K$  и подграф, индуцированный множеством  $V'$ , является элементарным путем на  $|V'|$  вершинах?

### 35. ДВУДОЛЬНЫЙ ПОДГРАФ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |E|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $E$  подмножество  $E'$  мощности не менее  $K$  такое, что  $G' = \langle V, E' \rangle$  – двудольный подграф?

### 36. СВЯЗНЫЙ ПОДГРАФ ОГРАНИЧЕННОЙ СТЕПЕНИ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , неотрицательное целое число  $d \leq |V|$  и положительное целое число  $K \leq |E|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в  $E$  подмножество  $E'$  мощности не менее  $K$  такое, что подграф  $G' = \langle V, E' \rangle$  связан и не имеет вершин степени более  $d$ ?

### 37. ГАМИЛЬТОНОВО ПОПОЛНЕНИЕ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли множество  $E'$ , содержащее множество  $E$  такое, что  $|E' - E| \leq K$ , а граф  $G' = \langle V, E' \rangle$  имеет гамильтонов цикл?

### 38. КАРКАС ОГРАНИЧЕННОГО ДИАМЕТРА

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , вес положительный целый вес  $w(e)$  каждого ребра  $e \in E$  и положительные целые числа  $B$  и  $D \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в графе  $G$  каркас  $T$  такой, что сумма весов ребер из  $T$  не превосходит  $B$  и в  $T$  нет элементарного пути, число ребер которого не превосходит  $D$ ?

### 39. РАСЩЕПЛЕНИЕ МНОЖЕСТВА

**УСЛОВИЕ.** Задан набор  $C$  подмножеств множества  $S$ .

**ВОПРОС.** Существует ли такое разбиение множества  $S$  на два подмножества, что ни одно подмножество из  $C$  не содержится целиком ни в  $S_1$ , ни в  $S_2$ ?

### 40. ЗАДАЧА О P-ЦЕНТРЕ



**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , целый неотрицательный вес  $w(v)$  каждой вершины  $v \in V$ , целая неотрицательная длина  $A(e)$  каждого ребра  $e \in E$ , положительное целое число  $K \leq |V|$  и положительное рациональное число  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли такое множество  $P$  мощности  $K$ , состоящее из точек на  $G$  (точкой на  $G$  называется либо вершина графа  $G$ , либо точка на ребре  $e \in E$ , где  $e$  рассматривается как прямолинейный отрезок длины  $A(e)$ ), что если  $D(v)$  – длина кратчайшего пути от вершины  $v$  до ближайшей к ней точки из  $P$ , то  $\text{Max}\{D(v) \times w(v)\} \leq B$ ?

Комментарий. При  $P \subseteq V$  (выборе центра среди вершин) задача остается NP-полной. Если граф  $G$  – дерево, или  $K$  – фиксировано, то задача разрешима за полиномиальное время.

#### 41. ЗАДАЧА О P-МЕДИАНЕ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , целый неотрицательный вес  $w(v)$  каждой вершины  $v \in V$ , целая неотрицательная длина  $A(e)$  каждого ребра  $e \in E$ , положительное целое число  $K \leq |V|$  и положительное рациональное число  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли такое множество  $P$  мощности  $K$ , состоящее из точек на  $G$  (точкой на  $G$  называется либо вершина графа  $G$ , либо точка на ребре  $e \in E$ , где  $e$  рассматривается как прямолинейный отрезок длины  $A(e)$ ), что если  $D(v)$  – длина кратчайшего пути от вершины  $v$  до ближайшей к ней точки из  $P$ , то

$\text{Max}\{D(v) \times w(v)\} \leq B$ ?

Комментарий. При  $P \subseteq V$  (выборе медианы среди вершин) задача остается NP-полной. Если граф  $G$  – дерево, или  $K$  – фиксировано, то задача разрешима за полиномиальное время.

#### 42. МАКСИМАЛЬНОЕ ЧИСЛО ОГРАНИЧЕННЫХ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПУТЕЙ

**УСЛОВИЕ.** Задан граф  $G = \langle V, E \rangle$  с выделенными вершинами  $s$  и  $t$  и заданы положительные целые числа  $B$  и  $K$  ( $B$  и  $K \leq |V|$ ).

**ВОПРОС.** Верно ли что в  $G$  содержится не менее  $B$  путей из  $s$  в  $t$ , попарно не имеющих общих вершин и включающих не более  $K$  ребер?

#### 43. КАРКАС ОГРАНИЧЕННОЙ СТЕПЕНИ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в графе  $G$  каркас, у которого степени всех вершин не превосходят  $K$ ?

#### 44. КАРКАС С МАКСИМАЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ЛИСТОВ

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  и положительное целое число  $K \leq |V|$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в графе  $G$  каркас, у которого не менее  $K$  вершин степени 1?

#### 45. ДЕРЕВО ШТЕЙНЕРА

**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$ , положительный целый вес  $w(e)$  каждого ребра  $e \in E$ , подмножество  $R$  вершин графа и положительное целое число  $B$ .

**ВОПРОС.** Существует ли в графе  $G$  дерево, содержащее все вершины из  $R$ , что сумма весов ребер этого поддерева не превосходит  $B$ ?

#### 46. МАКСИМАЛЬНОЕ ЧИСЛО ОГРАНИЧЕННЫХ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПУТЕЙ

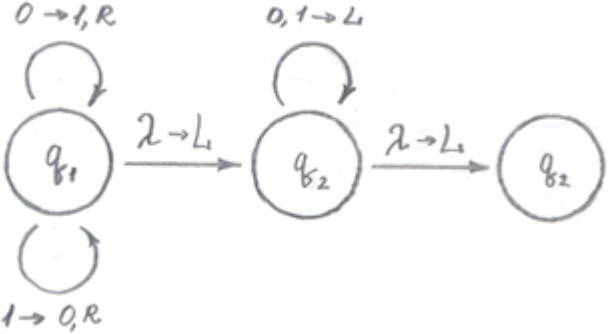
**УСЛОВИЕ.** Заданы граф  $G = \langle V, E \rangle$  с выделенными вершинами  $s$  и  $t$ , а также положительные целые числа  $J$  и  $K$ .

**ВОПРОС.** Верно ли, что в  $G$  содержится не менее  $J$  различных путей из  $s$  в  $t$ , попарно не имеющих общих вершин и включающих не более  $K$  ребер?

## 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
<b>ПК-1 Способностью разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных и модели интерфейсов "человек - электронно-вычислительная машина"</b>		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основные математические модели алгоритма;</li> <li>- определение детерминированной и недетерминированной машины Тьюринга;</li> <li>- примитивно-рекурсивные и частично-рекурсивные функции;</li> <li>- классификацию задач по степени сложности;</li> <li>- классификацию языков программирования согласно математическим моделям алгоритма.</li> </ul>	<p><i>Теоретические вопросы</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие алгоритма. Математические модели алгоритма. Классификация языков про-граммирование по математической модели алгоритма.</li> <li>2. Детерминированная машина Тьюринга (ДМТ): «чёрный ящик» и структурная схема.</li> <li>3. Универсальная машина Тьюринга (универсальный интерперетатор). Архитектура фон Неймана.</li> <li>4. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Проблема остановки машины Тьюринга.</li> <li>5. Тезис Тьюринга.</li> <li>6. Примитивно-рекурсивные функции.</li> <li>7. Доказательство примитивной рекурсивности арифметических операций.</li> <li>8. Частично-рекурсивные функции.</li> <li>9. Тезис Чёрча.</li> <li>10. Эквивалентность моделей ДМТ и вычислимой функции.</li> <li>11. Понятие вычислительной сложности алгоритма как числа шагов детерминированной машины Тьюринга.</li> <li>12. Недетерминированная машина Тьюринга (НДМТ).</li> <li>13. Понятие вычислительной сложности алгоритма как числа шагов недетерминированной машины Тьюринга.</li> <li>14. Классификация алгоритмов и задач по вычислительной сложности.</li> </ol>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>- строить детерминированные машины Тьюринга для решения модельных задач;</li> <li>- определять принадлежность модельной</li> </ul>	<p><i>Практические задания</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. По диаграмме переходов составить систему команд ДМТ. Как она преобразу-</li> </ol>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>задачи к классу E, NP, P;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- определять, является ли модельная задача NP-полной;</li> <li>- определять размерность задачи;</li> <li>- определять вычислительную сложность алгоритма.</li> </ul>	<p><i>ет записанное на ленте слово из нулей и единиц?</i></p>  <p>2. Записать систему команд ДМТ сложения двух чисел и изобразить её граф переходов. Числа записаны на ленте в унарном коде с разделителем-звёздочкой.</p> <p>3. Построить диаграмму переходов машины Тьюринга, вычисляющей логический предикат <math>P(\alpha\text{-чётное})</math>. Число <math>\alpha</math> задано в унарном коде.</p>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>- навыком разработки и анализа рекурсивных алгоритмов.</li> </ul>	<p>Запишите рекурсивный вариант алгоритма с возвратом.</p> <p>Контрольные вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. При выполнении какого условия рекурсия останавливается?</li> <li>2. Перечислите последовательность шагов при реализации «прямого хода».</li> <li>3. Перечислите последовательность шагов возврата.</li> <li>4. Можно ли получить все решения задачи?</li> <li>5. Реализуйте алгоритм с возвратом для решения задачи «Сумма размеров» и получите все наборы суммы с точностью до перестановки слагаемых.</li> <li>6. Как при генерации наборов суммы избавиться от генерации повторяющихся решений?</li> </ol>
<p><b>ПК-2 Способностью разрабатывать компоненты аппаратно-программных комплексов и баз данных, используя современные инструментальные средства и технологии программирования</b></p>		

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>- формулировки модельных NP-полных задач;</li> <li>- универсальные точные алгоритмы для решения NP-полных задач;</li> <li>- приближенные алгоритмы для некоторых модельных NP-полных задач;</li> <li>- определения абсолютной и относительной погрешности приближённого алгоритма.</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Определение полиномиальной сводимости.</i></li> <li>2. <i>Класс NP-полных задач.</i></li> <li>3. <i>Эквивалентность NP-полных задач.</i></li> <li>4. <i>Доказательство NP-полноты задачи методом сужения.</i></li> <li>5. <i>Точные методы решения NP-полных задач.</i></li> <li>6. <i>Общая схема алгоритма с возвратом.</i></li> <li>7. <i>Общая схема алгоритма с возвратом. Отсечение повторяющихся решений. Генерация решений в лексикографическом порядке.</i></li> <li>8. <i>Модификация общей схемы для решения задач на минимум.</i></li> <li>9. <i>Модификация общей схемы для решения задач на максимум. Принцип включения-исключения.</i></li> <li>10. <i>Понятие задачи оптимизации. Решение NP-полных задач оптимизации приближёнными алгоритмами.</i></li> <li>11. <i>Понятие абсолютной погрешности приближённого решения задачи оптимизации.</i></li> <li>12. <i>Понятие относительной погрешности приближённого решения задачи оптимизации.</i></li> <li>13. <i>Верхние и нижние оценки погрешности приближённых алгоритмов.</i></li> <li>14. <i>Приближённые алгоритмы для задачи «Упаковка в контейнеры». FFD-алгоритм. FFD-алгоритм.</i></li> </ol>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>- решать NP-полные задачи точными алгоритмами;</li> <li>- решать NP-полные задачи оптимизации приближёнными алгоритмами;</li> <li>- строить бесконечные серии «плохих» примеров и определять нижние оценки погрешности приближённого алгоритма.</li> </ul>	<p><i>Решить задачу «Упаковка в контейнеры» точным и FFD-алгоритмом. Для FFD-алгоритма найти «плохой» пример, построить бесконечную серию «плохих» примеров, найти относительную погрешность.</i></p> <p><i>Контрольные вопросы:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Назовите целевую функцию и ограничение данной задачи.</i></li> <li>2. <i>Какое условие необходимо проверять при упаковке каждого предмета?</i></li> <li>3. <i>В каком случае необходимо увеличить число использованных контейнеров?</i></li> </ol>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>4. Сколько контейнеров будет заполнено в худшем случае?</p> <p>5. Будет ли однажды упакованный предмет переложен в другой контейнер при упаковке точным алгоритмом? FFD-алгоритмом?</p> <p>6. Какова сложность точного алгоритма? FFD-алгоритма?</p>
Владеть	<p>- навыком реализации алгоритмов на языке программирования, поддерживающем рекурсию;</p> <p>- навыком тестирования и отладки программы.</p>	<p>Запишите рекурсивный вариант алгоритма с возвратом.</p> <p>Контрольные вопросы:</p> <p>1. При выполнении какого условия рекурсия останавливается?</p> <p>2. Перечислите последовательность шагов при реализации «прямого хода».</p> <p>3. Перечислите последовательность шагов возврата.</p> <p>4. Реализуйте алгоритм с возвратом для решения любой модельной NP-полной задачи.</p>

## **б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгоритмы на сетях и графах» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета.

Зачет по дисциплине проводится по результатам отчетности на практических занятиях с опросом в устной форме по этапам выполнения и активного выступления в беседе-обсуждении на лекционных занятиях.

### **Показатели и критерии оценивания зачета:**

– на оценку «зачтено» – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций;

– на оценку «не зачтено» – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Миков, А. Ю. Алгоритмы на сетях и графах : учебное пособие / А. Ю. Миков, С. И. Файнштейн ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2475.pdf&show=dcatalogues/1/1130219/2475.pdf&view=true> (дата обращения: 23.10.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

### **б) Дополнительная литература:**

2. Гданский, Н. И. Основы теории и алгоритмы на графах : учебное пособие / Н. И. Гданский. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 206 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-014386-6. - Текст : электронный. - URL:

<https://znanium.com/catalog/product/978686> (дата обращения: 03.11.2020). – Режим доступа: по подписке.

2. Белов, В. В. Алгоритмы и структуры данных : учебник / В. В. Белов, В. И. Чистякова. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. - 240 с. - (Бакалавриат). - ISBN 978-5-906818-25-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1057212> (дата обращения: 03.11.2020). – Режим доступа: по подписке

### **в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

*Программное обеспечение:* лицензионное программное обеспечение: операционная система; офисные программы; математические пакет, статистические пакеты, установленные на каждом персональном компьютере вычислительного центра ФГБОУ ВПО «МГТУ».

Перечень лицензионного программного обеспечения по ссылке:

<http://sps.vuz.magtu.ru/Shared%20Documents/Forms/AllItems.aspx?RootFolder=%2FShared%20Documents%2F%D0%9F%D0%BE%D0%B4%D0%B3%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B2%D0%BA%D0%B0%20%D0%BA%20%D0%B0%D0%BA%D0%BA%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%B8%202020%2F%D0%A1%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D0%BE%D0%B1%D1%81%D0%BB%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5%202019%D0%B3%2F%D0%9B%D0%B8%D1%86%D0%B5%D0%BD%D0%B7%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5%20%D0%9F%D0%9E&InitialTabId=Ribbon.Document&VisibilityContext=WSSTabPersistence>

Официальные сайты промышленных предприятий и организаций: <http://www.mmk.ru>, <http://www.creditural.ru>, <http://www.magtu.ru>, <http://www.gks.ru> и т.п.; разработчиков программных продуктов: <http://www.statsoft.ru>, <http://www.microsoft.com>, <http://www.ptc.com> и т.п.; сайты лабораторий компьютерной графики <http://graphics.cs.msu.ru> ,

## 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
Лекционная аудитория	Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации
Компьютерный класс	Персональные компьютеры с пакетом Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки	Все классы УИТ и АСУ с персональными компьютерами, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
Аудиторий для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ауд. 282 и классы УИТ и АСУ
Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и наличием доступа в электронную информационно-образовательную среду организации	Классы УИТ и АСУ
Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования	Центр информационных технологий – ауд. 379