



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЭЛЕМЕНТЫ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль) программы

Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Уровень высшего образования – бакалавриат

Программа подготовки – прикладной бакалавриат

Форма обучения
очная

Институт
Кафедра
Курс
Семестр

Институт естествознания и стандартизации
Прикладной математики и информатики
4
7

Магнитогорск
2018 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденного приказом МОиН РФ от 12.03.2015 №228.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики и информатики «9» октября 2018 г., протокол № 2.

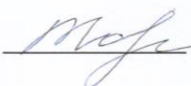
Зав. кафедрой  / С.И. Кадченко /

Рабочая программа одобрена методической комиссией института естествознания и стандартизации «29» октября 2018 г., протокол № 2.

Председатель  / И.Ю. Мезин /

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры прикладной математики и информатики, к. ф.-м. н., доцент

 / О.А. Торшина /

Рецензент:

доцент кафедры высшей математики МГТУ им. Г.И. Носова, к. ф.-м. н., доцент

 / А.И. Седов /

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Элементы вариационного исчисления» являются: усвоение студентами основ вариационного исчисления, овладение основными методами решения вариационных задач механики и физики и использование их при решении конкретных задач; способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат; формирование базовых профессиональных компетенций в области использования методов прикладной математики для решения задач в избранной сфере деятельности с учетом основных требований информационной безопасности.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы подготовки бакалавра

Дисциплина «Элементы вариационного исчисления» входит в вариативную часть блока 1 образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения предметов «Практикум на ЭВМ», «Математическое моделирование».

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы при изучении дисциплин «Инструменты современного финансового анализа», «Математические модели финансовых процессов».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины «Элементы вариационного вычисления» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-4 способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	
Знать	<ul style="list-style-type: none">– основные определения и понятия вариационного исчисления;– основные методы исследований, используемые в стандартных задачах профессиональной деятельности;– условия существования решений и способы их нахождения.
Уметь	<ul style="list-style-type: none">– выделять стандартные задачи рассматриваемой предметной области и решать их средствами вариационного исчисления;– решать задачи, относящиеся к основным типам экстремальных задач вариационного исчисления, использовать программные продукты для их численного решения;– обсуждать способы эффективного решения задач профессиональной деятельности;– распознавать эффективное решение от неэффективного;– строить типичные модели вариационных задач;– применять полученные знания в профессиональной деятельности; использовать их на междисциплинарном уровне.
Владеть	<ul style="list-style-type: none">– терминологией, приемами и методами используемыми в вариационном исчислении;

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
	<ul style="list-style-type: none"> – практическими навыками использования элементов вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на практике; – способами демонстрации умения анализировать ситуацию с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности; – навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности; – способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов; – способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды.
ПК – 2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	
Знать	<ul style="list-style-type: none"> – основные определения и понятия используемые в современном математическом аппарате; – основные методы исследований, используемых в актуальных вариационных задачах; – основные задачи математической физики, приводящие к вариационным проблемам;
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> – формулировать результат учебной и исследовательской работы с помощью современного математического аппарата; – применять полученные знания в профессиональной деятельности; – корректно выразить и аргументированно обосновывать положения предметной области знания.
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> – практическими навыками использования элементов вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на производственной практике; – способами демонстрации умения анализировать ситуацию посредством современного математического аппарата; – навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности; – способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов; – основными методами исследования в области вариационного исчисления, практическими умениями и навыками их использования; – профессиональным языком предметной области знания.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов, в том числе:

- контактная работа – 93,2 академических часов:
 - аудиторная – 90 академических часов;
 - внеаудиторная – 3,2 академических часов
- самостоятельная работа – 87,1 академических часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 академических часов

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в академических часах)			Самостоятельная работа (в академических часах)	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код и структурный элемент компетенции
		лекции	лаборат. занятия	практич. раб.				
Раздел 1. Вариационные задачи								
1.1. Метод вариаций в задачах с неподвижными концами	7	2	4/2И		4	Подготовка к лабораторному занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4 -зув
1.2. Вариационные задачи с подвижными границами	7	2	6/2И		8	Решение задач	Устный опрос	ПК-2 -зув
1.3. Вариационные задачи на условный экстремум	7	2	8/2И		8	Изучение учебной и научной литературы	АКР Проверка конспектов.	ОПК-4 -зув
Итого по разделу		6	18/6И		20		Письменный ответ на один из контрольных вопросов	

Раздел 2. Прямые методы в вариационных задачах							ОПК-4 -зув	
2.1. Метод минимизирующих последовательностей	7		4		4	Изучение учебной и научной литературы	Устный опрос	ПК-2 -зув
2.2. Метод приближенного решения	7	2	6/4И		6	Подготовка к лабораторному занятию	Проверка конспектов	ОПК-4 -зув
2.3. Приближенное решение задач на собственные значения	7	2	8/4И		10	Подготовка к лабораторному занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4 -зув
2.4. Двойственные вариационные задачи	7	2	10/6И		10	Решение задач	ИДЗ Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4 – зув ПК– 2 - зув
Итого по разделу		6	28/14И		30		Письменный ответ на один из контрольных вопросов	
Раздел 3. Приложения вариационных методов								ОПК-4 -зув
3.1. Принцип Гамильтона	7	2	6/2И		8	Изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов.	ОПК-4 -зув
3.2. Колебания мембраны	7	2	10/4И		10	Подготовка к лабораторному занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4 – зув ПК– 2 - зув
3.3. Уравнения движения идеальной жидкости	7	2	10/4И		19,1	Изучение учебной и научной литературы	ИДЗ Проверка конспектов. Опрос, обсуждение	ОПК-4 – зув ПК– 2 - зув
Итого по разделу		6	26/10И		37,1		Письменный ответ на один из контрольных вопросов	
Итого по дисциплине		18	72/30И		87,1		Контроль - экзамен	

И – в том числе, часы, отведенные на работу в интерактивной форме.

5. Образовательные и информационные технологии

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические (семинарские) занятия.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лекционные занятия проводятся с использованием мультимедийных средств. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Практические занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается: использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel.

В ходе проведения лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

В рамках дисциплины «Элементы вариационного исчисления» предусматривается 30 часов аудиторных занятий, проводимых в интерактивной.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Методика, предлагаемая для изучения курса «Элементы вариационного исчисления» ориентирована на лекции проблемно-информационного характера, семинарские занятия исследовательского типа и подготовку рефератов.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют

требованиям ФГОС по реализации компетентностного подхода.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

По дисциплине «Элементы вариационного исчисления» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает выполнение заданий лабораторных работ.

Примерные аудиторные задания:

1. Задачи, приводящие к вариационным проблемам.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера.
3. Функционалы, зависящие от нескольких функций.
4. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка.
5. Функционалы, зависящие от функций многих переменных.
6. Канонический вид уравнения Эйлера.
7. Задача с подвижными концами.
8. Простейшая задача с подвижными границами.
9. Экстремали с угловыми точками.
10. Основные типы задач на условный экстремум.
11. Необходимые условия в задаче Лагранжа.
12. Необходимые условия в изопериметрической задаче.
13. Принцип взаимности в изопериметрических задачах.
14. Задача Больцано и задача Майера
15. Слабый экстремум.
16. Условие Якоби.
17. Инвариантный интеграл Гильберта.
18. Сильный экстремум Метод минимизирующих последовательностей.
19. Методы приближенного решения.
20. Приближенное решение задачи на собственные значения.
21. Двойственные вариационные задачи. Принцип Гамильтона.
22. Уравнения движения идеальной жидкости.
23. Вопросы устойчивости конструкций.
24. Вариационные принципы Лагранжа, Рейсснера и Кастильяно.
25. Вариационные принципы термоупругости.

Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

1. Найти норму элемента $y(x)$ в пространстве $C[a, b]$ и $C^1[a, b]$ соответственно

$$y(x) = \frac{\sin(n^2 x)}{n}, \quad n = 1, 2, 10, 100, \quad x \in [0, \pi].$$

2. Для функционала

$$V[y(x)] = \int_0^1 xy^2 y' dx$$

положить $y(x) = x^2$, $\delta y(x) = x - 2$ и сравнить δV с ΔV .

3. Найти экстремали функционала, содержащего старшие производные:

$$V[y(x)] = \frac{1}{2} \int_0^1 (y'')^2 dx, \quad y(0) = y(1) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y'(1) = 1.$$

4. Найти экстремали функционала, зависящего от нескольких функций

$$V[y_1(x), y_2(x)] = \int_0^3 \sqrt{1 + (y_1')^2 + (y_2')^2} dx,$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = -2, \quad y_1(3) = 7, \quad y_2(3) = 1.$$

5. Найти экстремали функционала в задаче с подвижными границами

$$V[y(x)] = \int_0^{x_1} (y')^2 dx, \quad y(0) = 0, \quad y(x_1) = -x_1 - 1.$$

6. Найти функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$, на которых может достигаться экстремум функционала $V[y(x)]$ в задаче Лагранжа

$$V[y_1(x), y_2(x)] = \int_0^{\pi/2} [y_1^2 + y_2^2 - (y_1')^2 - (y_2')^2 + \cos x] dx,$$

$$y_1(0) = y_2(0) = y_1(\pi/2) = 1, \quad y_2(\pi/2) = -1, \quad y_1 - y_2 - \sin x = 0.$$

7. Найти функции, на которых может достигаться экстремум функционала в изопериметрической задаче

$$V[y] = \int_0^1 (y')^2 dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1, \quad \int_0^1 xy dx = 0.$$

8. Проверить выполнение условия Лежандра для экстремали функционала

$$V[y(x)] = \int_0^a [6(y')^2 - (y')^4] dx,$$

проходящей через точки $y(0) = 0$, $y(a) = b$, $a > 0$, $b > 0$.

9. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y(x)] = \int_0^1 e^x [y^2 + \frac{1}{2} (y')^2] dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = e.$$

10. Найти методом Ритца приближенное решение задачи об экстремуме функционала:

$$V[y(x)] = \int_0^1 [(y')^2 + y^2 + xy] dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0, \quad n = 2.$$

Примерные аудиторные контрольные работы (АКР)

ВАРИАНТ № 1

1. Исследовать на экстремум функционал

$$V[y(x)] = \int (y^2 + 2xyy') dx, \quad y(x_0) = y_0, \quad y(x_1) = y_1.$$

2. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [(y'')^2 - 2(y')^2 + y^2 - 2y \sin x] dx.$$

3. Написать уравнение Остроградского для функционала

$$v[z(x, y)] = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy.$$

4. Найти экстремали изопериметрической задачи $v[y(x)] = \int_0^1 ((y')^2 + x^2) dx$ при условии

$$\int_0^1 y^2 dx = 2, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

5. Найти приближенное решение задачи об экстремуме функционала.

$$v[y(x)] = \int_0^1 (x^3 (y'')^2 + 100xy^2 - 20xy) dx, \quad y(1) = y'(1) = 0.$$

ВАРИАНТ № 2

1. Исследовать на экстремум функционал

$$v[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2 y') dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 2.$$

2. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [(y''')^2 + y^2 - 2yx^3] dx.$$

3. Написать уравнение Остроградского для функционала

$$v[u(x, y, z)] = \iiint_D \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 2uf(x, y, z) \right] dx dy dz.$$

4. Найти экстремали изопериметрической задачи $v[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} (y')^2 dx$ при условии

$$\int_{x_1}^{x_2} y dx = a, \quad \text{где } a - \text{ постоянная.}$$

5. Найти приближенное решение задачи о минимуме функционала

$$v[y(x)] = \int_0^1 ((y')^2 - y^2 - 2xy) dx, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

Вопросы для итоговой оценки качества освоения курса:

1. Функциональные пространства. Понятие функционала. Непрерывность функционала. Линейный функционал.
2. Дифференцируемость функционала. Первая вариация функционала.
3. Сильный и слабый экстремум. Необходимое условие экстремума.
4. Вариационная задача с закрепленными границами.
5. Основная лемма вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона.
6. Необходимое условие экстремума.
7. Уравнение Эйлера. Регулярные экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера. Инвариантность уравнения Эйлера.

8. Функционалы от нескольких функций. Функционалы с производными высшего порядка. Функционалы от функций многих переменных. Необходимые условия экстремума.
9. Условия трансверсальности. Необходимые условия экстремума.
10. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума при наличии голономных и неголономных связей. Изопериметрическая задача. Необходимые условия экстремума.
11. Квадратичный функционал. Вторая вариация функционала. Необходимые условия слабого и сильного экстремума: условие Лежандра, условие Якоби, условие Вейерштрасса.
12. Поле экстремалей. Достаточные условия сильного и слабого экстремума.
13. Понятие о прямых методах вариационного исчисления. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге.
14. Задача навигации.
15. Вариационная задача с вертикальными границами.
16. Задача Дидоны.
17. Задача о брахистохроне.
18. Задача о наименьшей поверхности вращения.

7. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-4 способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> – основные определения и понятия вариационного исчисления; – основные методы исследований, используемые в стандартных задачах профессиональной деятельности; – условия существования решений и способы их нахождения. 	<p>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи, приводящие к вариационным проблемам. 2. Простейшая задача вариационного исчисления. Вариация и ее свойства. Уравнение Эйлера. 3. Первая вариация функционала. Сильный и слабый экстремум. Необходимое условие экстремума. 4. Вариационная задача с закрепленными границами. Основная лемма вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. 5. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера. Регулярные экстремали. Случаи понижения порядка уравнения Эйлера. Инвариантность уравнения Эйлера. 6. Функционалы от функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. 7. Условия трансверсальности. Необходимые условия экстремума. 8. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума при наличии голономных и неголономных связей. Изопериметрическая задача. Необходимые условия экстремума. 9. Квадратичный функционал. Вторая вариация функционала. Необходимые условия слабого и сильного экстремума: условие Лежандра, условие Якоби, условие Вейерштрасса. 10. Поле экстремалей. Достаточные условия сильного и слабого экстремума. 11. Понятие о прямых методах вариационного исчисления. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Ритца.

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> – выделять стандартные задачи рассматриваемой предметной области и решать их средствами вариационного исчисления; – решать задачи, относящиеся к основным типам экстремальных задач вариационного исчисления, использовать программные продукты для их численного решения; – обсуждать способы эффективного решения задач профессиональной деятельности; – распознавать эффективное решение от неэффективного; – строить типичные модели вариационных задач; – применять полученные знания в профессиональной деятельности; использовать их на междисциплинарном уровне. 	<p>Примерные практические задания для экзамена:</p> <p>1. Найти экстремум функционала при граничных условиях</p> $J(y) = \int_0^1 (y'^2 + 12xy) dx \rightarrow \text{extr} \begin{cases} y(0) = 0; \\ y(1) = 1. \end{cases}$ <p>2. Найти экстремум функционала при граничных условиях</p> $J(y) = \int_{-1}^1 (x^2 + y^2 + y'^2) dx, \begin{cases} y(-1) = 1; \\ y(1) = 2. \end{cases}$ <p>3. Найти экстремум функционала при граничных условиях</p> $J(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 + 2y' \operatorname{sh} x - 5x^2) dx, \begin{cases} y(-1) = 2; \\ y(1) = 3. \end{cases}$
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> – практическими навыками использования элементов вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на практике; – способами демонстрации умения анализировать ситуацию с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной 	<p>Индивидуальное домашнее задание:</p> <p>1. Для функционала</p> $V[y(x)] = \int_0^1 xy^2 y' dx$ <p>положить $y(x) = x^2$, $\delta y(x) = x - 2$ и сравнить δV с ΔV.</p> <p>2. Найти экстремали функционала, содержащего старшие производные:</p> $V[y(x)] = \frac{1}{2} \int_0^1 (y'')^2 dx, \quad y(0) = y(1) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y'(1) = 1.$

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>безопасности;</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности; – способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов; – возможностью междисциплинарного применения элементов вариационного исчисления; – профессиональным языком предметной области знания; – способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды. 	<p>3. Найти экстремали функционала, зависящего от нескольких функций</p> $V[y_1(x), y_2(x)] = \int_0^3 \sqrt{1 + (y_1')^2 + (y_2')^2} dx,$ $y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = -2, \quad y_1(3) = 7, \quad y_2(3) = 1.$ <p>4. Найти экстремали функционала в задаче с подвижными границами</p> $V[y(x)] = \int_0^{x_1} (y')^2 dx, \quad y(0) = 0, \quad y(x_1) = -x_1 - 1.$ <p>5. Найти функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$, на которых может достигаться экстремум функционала $V[y(x)]$ в задаче Лагранжа</p> $V[y_1(x), y_2(x)] = \int_0^{\pi/2} [y_1^2 + y_2^2 - (y_1')^2 - (y_2')^2 + \cos x] dx,$ $y_1(0) = y_2(0) = y_1(\pi/2) = 1, \quad y_2(\pi/2) = -1, \quad y_1 - y_2 - \sin x = 0.$ <p>6. Исследовать на экстремум функционал</p> $V[y(x)] = \int_0^1 e^x [y^2 + \frac{1}{2}(y')^2] dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = e.$
ПК – 2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> – основные определения и понятия используемые в современном математическом аппарате; – основные методы исследований, используемых в актуальных вариационных задачах; – основные задачи математической физики, приводящие к вариационным проблемам; 	<p>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие о прямых методах вариационного исчисления. Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге. 2. Задача навигации. 3. Вариационная задача с вертикальными границами. 4. Задача Дидоны. 5. Задача о брахистохроне. 6. Задача о наименьшей поверхности вращения.

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> – формулировать результат учебной и исследовательской работы с помощью современного математического аппарата; – применять полученные знания в профессиональной деятельности; – корректно выражать и аргументированно обосновывать положения предметной области знания. 	<p>Примерные практические задания для экзамена:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $J(y) = \int_0^1 y y' dx; y(0) = 2; y(1) = 1.$ 2. $J(y) = \int_0^2 (y^2 9y^2 + 2xy - x \sin x) dx; y(0) = 1; y(2) = 2.$ 3. $J(y) = \int_1^3 y \sqrt{y'} dx; y(1) = 2; y(3) = 8.$ 4. $J(y) = \int_0^2 y y dx; y(0) = 1; y(2) = 3.$ 5. $J(y) = \int_{-1}^1 (y^2 4y^2 - 8xy + 2x^2) dx; y(-1) = 3; y(1) = 1.$ 6. $J(y) = \int_0^1 y \sqrt{1+y} dx; y(0) = 2; y(1) = 3.$ 7. $J(y) = \int_0^1 \frac{\sqrt{1+y}}{y} dx; y(0) = 2; y(1) = 1.$ 8. $J(y) = \int_{-1}^1 (y^2 4y^2 + 2xy - x^2) dx; y(-1) = 2; y(1) = 4.$
Владеть	– практическими навыками	Индивидуальное домашнее задание:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>использования элементов вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на производственной практике;</p> <ul style="list-style-type: none"> – способами демонстрации умения анализировать ситуацию посредством современного математического аппарата; – навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности; – способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов; – основными методами исследования в области вариационного исчисления, практическими умениями и навыками их использования; – профессиональным языком предметной области знания; 	<p>1. Найти норму элемента $y(x)$ в пространстве $C[a,b]$ и $C^1[a,b]$ соответственно</p> $y(x) = \frac{\sin(n^2 x)}{n}, \quad n = 1, 2, 10, 100, \quad x \in [0, \pi].$ <p>2. Проверить выполнение условия Лежандра для экстремали функционала</p> $V[y(x)] = \int_0^a [6(y')^2 - (y')^4] dx,$ <p>проходящей через точки $y(0) = 0, y(a) = b, a > 0, b > 0$.</p> <p>3. Найти функции, на которых может достигаться экстремум функционала в изопериметрической задаче</p> $V[y] = \int_0^1 (y')^2 dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1, \quad \int_0^1 xy dx = 0.$ <p>4. Найти методом Ритца приближенное решение задачи об экстремуме функционала:</p> $V[y(x)] = \int_0^1 [(y')^2 + y^2 + xy] dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0, \quad n = 2.$

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Элементы вариационного исчисления» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку «хорошо» (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку «удовлетворительно» (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку «неудовлетворительно» (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку «неудовлетворительно» (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература:

1. Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 240 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-01707-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/438267>.
2. Методы оптимизации. Задачник : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 292 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-10417-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/429999>.

б) Дополнительная литература:

1. Рачков, М. Ю. Оптимальное управление в технических системах : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / М. Ю. Рачков. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 120 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-09144-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437559>.

в) Методические указания:

1. Бизнес-статистика: практикум для академического бакалавриата / И. И. Елисеева [и др.] ; под редакцией И. И. Елисеевой. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 411 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05724-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/433866>.

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Наименование ОП	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7	Д-1227 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007	№ 135 от 17.09.2007	Бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	Бессрочно
Maple 14 Classroom License 10-29 Users (per User) Academic	К-113-11 от 11.04.2011	Бессрочно
MathLab	К-89-14 от 08.12.2014	Бессрочно
Mathcad Education - University Edition (200 pack)	Д-1662-13 от 22.11.2013	Бессрочно

1. Научная электронная библиотека: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
2. Электронно-библиотечная система «ibooks» <http://ibooks.ru/>
3. Электронно-библиотечная система «znanium.com» <http://infra-m.ru/live/>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Тип и название аудитории	Оснащение аудитории
Лекционная аудитория	Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс	Персональные компьютеры с пакетом MS Office, Maple 14 Classroom License 10-29 Users (per User) Academic, MathLab, Mathcad Education - University Edition (200 pack) и выходом в Интернет.
Помещения для самостоятельной работы обучающихся	Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования	Стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации.