



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки

01.03.02 – Прикладная математика и информатика

*шифр наименование направления подготовки (специальности)*

Профиль: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Уровень высшего образования – бакалавриат

Программа подготовки – прикладной бакалавриат

Форма обучения

Очная

Институт

*Естествознания и стандартизации*

Кафедра

*Прикладной математики и информатики*

Курс

*1,2*

Семестр


*1,2,3*

Магнитогорск

2018 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом МОиН РФ от 12.03.15г. № 228.


Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики «\_09\_» \_\_10\_\_ 2018г., протокол № 2.

Зав. кафедрой  / С.И.Кадченко/  
(подпись) (И.О. Фамилия)

Рабочая программа одобрена методической комиссией Института естествознания и стандартизации «29\_» \_\_10\_\_ 2018 г., протокол № \_\_2\_\_.

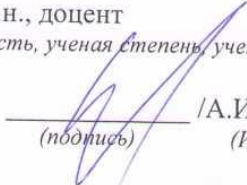
Председатель  / И.Ю.Мезин /  
(подпись) (И.О. Фамилия)

Рабочая программа составлена: доцентом каф. Прикладной математики и информатики, д.ф.-м.н., доцентом



 / В.А.Кузнецовым/  
(подпись) (И.О. Фамилия)

Рецензент:

доцент каф. Высшей математики,  
к.ф.-м.н., доцент  
(должность, ученая степень, ученое звание)

 / А.И.Седов/  
(подпись) (И.О. Фамилия)

**Лист регистрации изменений и дополнений**

№ п/п	Раздел программы	Краткое содержание изменения/дополнения	Дата, № протокола заседания кафедры	Подпись зав. кафедрой
1	8	Актуализация учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины	11.09.2019, протокол 1	
2	8	Актуализация учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины	01.09.2020, протокол 1	

## 1 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ являются формирование профессиональных компетенций, необходимых для изучения основ теории дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, приобретение прочных вычислительных навыков решения задач из всех разделов математического анализа, а также для решения задач из других естественнонаучных курсов учебного плана данного направления.

## 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы подготовки бакалавра (магистра, специалиста)

Дисциплина «Математический анализ» относится к блоку Б.2 базовой части комплекса математических и естественнонаучных дисциплин программы 01.03.02 – «Прикладная математика и информатика», и изучается студентами на 1 и 2 курсах (первый, второй и третий семестры).

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения математики в рамках школьной программы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для успешного изучения дисциплин: «Алгебра и геометрия», «Практикум по математическому анализу», «Дополнительные главы математического анализа», «Физика». Логическим продолжением этих дисциплин являются дисциплины «Комплексный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ».

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины «Математический анализ» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-1: способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	
Знать	- основные понятия математического анализа, их свойства, формулы и теоремы; - формулы и теоремы об основных понятиях и доказательства некоторых из них; - вывод или доказательства формул и теорем об основных понятиях.
Уметь	- применять основные понятия, их свойства, формулы и теоремы при решении простых примеров и задач; - применять основные понятия, их свойства, формулы и теоремы при решении примеров и задач средней сложности; - применять основные понятия, их свойства, формулы и теоремы при решении примеров и задач повышенной сложности;

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками правильного выбора свойств, формул и теорем для решения простых задач;</li> <li>- навыками правильного выбора свойств, формул и теорем для решения задач средней сложности;</li> <li>— навыками правильного выбора свойств, формул и теорем для решения сложных.</li> </ul>

#### 4 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных единиц 504 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 224,4 акад. часов:
  - аудиторная – 212 акад. часов;
  - внеаудиторная – 279,9 акад. часов
- самостоятельная работа – 172,7 акад. часа;
- подготовка к экзаменам – 107,2 акад. Часов.

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
Раздел 1. Общие понятия о функции	1	6		3/1	9			
Тема 1.1. Определение функции. Способы задания функции. Свойства функций: четность, нечетность, периодичность, возрастание, убывание, ограниченность, неограниченность.	1	6		3/1	9	Составление конспекта темы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-1, з, у, в,
<b>Итого по разделу</b>	<b>1</b>	<b>6</b>		<b>3/1</b>	<b>9</b>	<b>Контрольная работа</b>	<b>Контрольная работа</b>	
Раздел 2. Предел функции и ее	1	12		6/2	16,2	Выполнение индивидуального домашнего задания	Проверка индивидуального домашнего задания	ОПК-1, з, у, в,

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
непрерывность								
Тема 2.1. Предел функции. Определение предела функции. Единственность предела функции. Свойства пределов функции. Предел монотонной функции. Предел композиции функций. Сравнение функций в окрестности заданной точки. Замечательные пределы.	1	6		3/1	8,2	Составление конспекта темы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-1, 3, у,в,
Тема 2.2. Непрерывность. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонние пределы и точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	1	6		3/1	8	Составление конспекта темы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-1, 3, у,в,
<b>Итого по разделу</b>	<b>1</b>	<b>12</b>		<b>6/2</b>	<b>16,2</b>	<b>Подготовка к контрольной работе</b>	<b>Контрольная работа</b>	
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной;	1	18		9/3	25	Выполнение домашнего задания по решению задач	Выполнение интернет-теста в домашних условиях	ОПК-1, 3, у,в,
Тема 3.1. Производная и	1	6		3/1	8	Составление конспекта	Проверка конспектов.	ОПК-1, 3, у,в,

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
дифференциал. Определение производной и дифференциала. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Правила нахождения производных. Производная обратной и сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.						темы	Опрос, обсуждение	
Тема 3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциальные теоремы о среднем: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья.	1	6		3/1	8	Составление конспекта темы	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-1, 3, у,в,
Тема 3.3. Исследование функций. Признаки монотонности функций. Локальные экстремумы функций. Выпуклость и точки перегиба графика функции. Асимптоты. Построение графиков функций.		6		3/1	9	Выполнение индивидуального домашнего задания	Проверка индивидуального домашнего задания	ОПК-1, 3, у,в,
<b>Итого по разделу</b>						<b>Подготовка к контрольной работе</b>	<b>Контрольная работа</b>	
<b>За 1-й семестр</b>		<b>36</b>		<b>18/6</b>	<b>50,2</b>		<b>Экзамен</b>	



Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
Раздел 4. Интегральное исчисление функций одной переменной	2	34		34/14	108,3	составление конспектов.	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение.	ОПК-1, 3, у,в,
Тема 4.1. Неопределенный интеграл. Первообразная и её свойства. Неопределённый интеграл. Таблица неопределённых интегралов. Замена переменной в неопределённом интеграле. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.	2	6		6/2	18,3	составление конспектов.	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-1, 3, у,в,
Тема 4.2. Приёмы и методы интегрирования. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Интегралы, не берущиеся в элементарных функциях.	2	6		6/2	18	выполнение индивидуального домашнего задания	Проверка индивидуального домашнего задания	ОПК-1, 3,у

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
Тема 4.3. Определенный интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функций. Свойства интегрируемых функций.	2	6		6/3	18	Подготовка к промежуточному зачету	Промежуточный зачет	ОПК-1, 3, у
Тема 4.4. Основные теоремы интегрального исчисления. Интегральная теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.	2	6		6/3	18	Подготовка к промежуточному зачету	Промежуточный зачет	ОПК-1, 3, у, в,
Тема 4.5. Применение определенного интеграла. Понятие площади и объема. Вычисление площадей. Площадь фигуры в полярных координатах. Вычисление длины кривой. Площадь поверхности вращения. Объем тел вращения. Физические приложения определенного интеграла.		6		4/2	18	Составление конспекта.	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-1, 3, у, в,

Раздел/ тема дисциплины	Семестр			Аудиторная контактная работа (в акад. часах)	Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
	лекции	лаборат. занятия	практич. занятия					
Тема 4.6. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы первого рода. Несобственные интегралы второго рода.		6		4/2	18	Решение задач.	Проверка индивидуального домашнего задания	ОПК-1, 3, у,в,
<b>Итого по разделу</b>		<b>34</b>		<b>34/14</b>	<b>108,3</b>		<b>Контрольная работа</b>	
<b>За 2-й семестр</b>		<b>34</b>		<b>34/14</b>	<b>108,3</b>		<b>Экзамен</b>	
Раздел 5. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных	3	18		27/8	7,2			
Тема 5.1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	3	9		14/4	4	Решение задач.	Проверка домашнего задания	<i>ОПК-1, 3, у,в,</i>
Тема 5.2. Интегральное исчисление функций нескольких переменных	3	9		13/4	3.2	Выполнение индивидуального домашнего задания	Проверка индивидуального домашнего задания	<i>ОПК-1, 3, у,в,</i>
Раздел 6. Ряды	3	18		27/14	7			
Тема 6.1. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов.	3	9		14/7	4			<i>ОПК-1, 3, у,в,</i>

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа (в акад. часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. занятия				
Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов								
Тема 6.2. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды и их свойства. Разложение функций в степенные ряды. Приложения функциональных рядов. Тригонометрические ряды Фурье.	3	9		13/7	3		ОПК-1, з, у, в,	
<b>Итого за 3-й семестр</b>		<b>36</b>		<b>54/22</b>	<b>14,2</b>		<b>Экзамен</b>	
<b>Итого по дисциплине</b>		<b>106</b>		<b>106/42</b>	<b>172,2</b>	<b>Экзамен</b>		

## **5 Образовательные и информационные технологии**

При проведении занятий и организации самостоятельной работы студентов используются:

- Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция объяснение, практические работы, контрольная работа и др.. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студентов в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации

- Интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

## 6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

### Примерный перечень вопросов к экзамену в 1-м семестре

1. Действительные числа.
2. Способы задания и простейшие свойства функции.
3. Числовая последовательность. Монотонные последовательности. Предел последовательности.
4. Теорема о единственности предела последовательности.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Классификация бесконечно малых последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей.
6. Критерий существования предела последовательности на языке бесконечно малых.
7. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного последовательностей.
8. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип стягивающихся сегментов. Предел функции в точке.
9. Геометрическая интерпретация предела функции. Правила нахождения пределов функций. Теорема о пределе промежуточной функции.
10. Первый замечательный предел. Односторонние и бесконечно большие пределы функции.
11. Предел сложной функции. Число "e" и связанные с ним пределы.
12. Определения непрерывности функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Классификация точек разрыва функции и их геометрическая интерпретация.
13. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций.
14. Первая теорема Вейерштрасса.
15. Вторая теорема Вейерштрасса. Первая теорема Больцано-Коши.
16. Вторая теорема Больцано-Коши.
17. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.
18. Физический и геометрический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл и приближенные вычисления с помощью дифференциала.

19. Непрерывность дифференцируемой функции.
20. Производная суммы и разности функций.
21. Производная произведения функций. Производная частного двух функций. Производная сложной функции.
22. Производная обратной функции. Производная параметрически заданной функции.
23. Производная показательной функции. Производная логарифмической функции. Производная степенной функции.
24. Производные тригонометрических функций. Производные обратных тригонометрических функций.
25. Теорема Ролля.
26. Теорема Лагранжа.
27. Вычисление угла между двумя кривыми      Условие постоянства функции в интервале. Условие монотонности функции в интервале.
28. Экстремумы функции и их нахождение. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
29. Теорема Коши. Правило Лопиталю. Производные высших порядков и их приложения.
30. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора.
31. Формулы Тейлора для функций  $y=e^x$ ,  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ ,  $y=\ln(1+x)$

### **Примерный перечень вопросов к экзамену во 2-м семестре**

1. Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Таблица основных неопределенных интегралов.
3. Интегрирование по частям и заменой переменной в неопределенном интеграле.
4. Типовые интегралы.
5. Схема интегрирования рациональных функций.
6. Интегрирование простейших иррациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
9. Аддитивная функция промежутка. Плотность. Суммы Дарбу и Римана. Интеграл Римана. Условия интегрируемости.
10. Свойства определенного интеграла.

11. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
12. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Приближенные вычисления определенного интеграла.
14. Интегрирование по частям и заменой переменной в определенном интеграле.
15. Вычисление площадей плоских фигур.
16. Вычисление объема тела вращения.
17. Вычисление длины дуги.
18. Вычисление момента инерции стержня.
19. Вычисление момента инерции кольца.
20. Вычисление работы переменной силы.
21. Несобственные интегралы.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену в 3-м семестре**

#### **Функции нескольких переменных**

1. Типы множеств точек на плоскости и в пространстве.
2. Свойства функций, непрерывных в точке и на множестве
3. Частные производные функций нескольких переменных и производная функции по направлению.
4. Градиент функции и его свойства
5. Уравнение касательной плоскости к поверхности.
6. Уравнение нормали к поверхности
7. Частные производные второго порядка и их применение
8. Наибольшее и наименьшее значение функции на множестве.
9. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла
10. Определение и свойства двойного интеграла
11. Вычисление двойного интеграла.
12. Приложения двойного интеграла
13. Нахождение координат центра масс плоской неоднородной пластинки
14. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла 1-го рода
15. Свойства и вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
16. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла 2-го рода



17. Свойства и вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.
18. Формула Грина
19. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от формы пути интегрирования.
20. Нахождение первообразной дифференциального выражения с двумя переменными
21. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла 2-го рода
22. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла
23. Свойства и вычисление тройного интеграла
24. Поверхностные интегралы

### **Ряды**

1. Общие понятия о числовом ряде.
22. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда.
23. Свойства сходящихся рядов.
24. Достаточное условие сходимости положительных рядов.
25. Признаки сравнения положительных рядов.
26. Признак Даламбера.
27. Признак Коши.
28. Интегральный признак Меклорена-Коши.
29. Признак Лейбница.
30. Теорема об абсолютно сходящемся ряде
31. Общие понятия о функциональном ряде.
32. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов.
33. Свойства равномерно сходящихся рядов.
34. Теорема Абеля.
35. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
36. Свойства степенных рядов.
37. Ряд Тейлора.
38. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.

## Примерный перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 1-м семестре

### I. ПРЕДЕЛЫ

**Задание 1.** Найти предел числовой последовательности:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 - (3+n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-n)^3 + (4+n)^3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^2 - (4+n)^2}{(5-n)^2 + (5+n)^2}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-3n)^3 + (4+3n)^3}$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-2n)^2 - (3+2n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$$

**Задание 2.** Найти предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x+1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 3x - 2)}{x + x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

**Задание 3.** Найти предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(1 + x))}$$

## II. ПРОИЗВОДНАЯ

**Задание 4.** Найти производную функции:

$$1. y = (x^3 + 4) / x^2$$

$$2. y = (x^2 - x + 1) / (x - 1)$$

$$3. y = 2 / (x^2 + 2x)$$

$$4. y = 4x^2 / (3 + x^2)$$

5.  $y = 12x/(x^2 + 9)$

**Задание 5.** Найти производную функции :

1.  $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$

2.  $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$

3.  $y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}$

4.  $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$

5.  $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$

**Задание 6.** Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой  $x_0$ :

1.  $y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2$

2.  $y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2$

3.  $y = x - x^3, \quad x_0 = -1$

4.  $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \quad x_0 = 4$

5.  $y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1$

**Задание 7.** Вычислить приближенно значение функции в точке  $x$  с помощью дифференциала функции:

1.  $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76$

2.  $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, \quad x = 1,012$

$$3. y = (x + \sqrt{5 - x^2})/2, \quad x = 0,98$$

$$4. y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0,97$$

$$5. y = x^{11}, \quad x = 1,021$$

**Задание 8.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$1. y = 4x^2 + 1, \quad [-2;3]$$

$$2. y = x^3 + 3x, \quad [-4;2]$$

$$3. y = (x+2)^2, \quad [-1;4]$$

$$4. y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad [0;2]$$

$$5. y = x^{11}, \quad [-1;2]$$

**Задание 9.** Построить график функции с помощью производной функции первого порядка :

$$1. y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$$

$$2. y = 3x - x^3$$

$$3. y = x^2(x-2)^2$$

$$4. y = (x^3 - 9x^2)/4 + 6x - 9$$

$$5. y = 2 - 3x^2 - x^3$$

**Задание 10.** Найти производную третьего порядка функции:

$$1. y = \lg(5x+2)$$

$$2. y = 4^{3x+2}$$

$$3. y = \sqrt{x}$$

$$4. y = 7^{5x+2}$$

5.  $y = 4/x$

Перечень практических заданий для подготовки к экзамену во 2-м семестре

### III. ИНТЕГРАЛЫ

Задание № 11. Найти неопределенный интеграл

$$\int (x + 3x^3 - 2) dx$$

$$\int (3x + 3x^{12} - 13x^{31}) dx$$

$$\int (2x + 2x^6 - 5) dx$$

$$\int (23x + 3x^7 - 2x^3) dx$$

$$\int (x + 3x^5 - 2x^7) dx$$

Задание № 12. Найти неопределенный интеграл

$$\int (x + 3) \sin 2x dx$$

$$\int (x + 3) e^{4x} dx$$

$$\int (5x + 8) \sin 9x dx$$

$$\int (4x - 9) \sin 6x dx$$

$$\int (x + 3)e^{4x} dx$$

**Задание № 13.** Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x + 5}{x + 3} dx$$

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 - 4x + 5}{x + 1} dx$$

$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x - 3}{x + 5} dx$$

$$\int \frac{7x^3 + 3x^2 - 4x + 8}{x - 4} dx$$

$$\int \frac{2x^3 + 8x^2 - 4x + 4}{x - 8} dx$$

**Задание № 14.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=(x-2)^3; y=4x-8$$

2

$$y=(x-2)^2; x=4; y=0$$

$$y=(x-2)^2; y=4x+4; y=0$$

4

$$y=(x+3)^2; y=-x+9; y=0$$

$$y=(x-4)^2; x=0; y=0$$

**Задание № 15.** Вычислить объем тела, полученного от вращения вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной линиями:

$$y=(x-5)^2; \quad x=0; \quad y=0 \quad 2 \quad y=(x-1)^3; \quad x=0; \quad y=0$$

$$y=(x-2)^2; \quad y=4x+4; \quad y=0 \quad 4 \quad y=(x-2)^3; \quad y=4x-8$$

$$y=(x-5)^3; \quad y=125(x-1); \quad y=0 \quad 6 \quad y=(x+6)^3; \quad x=0; \quad y=0$$

**Задание № 16.** Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах:

$$\rho=3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2 \quad 2 \quad \rho=2e^{4\varphi/3}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$\rho=5e^\varphi, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2 \quad 4 \quad \rho=5e^{5\varphi/12}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$\rho=6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2 \quad 6 \quad \rho=3e^{3\varphi/4}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

$$\rho=4e^{4\varphi/3}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3 \quad 8 \quad \rho=7e^\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

$$\rho=5e^{5\varphi/12}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3 \quad 1 \quad \rho=12e^{12\varphi/5}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3$$

0.

**Задание № 17.** Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{2dx}{\sqrt{x^2-6x-7}}$$



$$\int_3^{+\infty} \frac{dx}{4-x^2}$$

$$\int_4^5 \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2-3x-4}}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x}$$

### **Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 3-м семестре**

#### **V. Функции нескольких переменных**

1. Найти экстремумы функции  $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 4y$
2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по плоской кривой  $\Gamma$ , пробегаемой в направлении возрастания её параметра, если  $\int_{\Gamma} xdy - ydx$ , где  $\Gamma$  – кривая  $y = x^3$ ,  $0 \leq x \leq 2$ .
3. Найти экстремумы функции  $z = x^3 + y^3 - 6xy$ .

4. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде повторных интегралов с разными порядками интегри-

рования.

$G$  – треугольник, ограниченный пря-

мыми:  $x = 3$ ,  $y - 2x = 0$ ,  $y + 3x = 0$ .

5.

Найти экстремумы функции  $z = 2x^3 - y^3 - 3x^2 + 12y$ .

6. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти производную в точке  $M(x_0, y_0)$  в направлении вектора  $\vec{l}(a, \theta)$ , если  $z = (1 + x^2)(1 + y^2)$ ,  $M_0(-1; 2)$ ,  $\vec{l}(6, 8)$ .

7. Вычислить криволинейный интеграл второго рода  $\int_{\Gamma} (x - \frac{1}{y}) dy$  по плоской кривой  $\Gamma$ , пробегаемой в направлении возрастания её параметра  $x$ ,

если,  $\Gamma$  – дуга параболы  $y = x^2$ ,  $1 \leq x \leq 2$ .

8. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде повторных интегралов с разными порядками интегри-

рования.

$G$  – треугольник, ограниченный пря-

мыми:  $x = 2$ ,  $y - 3x = 0$ ,  $y - 4x = 0$

9. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти производную в точке  $M(x_0, y_0)$  в направлении вектора  $\vec{l}(a, \theta)$ , если  $z = \frac{x + y}{y}$ ,

$M_0(4; 2)$ ,  $\vec{l}(12, 5)$ .

10. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти градиент функции в точке  $M(x_0, y_0)$  и абсолютную величину градиента, если  $z = \frac{3x+5y}{y}$ ,  $M_0(3;2)$ .

11. Для данной функции  $z = f(x, y)$  найти градиент функции в точке  $M_0$  и абсолютную величину градиента в точке, если  $z = (1+x^2)(1+y^2)$ ,  $M_0(-1;2)$ .

12. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$  сложной функции  $f(x, y)$ , если  $z = \ln(x^2 + y^2)$ , где  $x = uv$ ,  $y = \frac{u}{v}$ .

13. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде повторных интегралов с разными порядками интегрирования.  
 $G$  – треугольник, ограниченный прямыми:  $y = 3$ ,  $2y = 3x$ ,  $2y = 24 - 3x$ .

14. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$  сложной функции  $f(x, y)$ , если  $z = \frac{1}{2} \ln \frac{x}{y}$ , где  $x = utgv$ ,  $y = uctgv$ .

15. Для заданного множества  $G$  записать интеграл  $\iint_G f(x, y) dx dy$  в виде повторных интегралов с разными порядками интегрирования.

$G$  – четырёхугольник, ограниченный  
 прямыми:  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $y=3$ ,  $x+y=6$

## VI. РЯДЫ

Задание № 24. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^3 + 3n + 5}{n^4 + 7n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

Задание № 25. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 + 2n)^n}{(2 + n)^{n+2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5 + 2n)^n}{(2 + n)^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

## 7. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
<b>Код и содержание компетенции</b>	ОПК-1: способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
Знать	<p>- основные понятия математического анализа, их свойства, формулы и теоремы;</p> <p>- формулы и теоремы об основных понятиях и доказательства некоторых из них;</p> <p>- вывод или доказательства формул и теорем об основных понятиях.</p>	<p><b>Примерный перечень вопросов к экзамену в 1-м семестре</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Действительные числа.</li> <li>3. Способы задания и простейшие свойства функции.</li> <li>4. Числовая последовательность. Монотонные последовательности. Предел последовательности.</li> <li>5. Теорема о единственности предела последовательности.</li> <li>6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Классификация бесконечно малых последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей.</li> <li>7. Критерий существования предела последовательности на языке бесконечно малых.</li> <li>8. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного последовательностей.</li> <li>9. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип стягивающихся сегментов. Предел функции в точке.</li> <li>10. Геометрическая интерпретация предела функции. Правила нахождения пределов функций. Теорема о пределе промежуточной функции.</li> <li>11. Первый замечательный предел. Односторонние и бесконечно большие пределы функции.</li> <li>12. Предел сложной функции. Число "e" и связанные с ним пределы.</li> <li>13. Определения непрерывности функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Классификация точек разрыва функции и их геометрическая интерпретация.</li> <li>14. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непре-</li> </ol>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>рывных функций.</p> <p>15. Первая теорема Вейерштрасса.</p> <p>16. Вторая теорема Вейерштрасса. Первая теорема Больцано-Коши.</p> <p>17. Вторая теорема Больцано-Коши.</p> <p>18. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.</p> <p>19. Физический и геометрический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл и приближенные вычисления с помощью дифференциала.</p> <p>20. Непрерывность дифференцируемой функции.</p> <p>21. Производная суммы и разности функций.</p> <p>22. Производная произведения функций. Производная частного двух функций. Производная сложной функции.</p> <p>23. Производная обратной функции. Производная параметрически заданной функции.</p> <p>24. Производная показательной функции. Производная логарифмической функции. Производная степенной функции.</p> <p>25. Производные тригонометрических функций. Производные обратных тригонометрических функций.</p> <p>26. Теорема Ролля.</p> <p>27. Теорема Лагранжа.</p> <p>28. Вычисление угла между двумя кривыми. Условие постоянства функции в интервале. Условие монотонности функции в интервале.</p> <p>29. Экстремумы функции и их нахождение. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <p>30. Теорема Коши. Правило Лопиталья. Производные высших порядков и их приложения.</p> <p>31. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора.</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		32. Формулы Тейлора для функций $y=e^x$ , $y=\sin x$ , $y=\cos x$ , $y=\ln(1+x)$
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять основные понятия, их свойства, формулы и теоремы при решении простых примеров и задач;</li> <li>- применять основные понятия, их свойства, формулы и теоремы при решении примеров и задач средней сложности;</li> <li>- применять основные понятия, их свойства, формулы и теоремы при решении примеров и задач повышенной сложности;</li> </ul>	<p><b>Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 1-м семестре</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Найти предел числовой последовательности:</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 - (3+n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^2 - (4+n)^2}{(5-n)^2 + (5+n)^2}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-2n)^2 - (3+2n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$ $2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-n)^3 + (4+n)^3}$ $4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-3n)^3 + (4+3n)^3}$ <p><b>Задание 2.</b> Найти предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$ $2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$



Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>3. <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 3x - 2)}{x + x^2}</math></p> <p>4. <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}</math></p> <p>5. <math>\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}</math></p> <p><b>Задание 3.</b> Найти предел функции:</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}</math></p> <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}</math></p> <p>3. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}</math></p> <p>4. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}</math></p> <p>5. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(1 + x))}</math></p> <p><b>Задание 4.</b> Найти производную функции:</p> <p>1. <math>y = (x^3 + 4)/x^2</math></p> <p>2. <math>y = (x^2 - x + 1)/(x - 1)</math></p>





Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства						
		<p data-bbox="817 391 1041 422">5. <math>y = 2 - 3x^2 - x^3</math></p> <p data-bbox="817 502 1646 542"><b>Задание 3.</b> Найти производную третьего порядка функции:</p> <table data-bbox="851 614 1590 821"> <tbody> <tr> <td data-bbox="851 614 1064 654">1. <math>y = \lg(5x + 2)</math></td> <td data-bbox="1444 614 1590 654">2. <math>y = 4^{3x+2}</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="851 694 985 734">3. <math>y = \sqrt{x}</math></td> <td data-bbox="1444 694 1590 734">4. <math>y = 7^{5x+2}</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="851 782 996 821">5. <math>y = 4/x</math></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	1. $y = \lg(5x + 2)$	2. $y = 4^{3x+2}$	3. $y = \sqrt{x}$	4. $y = 7^{5x+2}$	5. $y = 4/x$	
1. $y = \lg(5x + 2)$	2. $y = 4^{3x+2}$							
3. $y = \sqrt{x}$	4. $y = 7^{5x+2}$							
5. $y = 4/x$								

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Студенты сдают по дисциплине в 1-м, 2-м и 3-м семестрах экзамены.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

***Показатели и критерии оценивания экзамена:***

*Критериями успешного освоения программы курса являются:*

- умение интерпретировать понятия и утверждения, применять к решению задач изученную теорию;
- усвоение методов и приемов решения основных задач дисциплины;
- приобретение навыков работы с наиболее часто встречающимися объектами математического анализа.
- знание основных теоретических положений, формулировок и доказательств ряда теорем.

Критерии оценки (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения):

– на оценку **«отлично»** – студент должен показать высокий уровень знаний не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, оценки и вынесения критических суждений;

– на оценку **«хорошо»** – студент должен показать знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам;

– на оценку **«удовлетворительно»** – студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;

– на оценку **«неудовлетворительно»** – студент не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

## 8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература:

1. Уразаева Л.Ю. Математический анализ: учебное пособие М.: «ФЛИНТА» 2017.- 125с. (<https://e.lanbook.com/book/97111>)
2. Галкин С.В. Математический анализ.- М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана-2018.-128с. (<https://e.lanbook.com/book/103562>)

### б) Дополнительная литература:

1. Протасов Ю.М. Математический анализ: учебное пособие М.: «ФЛИНТА», 2017.- 164с. (<https://e.lanbook.com/book/99976>)

### в) Методические указания:

Математический анализ. Функции многих переменных. Ч. 1. Дифференциальное исчисление [Текст] / МаГУ ; авт.-сост.: Т. А. Бондаренко, Г. А. Каменева. - Магнитогорск : Изд-во МаГУ, 2005. - 43 с. - Библиогр.: с. 43. - БНР.

### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно	бессрочно
NotePad++	свободно	бессрочно
ABC Pascal	свободно	бессрочно
FarManager	свободно	бессрочно

### Интернет-ресурсы:

1. Международная справочная система «Полпред» polpred.com отрасль «Образование, наука». – URL: <http://education.polpred.com/>.
2. Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ). – URL: [https://elibrary.ru/project\\_risc.asp](https://elibrary.ru/project_risc.asp).
3. Поисковая система Академия Google (Google Scholar). – URL: <https://scholar.google.ru/>.
4. Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам. – URL: <http://window.edu.ru/>.

## 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Доска, мультимедийный проектор, экран
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета; Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля
Помещения для самостоятельной работы обучающихся	Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования	Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий