



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Естествознания и стандартизации  
И.Ю. Мезин  
«29» октября 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**

Направление подготовки (специальность)

03.03.02 Физика

Уровень высшего образования – бакалавриат

Программа подготовки – академический бакалавриат

Форма обучения

Очная

Институт

*Институт естествознания и стандартизации*

Кафедра

*Кафедра прикладной математики и информатики*

Курс

*4*

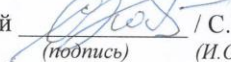
Семестр

*7*

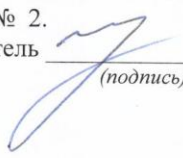
Магнитогорск  
2018 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 03.03.02 Наименование направления подготовки (специальности), утвержденным приказом МОиН РФ от 07.08.2014 № 937.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики и информатики «09» октября 2018 г., протокол № 2.

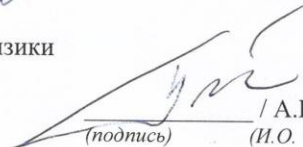
Зав. кафедрой  / С.И. Кадченко/  
(подпись) (И.О. Фамилия)

Рабочая программа одобрена методической комиссией института естествознания и стандартизации «29» октября 2018 г., протокол № 2.

Председатель  / И.Ю. Мезин/  
(подпись) (И.О. Фамилия)

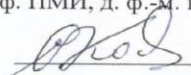
Согласовано:

Зав. кафедрой Прикладной и теоретической физики

 / А.Н. Бехтерев/  
(подпись) (И.О. Фамилия)


Рабочая программа составлена:

зав. каф. ПМИ, д. ф.-м. н., профессором

 / С.И. Кадченко

Рецензент:

зав. каф. Высшей математики МГТУ, к.ф.-м.н.,

 / Е.А. Пузанкова /  
(подпись) (И.О. Фамилия)



### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» являются:

овладение студентами основными понятиями дисциплины и методами нахождения решений некоторых линейных интегральных уравнений, поиска экстремума функционала, применения вариационного исчисления в прикладных задачах;

формирование у студентов общепрофессиональных и профессиональных компетенций, соответствующих осуществлению деятельности по направлению "Физика".

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» входит в вариативную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математический анализ

Дифференциальные уравнения

Методы математической физики

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Теоретическая физика

Обработка данных эксперимента

Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	
Знать	<input type="checkbox"/> -основные определения и понятия теории интегральных уравнений и вариационного исчисления; <input type="checkbox"/> - основные методы исследований, основанные на теории интегральных уравнений и вариационного исчисления и используемые в стандартных задачах профессиональной деятельности; <input type="checkbox"/> - условия существования решений и способы их нахождения.
Уметь	- выделять стандартные задачи рассматриваемой предметной области и решать их средствами теории интегральных уравнений и вариационного исчисления; <input type="checkbox"/> - решать основные типы интегральных уравнений, а также задачи, относящиеся к основным типам экстремальных задач вариационного исчисления; <input type="checkbox"/> - обсуждать способы эффективного решения задач профессиональной деятельности; <input type="checkbox"/> - распознавать эффективное решение от неэффективного; <input type="checkbox"/> - строить типичные модели вариационных задач и физических задач, приводящих к интегральным уравнениям;  - интерпретировать результаты решения задач теории интегральных уравнений и вариационного

	<p>исчисления;</p> <p><input type="checkbox"/> - применять полученные знания в профессиональной деятельности; использовать их на междисциплинарном уровне.</p>
Владеть	<p><input type="checkbox"/> - терминологией, приемами и методами используемыми в теории интегральных уравнений и вариационном исчислении;</p> <p><input type="checkbox"/> - практическими навыками использования элементов теории интегральных уравнений и вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на практике;</p> <p><input type="checkbox"/> - навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности;</p> <p><input type="checkbox"/> - способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов.</p> <p><input type="checkbox"/></p>
<p><b>ПК-4 Способен применять на практике профессиональные знания и умения, полученные при освоении профильных физических дисциплин</b></p>	
Знать	<p>- приложения теории интегральных уравнений к решению практических задач;</p> <p>- практическое применение вариационного исчисления в профессиональной деятельности.</p>
Уметь	<p>- решать задачи профессиональной деятельности средствами теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;</p> <p>- отбирать оптимальные методы решения интегральных уравнений и вариационных задач;</p> <p>- правильно интерпретировать результаты решений задач на основе интегральных уравнений и вариационного исчисления.</p>
Владеть	<p>- практическими навыками использования элементов теории интегральных уравнений и вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на производственной практике;</p> <p>- способами демонстрации умения анализировать профессиональную ситуацию посредством аппарата теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;</p> <p>- навыками и методиками интерпретации результатов решения прикладных задач;</p> <p>- способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов;</p> <p>- основными методами исследования в области интегральных уравнений и вариационного исчисления;</p> <p>- профессиональным языком предметной области знания.</p>

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 37 акад. часов;
- аудиторная – 36 акад. часов;
- внеаудиторная – 1 акад. часов
- самостоятельная работа – 71 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Интегральные уравнения								
1.1 Понятие интегрального уравнения, основные типы интегральных уравнений. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.	7	3		3/ИИ	8	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Проверка конспектов. Письменный опрос, обсуждение	ОПК-2, ПК-4
1.2 Критерий существования и единственности решений линейных интегральных уравнений Фредгольма 2 рода. Метод последовательных приближений.		2		2	8	Подготовка к практическому занятию	Устный опрос, обсуждение	ОПК-2, ПК-4
1.3 Метод резольвент в решении линейных интегральных уравнений Фредгольма 2 рода		2		2/ИИ	10	Поиск дополнительной информации по заданной теме	Проверка индивидуальных заданий	ОПК-2, ПК-4
1.4 Методы решения линейных интегральных уравнений Вольтерра 2 рода.		3		2/ИИ	7	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. Выполнение тренировочных комплексов	Обсуждение, контрольная работа	ОПК-2, ПК-4
Итого по разделу		10		9/3ИИ	33			
2. Вариационное исчисление								
2.1 Функционалы и функциональные пространства	7			3/ИИ	8	Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка конспектов	ОПК-2, ПК-4

2.2 Вариация функционала. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума	3		2/ИИ	10	Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка конспектов	ОПК-2, ПК-4
2.3 Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера	2		2/ИИ	10	Выполнение тренировочных комплексов	Обсуждение, письменный опрос	ОПК-2, ПК-4
2.4 Поле экстремалей. Достаточные условия экстремума функционала	3		2/ИИ	10	Самостоятельное изучение учебной и научной литературы	Контрольная работа	ОПК-2, ПК-4
Итого по разделу	8		9/5И	38			
Итого за семестр	18		18/8И	71		зачёт	
Итого по дисциплине	18		18/8И	71		зачет	

## **5 Образовательные технологии**

С целью успешного усвоения дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление и формирования требуемых компетенций предполагается применение различных образовательных технологий (личностно-ориентированных и развивающих), которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе: дифференцированный подход, проблемное обучение, эвристическое обучение.

Основными формами занятий являются лекции, практические занятия, контрольно-оценочные занятия, консультации. Лекции строятся на основе сочетания информационной и проблемной составляющих, а также элементов беседы и визуализации.

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- обсуждение задач, приводящих к тем или иным математическим понятиям;
- изложение теоретического материала в режиме диалога с целью развития критического мышления студентов и привития им исследовательских умений;
- обсуждение и систематизация теоретических вопросов темы с целью лучшего понимания их взаимосвязи и практического применения.

Практические занятия по данной дисциплине направлены на привитие прочных навыков решения задач по каждой теме и сочетают применение методов обучения в сотрудничестве, дифференцированный подход, методы, привлекающие электронные формы работы со студентами, классические контрольные и тестовые технологии. При этом предполагается проведение некоторых таких занятий в интерактивной форме (деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций).

Выбирая ту или иную технологию работы со студентами, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать :

- а) цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология;
- б) содержание материала, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью;
- в) условия, в которых она будет использоваться;
- г) направленность её на самообразование и медиаобразование студентов.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1) Петровский, И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений : учебник / И. Г. Петровский ; под редакцией О. А. Олейник. — 5-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 136 с. — ISBN 978-5-9221-1081-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59553> (дата обращения: 23.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2) Бренерман М.Х., Вариационное исчисление : учебное пособие / Бренерман М. Х., Жихарев В. А. - Казань : Издательство КНИТУ, 2017. - 148 с. - ISBN 978-5-7882-2198-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788221984.html> (дата обращения: 23.03.2020). - Режим доступа: по подписке.



#### **б) Дополнительная литература:**

1) Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/96873> (дата обращения: 23.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2) Васильева, А. Б. Интегральные уравнения : учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42> (дата обращения: 23.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3) Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению: Учебное пособие / Романко В.К., Агаханов Н.Х., Власов В.В., - 5-е изд., (эл.) - Москва : БИНОМ. Лаб. знаний, 2015. - 222 с.: ISBN 978-5-9963-2662-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/538968> (дата обращения: 23.03.2020). - Режим доступа: по подписке.

#### **в) Методические указания:**

Авербух, Ю. В. Простейшие задачи вариационного исчисления: Учебно-методическое пособие / Авербух Ю.В., Сережникова Т.И., - 2-е изд., стер. - Москва: Флинта, 2018. - 41 с.: ISBN 978-5-9765-3510-7. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/965914> (дата обращения: 23.03.2020). - Режим доступа: по подписке.

#### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

##### **Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса-Стандартный	Д-300-18 от 21.03.2018	28.01.2020
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно

##### **Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Международная справочная система «Полпред» polpred.com отрасль «Образование, наука»	URL: <a href="http://education.polpred.com/">http://education.polpred.com/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

**9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- 1) Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа. Оснащение: мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации;
- 2) Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Оснащение: доска, мультимедийный проектор, экран. Комплекс тестовых заданий для проведения промежуточных и рубежных видов контроля;
- 3) Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение: шкафы для хранения учебно-методической документации, учебно-наглядных пособий и учебного оборудования;
- 4) Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение: персональные компьютеры с пакетом MS Office и выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

**Приложение 1****Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

По дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

**Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):****АКР №1 «Понятие интегрального уравнения»**

1. Проверить, является ли функция решением уравнения?

а),  $x^3 = \int_0^x (x-t)^2 \varphi(t) dt$  ;

б),  $e^x = \int_0^x (x-t)\varphi(t) dt + x + 1$ .

2. Решить интегральное уравнение, сводя его к дифференциальному уравнению:

а)  $x(t) = 1 + \int_0^t sx(s) ds$  ; б)  $x(t) = t^3 + \int_0^t \frac{x(s)}{s} ds$  .

3. Составить интегральное уравнение, соответствующее задаче Коши

$y'' + y = \cos x$  ,  $y(0) = 0, y'(0) = 0$ .

**АКР №2 «Интегральные уравнения Фредгольма»**

1. Решить интегральное уравнение методом последовательных приближений:

а)  $\varphi(t) = \int_0^1 ts^2 \varphi(s) ds + 1$  ;

б)  $\varphi(t) = t + 4 \int_0^1 t^2 s^2 \varphi(s) ds$  .

2. Найти резольвенту уравнения:  $\varphi(t) = t + 4 \int_0^1 t^2 s^2 \varphi(s) ds$  .

3. Решить интегральное уравнение методом резольвент:

а)  $\varphi(t) = 2 \int_0^1 t^2 s \varphi(s) ds + 1$  ;

б)  $\varphi(t) = \int_0^1 ts \varphi(s) ds + 2t$

**АКР №3 «Интегральные уравнения Вольтерра»**

1. Найти резольвенты уравнений со следующими ядрами ( $\lambda = 1$ ) :

а)  $K(t,s) = 2 - (t-s)$  ;

б)  $K(t,s) = 2t$ .

2. Решить интегральное уравнение методом резольвент:

а)  $\varphi(t) = e^t + \int_0^t e^{t-s} \varphi(s) ds$  ;

3. Решить интегральное уравнение методом последовательных приближений:

а)  $\varphi(t) = 1 + \int_0^t s \varphi(s) ds$

б)  $\varphi(t) = 2^t + \int_0^t 2^{t-s} \varphi(s) ds$ .

**АКР №4 «Функционалы и функциональные пространства»**

1. Вычислить функционал  $J[y] = \int_0^1 [y(x)]^2 dx$ , если  $y_1(x) = x$ ,

$y_2(x) = e^x$ ,  $y_3(x) = \sqrt{1+x^2}$  .

2. Найти расстояние между функциями  $y = xe^{-x}$  и  $y = 0$  в классе  $C[0,2]$ .

$$y = \frac{2}{3}x^3$$

3. Найти расстояние между функциями  $y = 2x - 1$  и  $y = \frac{2}{3}x^3$  в классе

у

4. Найти приращение функционала  $V(y) = \int_0^2 y^2 y' dx$ , если  $y(x) = x^2$ ,  $y'(x) = 2x$ .

**АКР №5 «Вариация функционала. Уравнение Эйлера. Достаточные условия экстремума функционала»**

1. Найти вариацию функционала  $V(y) = \int_1^2 (x^2 y^3 + 2y) dx$ ,  $y, \delta y \in C^1_{[1;2]}$ .

2. Найти вариацию функционала

$$V(y) = \int_0^2 (y^2 y' + y' x y) dx, \quad y, \delta y \in C^1_{[0;2]}$$

3. Найти экстремали в вариационных задачах:

а)  $V(y) = \int_0^2 (xy - e^{xy}) dx, \quad y(0) = 4, y(2) = 0;$

в)  $V(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 - 4y^2 + 2xy - x^2) dx, \quad y(-1) = 2, y(1) = 4$

4. Проверить возможность включения экстремали в поле экстремалей:

а)  $V(y) = \int_0^2 y' (x + y') dx, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = -1;$

б)  $V(y) = \int_0^2 (y'^3 - y') dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -2.$

5. Исследовать на экстремум функционал:

а)  $V(y) = \int_0^2 (e^{y'} + 3) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(2) = 1;$

б)  $V(y) = \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} y' (1 + x^2 y') dx, \quad y(-1) = 4, y\left(-\frac{1}{2}\right) = 1.$

**теоретических вопросов:**

1. Понятие интегрального уравнения.

2. Основные типы интегральных уравнений.
3. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
4. Метрическое пространство.
5. Принцип сжимающих отображений.
6. Метод последовательных приближений.
7. Решение линейного интегрального уравнения Фредгольма второго рода методом последовательных приближений.
8. Метод резольвент в решении линейного интегрального уравнения Фредгольма второго рода.
9. Решение линейных интегральных уравнения Вольтерра второго рода путём сведения их к дифференциальным.
10. Решение линейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода методом последовательных приближений.
11. Метод резольвент в решении линейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода.
12. Функционалы, функциональные пространства.
13. Линейное нормированное пространство.
14. Вариация функционала.
15. Вариация интегрального функционала.
16. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума.
17. Постановка задачи вариационного исчисления.
18. Простейшая задача вариационного исчисления.
19. Уравнение Эйлера и частные случаи его интегрируемости.
20. Поле экстремалей.
21. Условия возможности включения экстремали в поле экстремалей.
22. Достаточные условия экстремума функционала.

***Примеры классических задач дисциплин, служащих моделями задач профессиональной сферы:***

1. Решить интегральное уравнение, сводя его к дифференциальному уравнению:

а)  $x(t) = 4 - 5t - \int_0^t x(s) ds$ ;

б)  $x(t) = 2t - 16 \int_0^t (t-s)x(s) ds$ .

2. Составить интегральное уравнение, соответствующее задаче Коши

$$u'' + 2u' + u = x^2, \quad u(0)=1, \quad u'(0) = 0.$$

3. Решить интегральное уравнение методом последовательных приближений:

$$\varphi(t) = 4t + \int_0^1 ts \varphi(s) ds$$

4. Решить интегральное уравнение методом резольвент:

$$\varphi(t) = 3^t + \int_0^t 3^{t-s} \varphi(s) ds$$

5. Найти вариацию функционала

$$V(y) = \int_0^2 (y^2 y' + y' x y) dx, \quad y, \delta y \in C^1[0;2]$$

6. Исследовать на экстремум функционал:

$$V(y) = \int_0^1 (2y' - y'^3) dx, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = -1.$$

**Задания из профессиональной области:**

1. Дана упругая нить длины  $l$ , которая изменяет свою форму, и горизонтальная растягивающая сила  $T_0$ , действующая на эту нить в состоянии покоя. Найти прогиб нити в точке  $x = \xi$  под действием силы  $P$ .
2. Материальная точка под действием силы тяжести движется в вертикальной плоскости  $(x, y)$  по некоторой кривой. Найти эту кривую, если начав своё движение без начальной скорости в точке с ординатой  $y_0$  она достигает оси  $O$  за время  $t=f(y)$ , где  $f(y)$  – заданная функция.

**Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

**а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:**

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<p><b>ОПК-2 способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</b></p>		
<p>Знать</p>	<p><input type="checkbox"/> -основные определения и понятия теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;</p> <p><input type="checkbox"/> - основные методы исследований, основанные на теории интегральных уравнений и вариационного исчисления и используемые в стандартных задачах профессиональной деятельности;</p> <p><input type="checkbox"/> - условия существования решений и способы их нахождения.</p>	<p><i>Теоретические вопросы:</i></p> <p>22. Понятие интегрального уравнения.                  23. Основные типы интегральных уравнений.                  24. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.                  25. Метрическое пространство.                  26. Принцип сжимающих отображений.                  27. Метод последовательных приближений.                  28. Решение линейного интегрального уравнения Фредгольма второго рода методом последовательных приближений.                  29. Метод резольвент в решении линейного интегрального уравнения Фредгольма второго рода.                  30. Решение линейных интегральных уравнения Вольтерра второго рода путём сведения их к дифференциальным.                  31. Решение линейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода методом последовательных приближений.                  32. Метод резольвент в решении линейного интегрального уравнения Вольтерра второго рода.                  33. Функционалы, функциональные пространства.                  34. Линейное нормированное пространство.                  35. Вариация функционала.                  36. Вариация интегрального функционала.                  37. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума.                  38. Постановка задачи вариационного исчисления.                  39. Простейшая задача вариационного исчисления.                  40. Уравнение Эйлера и частные случаи его интегрируемости.                  41. Поле экстремалей.                  42. Условия возможности включения экстремали в поле экстремалей.                  22. Достаточные условия экстремума функционала.</p>
<p>Уметь</p>	<p>- выделять стандартные задачи рассматриваемой предметной области и решать их средствами теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;</p>	<p><i>Примеры классических задач дисциплин, служащих моделями задач профессиональной сферы:</i></p> <p>1 Решить интегральное уравнение, сводя его к дифференциальному уравнению:</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> - решать основные типы интегральных уравнений, а также задачи, относящиеся к основным типам экстремальных задач вариационного исчисления;</li> <li><input type="checkbox"/> - обсуждать способы эффективного решения задач профессиональной деятельности;</li> <li><input type="checkbox"/> - распознавать эффективное решение от неэффективного;</li> <li><input type="checkbox"/> - строить типичные модели вариационных задач и физических задач, приводящих к интегральным уравнениям;</li> <li>- интерпретировать результаты решения задач теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;</li> <li><input type="checkbox"/> - применять полученные знания в профессиональной деятельности; использовать их на междисциплинарном уровне.</li> </ul>	<p>А) <math>x(t) = 4 - 5t - \int_0^t x(s)ds</math> ;</p> <p>Б) <math>x(t) = 2t - 16 \int_0^t (t-s)x(s)ds</math></p> <p>2. Составить интегральное уравнение, соответствующее задаче Коши <math>u'' + 2u' + u = x^2</math>, <math>u(0)=1</math>, <math>u'(0) = 0</math>.</p> <p>3. Решить интегральное уравнение методом последовательных приближений:</p> $\varphi(t) = 4t + \int_0^1 ts \varphi(s)ds$
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> - терминологией, приемами и методами используемыми в теории интегральных уравнений и вариационном исчислении;</li> <li><input type="checkbox"/> - практическими навыками использования элементов теории интегральных уравнений и вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на практике;</li> <li><input type="checkbox"/> - навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности;</li> <li><input type="checkbox"/> - способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов.</li> <li><input type="checkbox"/></li> </ul>	<p><i>Примеры классических задач дисциплин, служащих моделями задач профессиональной сферы:</i></p> <p>1. Решить интегральное уравнение методом резольвент:</p> $\varphi(t) = 3^t + \int_0^t 3^{t-s} \varphi(s)ds$ <p>2. Найти вариацию функционала</p> $V(y) = \int_0^2 (y^2 y' + y' x y) dx, \quad y, \delta y \in C^1 [0;2]$ <p>3. Исследовать на экстремум функционал:</p> $V(y) = \int_0^1 (2y' - y^{-3}) dx, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = -1$



Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ПК-4: способностью применять на практике профессиональные знания и умения, полученные при освоении профильных физических дисциплин</b>		
Знать	<ul style="list-style-type: none"> <li>- приложения теории интегральных уравнений к решению практических задач;</li> <li>- практическое применение вариационного исчисления в профессиональной деятельности.</li> </ul>	<p><b>Задания из профессиональной области:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Дана упругая нить длины <math>l</math>, которая изменяет свою форму, и горизонтальная растягивающая сила <math>T_0</math>, действующая на эту нить в состоянии покоя. Найти прогиб нити в точке <math>x = \xi</math> под действием силы <math>P</math>.</li> <li>2. Материальная точка под действием силы тяжести движется в вертикальной плоскости (<math>xy</math>) по некоторой кривой. Найти эту кривую, если начав своё движение без начальной скорости в точке с ординатой <math>y_0</math> она достигает оси <math>Ox</math> за время <math>t=f(y)</math>, где <math>f(y)</math> – заданная функция.</li> </ol>
Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>- решать задачи профессиональной деятельности средствами теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;</li> <li>- отбирать оптимальные методы решения интегральных уравнений и вариационных задач;</li> <li>- правильно интерпретировать результаты решений задач на основе интегральных уравнений и вариационного исчисления.</li> </ul>	<p><b>АКР №5 «Вариация функционала. Уравнение Эйлера. Достаточные условия экстремума функционала»</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти вариацию функционала <math display="block">V(y) = \int_1^2 (x^2 y^3 + 2y) dx, \quad y, \delta y \in C_{[1;2]}</math></li> <li>2. Найти вариацию функционала <math display="block">V(y) = \int_0^2 (y^2 y' + y' xy) dx, \quad y, \delta y \in C^1_{[0;2]}</math></li> <li>3. Найти экстремали в вариационных задачах: <ul style="list-style-type: none"> <li>А) <math display="block">V(y) = \int_0^2 (xy - e^{xy}) dx, \quad y(0) = 4, y(2) = 0;</math></li> </ul> </li> </ol>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		$V(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 - 4y^2 + 2xy - x^2) dx, y(-1) = 2, y(1) = 4$ <p>В)</p> <p>4. Проверить возможность включения экстремали в поле экстремалей:</p> <p>А) <math>V(y) = \int_0^2 y'(x + y') dx, y(0) = 0, y(2) = -1;</math></p> <p>Б) <math>V(y) = \int_0^2 (y'^2 - y') dx, y(0) = 0, y(1) = -2.</math></p> <p>5. Исследовать на экстремум функционал:</p> <p>А) <math>V(y) = \int_0^2 (e^{y'} + 3) dx, y(0) = 0, y(2) = 1;</math></p> <p>Б) <math>V(y) = \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} y'(1 + x^2 y') dx, y(-1) = 4, y(-\frac{1}{2}) = 1.</math></p>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>- практическими навыками использования элементов теории интегральных уравнений и вариационного исчисления на других дисциплинах, на занятиях в аудитории и на производственной практике;</li> <li>- способами демонстрации умения анализировать профессиональную ситуацию посредством аппарата теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;</li> <li>- навыками и методиками интерпретации результатов решения прикладных задач;</li> <li>- способами оценивания значимости и практической</li> </ul>	<p><b>Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):</b></p> <p><b>АКР №1 «Понятие интегрального уравнения»</b></p> <p>1. Проверить, является ли функция решением уравнения?</p> <p>А), <math>x^2 = \int_0^x (x-t)^2 \varphi(t) dt;</math></p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	<p>пригодности полученных результатов;</p> <p>- основными методами исследования в области интегральных уравнений и вариационного исчисления;</p> <p>- профессиональным языком предметной области знания.</p>	<p>Б)</p> $e^x = \int_0^x (x-t)\varphi(t) dt + x + 1.$ <p>2. Решить интегральное уравнение, сводя его к дифференциальному уравнению:</p> <p>А) <math>x(t) = 1 + \int_0^t sx(s)ds</math> ; б) <math>x(t) = t^3 + \int_0^t \frac{x(s)}{s} ds</math>.</p> <p>3. Составить интегральное уравнение, соответствующее задаче Коши</p> $y'' + y = \cos x, y(0) = 0, y''(0) = 0.$

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Студенты сдают по дисциплине в 7- м семестре зачёт.

Критерием успешного освоения программы дисциплины являются:

- умение интерпретировать понятия и утверждения, применять к решению задач изученную теорию;
- усвоение методов и приемов решения основных задач дисциплины; приобретение навыков работы с наиболее часто встречающимися объектами векторного и тензорного анализа.
- знание основных теоретических положений, формулировок и доказательств ряда теорем.

**Показатели и критерии оценивания зачета**(в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения):

- на оценку **«зачтено»** – студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;
- на оценку **«не зачтено»** – студент не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.