

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»
Филиал в г. Белорецке

УТВЕРЖДАЮ:
Директор филиала
ФГБОУ ВО «МГТУ» в г. Белорецке
Д.Р. Хамзина
« 30 ЛОРЫКИ / 10 2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.03.01 Анализ числовой информации

Направление подготовки 22.03.02 Металлургия

Направленность (профиль) программы Обработка металлов и сплавов давлением (металлическое производство)

Уровень высшего образования - Бакалавриат

Программа подготовки – Академический бакалавриат

Форма обучения очная

| | |
|-----------------------|------------------------------|
| Филиал в г. Белорецке | |
| Кафедра | Металлургии и стандартизации |
| Курс | 1 |
| семестр | 2 |

Белорецк
2018 г.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 22.03.02 Metallurgy, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 4 декабря 2015 г. № 1427.

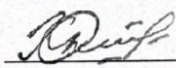
Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры металлургии и стандартизации филиала ФГБОУ ВО «МГТУ» в г.Белоречке

« 24 » 10 2018 г., протокол № 2 .

Зав. кафедрой  / С.М.Головизнин/

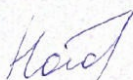

Рабочая программа одобрена методической комиссией филиала ФГБОУ ВО «МГТУ» в г.Белоречке

« 30 » 10 2018 г., протокол № 1 .

Председатель  / Д.Р. Хамзина /

Рабочая программа составлена: к.п.н., доцентом



Рецензент:
Начальник УИТ БМК, к.т.н., доцент

О.В. Ноговицина

/О.А.Сарапулов/

Лист регистрации изменений и дополнений

| № п/п | Раздел РПД (модуля) | Краткое содержание изменения /дополнения | Дата, № протокола заседания кафедры | Подпись зав. кафедрой |
|-------|---|--|-------------------------------------|---|
| 1 | 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) | Актуализация учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины | 3.09.2019 №1 |  |
| 2 | 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) | Актуализация учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины | 3.09.2020 №1 |  |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

1. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины «анализ числовой информации» – формирование знаний, умений и навыков, необходимых для принятия решений по регулированию технологических процессов ее производства на основе информации, получаемой в условиях действующих технологических систем при объективно существующей в этих системах стахостичности, а также формирование профессиональных компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 22.03.02 Metallургия.

2. Место дисциплины в структуре ООП подготовки бакалавра

Дисциплина «анализ числовой информации» входит в вариативную часть блока 1 образовательной программы.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, сформированных в результате получения среднего (полного) общего образования и, в первую очередь, изучения дисциплин «математика», «информатика».

Знания, умения, навыки обучающихся, полученные при изучении дисциплины будут необходимы им при изучении дисциплин «теория обработки металлов давлением», «электротехника и электроника», «оборудование цехов ОМД», при подготовке и сдаче государственного экзамена, при прохождении производственной практики.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Анализ числовой информации» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Структурный элемент компетенции | Уровень освоения компетенций | | |
|---------------------------------|--|-----------------|-----------------|
| | Пороговый уровень | Средний уровень | Высокий уровень |
| | готовностью использовать физико-математический аппарат для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности (ПК-3) | | |
| Знать | основные определения и понятия анализа численной информации перечень программного обеспечения, которое может быть использовано в процессе моделирования реальных задач подходы использования современных методов для решения междисциплинарных задач | | |
| Уметь: | обоснованно выбирать методы анализа численной информации решать задачи с помощью программного обеспечения | | |
| Владеть: | практическими навыками использования простейших методов анализа на занятиях в аудитории практическими навыками использования изучаемых методов на других дисциплинах самостоятельно применять, расширять и углублять знания для постановки и решения задач с использованием методов анализа информации в процессе учебной деятельности | | |

| | | | |
|---------------------------------|------------------------------|-----------------|-----------------|
| Структурный элемент компетенции | Уровень освоения компетенций | | |
| | Пороговый уровень | Средний уровень | Высокий уровень |
| | | | |

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 акад. часов, в том числе:

контактная работа – 54,15 акад. часов

- аудиторная работа – 51 акад. часов,

-ВНКР – 3,15 акад. часа;

самостоятельная работа – 18,15 акад. часа,

подготовка к экзамену – 35,7 акад. часов.

| № п/п | Раздел/тема дисциплины | семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) | | Самостоятельная работа (в акад. часах) | Вид самостоятельной работы | Формы текущего и промежуточного контроля успеваемости | Код и структурный элемент компетенции |
|-------|--|---------|--|----------------------|--|---|---|---------------------------------------|
| | | | Лекционные занятия | Практические занятия | | | | |
| 1 | Необходимость и сущность статистического подхода к решению задач контроля и управления качеством продукции. Стохастичность технологических систем. Статистические методы в современной интегрированной | 2 | 2 | 4 | 3 | самостоятельно изучение учебно-методической литературы; электронных учебников подготовка к выполнению практической работы | практическая работа | ПК-3 зув |

| | | | | | | | | |
|---|--|---|---|---|---|---|---------------------|----------|
| | <p>системе менеджмента качества. Задачи контроля и управления качеством продукции. Методы обработки числовой информации, инструменты и методы контроля качества (выборочный контроль, SPC - статистический контроль процесса, MSA – анализ измерительных систем). Стандартизация статистических методов.</p> | | | | | | | |
| 2 | <p>Краткие сведения из теории вероятности и математической статистики</p> <p>Нормальное распределение и его особенности. Задачи и методы обработки числовой информации</p> | 2 | 3 | 6 | 3 | самостоятельно изучение учебно-методической литературы; электронных учебников подготовка к выполнению практической работы | практическая работа | ПК-3 зув |
| 3 | <p>Методы обработки числовой информации для контроля и управления качеством</p> <p>Обработка и анализ выборки. Выборочное оценивание вариации параметра. Оценивание взаимосвязи</p> | 2 | 3 | 6 | 3 | самостоятельно изучение учебно-методической литературы; электронных учебников подготовка к выполнению практической работы | практическая работа | ПК-3 зув |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|------|---|---------------------|----------|
| | <p>параметров с применением корреляционного анализа.</p> <p>Оценивание взаимосвязи параметров с применением дисперсионного анализа.</p> <p>Отображение взаимосвязи параметров с применением регрессионного анализа</p> | | | | | | | |
| 4 | <p>Анализ возможности и управляемости технологического процесса</p> <p>Сущность задач анализа процесса и область его применения.</p> <p>Характеристики состояния (индексы) процесса. Оценки состояния процессов на основе индексов.</p> <p>Технология анализа и улучшения процессов</p> | 2 | 3 | 6 | 3 | самостоятельно изучение учебно-методической литературы; электронных учебников подготовка к выполнению практической работы | практическая работа | ПК-3 зув |
| 5 | <p>Статистический приемочный контроль</p> <p>Сущность и виды контроля. Теория выборочного контроля и основные подходы. Планы контроля и их реализация</p> | 2 | 3 | 6 | 3 | самостоятельно изучение учебно-методической литературы; электронных учебников подготовка к выполнению практической работы | практическая работа | ПК-3 зув |
| 6 | <p>Анализ измерительных систем (MSA)</p> | 2 | 3 | 6 | 3,15 | самостоятельно изучение учебно-методической | практическая работа | ПК-3 зув |

| | | | | | | | |
|---|---|----|----|-------|---|---------|--|
| Измерительная система и ее статистические характеристики. Методы анализа измерительных систем | | | | | литературы; электронных учебников подготовка к выполнению практической работы | | |
| Подготовка к экзамену | 2 | | | 35,7 | | экзамен | |
| Итого | 2 | 17 | 34 | 18,15 | | экзамен | |

5. Образовательные и информационные технологии

Для реализации предусмотренных видов учебной работы в качестве образовательных технологий в преподавании дисциплины «Анализ числовой информации» используются традиционная образовательная технология и информационно-коммуникативные образовательные технологии. При этом применяются следующие формы учебных занятий: информационная лекция, предусматривающая последовательное изложение материала в дисциплинарной логике; практические занятия, посвященные освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму; лекции-визуализации; практические занятия в форме презентаций. Практические занятия по изучаемой дисциплине проводятся с использованием ИТ-методов, работы в команде, индивидуального обучения.

При изучении дисциплины «анализ числовой информации»

1. Рассмотреть перечень и порядок чередования тем и вопросов изучения данной дисциплины.

2. Рассмотреть и при необходимости уточнить у ведущего преподавателя план-график самостоятельной работы студента, порядок изучения дисциплины, в чем заключается самостоятельная работа, промежуточная и итоговая аттестация по данной дисциплине.

3. Уточнить порядок и цель проведения практических работ.

4. Рассмотреть и при необходимости уточнить у ведущего преподавателя порядок изучения вопросов теоретического цикла, вынесенных на самостоятельную работу студента, а также порядок аттестации по рассмотрению данных вопросов.

Практические занятия по изучаемой дисциплине проводятся с использованием ИТ-методов, работы в команде.

Самостоятельная работа студентов стимулирует студентов к самостоятельной проработке тем в процессе выполнения работ, в процессе подготовки к итоговой аттестации.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Примерные задания для практических работ

1. ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Цель работы: Исследовать с помощью ЭВМ основные виды функций, применяемые в математической статистике: функции нормального распределения, распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера. Научиться основным методам обработки данных, представленных выборкой. Изучить графические представления данных.

1.1. Исследование статистических функций

При статических исследованиях широко используются специальные функции –

законы нормального распределения, распределений хи-квадрат, Стьюдента и Фишера. Получим графики этих функций и исследуем их свойства. Функция плотности нормального распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Она зависит от двух параметров m и σ , которые имеют смысл математического ожидания и среднеквадратического отклонения. Построим график этой функции и исследуем влияние параметров m и σ на него.

Запускаем программу EXCEL и задаем значения параметров m и σ . Пусть, например, $m = 3$ и $\sigma = 1$. Для этого в ячейки A1 и A2 первого листа вводим подписи «m=» и «sig=» (кавычки здесь и далее вводить не надо), а в соседние B1 и B2 вводим значения 3 и 1. Для построения графика протабулируем в столбцах C и D функцию плотности нормального распределения на отрезке (0; 6) с шагом 0,2. Для этого вводим в C1 подпись «X=», а в D1 подпись «f=». Вводим в C2 значение 0, в C3 значение 0,2, обводим, выделяя, ячейки C2 и C3 и захватив за нижний правый угол рамки вокруг ячеек C2 и C3, перетягиваем его вниз до ячейки C32, что позволит автоматически занести в столбец значения от 0 до 6 с шагом 0,2. Ставим курсор в ячейку D2 и вызываем функцию плотности нормального распределения. Для этого нажимаем кнопку мастера функций f_x выбираем категорию «Статистические» и функцию **НОРМРАСП**. Появляется окно, показанное на рисунке 1.

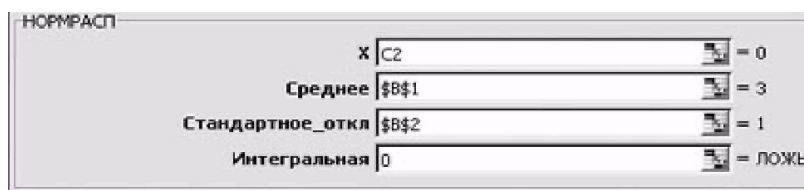


Рис. 1. Настройки функции НОРМРАСП

Вводим ссылкой на переменную X: «C2» (для ввода ссылки достаточно щелкнуть мышью по ячейке с данной адресацией), ссылкой на m и σ – «\$B\$1» и «\$B\$2». Эти ссылки абсолютные, т.к. ячейки со значениями m и σ всегда B1 и B2, поэтому пишется знак \$ (чтобы быстро относительную ссылку сделать абсолютной нужно после ввода ссылки нажать F4). В поле «Интегральное» ставим ноль, нажимаем «ОК». В ячейке D2 появился результат 0,004432, а в строке формул – запись «=НОРМРАСП(C2;\$B\$1;\$B\$2;0)». За нижний правый угол ячейки D2 автозаполняем результат на ячейки D2-D32.

Строим график по данным. Ставим курсор в любой свободной ячейке. Вызываем мастер диаграмм выбрав пункты меню ВСТАВКА/ДИАГРАММА. Выбираем тип диаграммы «График» и вид – левый график в верхнем ряду, нажимаем «Далее». Ставим курсор в поле «Диапазон» и обводим курсором ячейки D2-D32, переходим на закладку «Ряд», ставим курсор в поле «Подписи оси X» и обводим диапазон данных C2-C32, нажимаем «Готово». Получаем график плотности нормального распределения.

Исследуем, как влияют параметры на вид графика. Для этого изменяем в ячейке B1 значение 3 на значение 4, нажимаем Enter. Видим, что график сместился вправо, изменяем на 2, график сместился влево. Возвращаем в B1 значение 3, и изменяем в B2 значение 1 на 2. График растянулся. Изменяем в B2 на 0,5 – график сжался. Делаем вывод: Параметр m изменяет положение графика, с увеличением параметра график смещается вправо. Параметр σ влияет на ширину графика, с увеличением параметра график растягивается.

Рассмотрим теперь другие виды законов распределений.

1. Распределение хи-квадрат определяется как сумма k независимых стандартных нормальных величин. Число k называется числом степеней свободы.

Когда $k = 1$ случайная величина равна квадрату стандартной нормальной величины. Хи-квадрат распределение имеет только один параметр – число степеней свободы k , являющийся целым положительным числом. Функция, возвращающая значение плотности распределения хи-квадрат находится в категории «Статистические» и называется «ХИ2РАСП».

Задание 1. Построить график плотности распределения хи-квадрат, протабулировав эту функцию на отрезке от 0 до 10 с шагом 0,2 и взяв степень свободы $k = 5$. Проанализировать зависимость параметра распределения k на график.

2. t-распределение Стьюдента важно в тех случаях, когда рассматриваются оценки среднего, оценки коэффициентов регрессивного уравнения, оценки параметров временных рядов, t-распределение Стьюдента с единственным параметром k , называемым степенью свободы сосредоточено на всей действительной оси, симметрично относительно начала координат. Функция, возвращающая значение плотности распределения Стьюдента находится в категории «Статистические» и называется «СТЬЮДРАСП». Функция имеет дополнительный чисто вычислительный параметр «Хвосты», который не связан с распределением Стьюдента, а связан с выводом полученных результатов программой EXCEL. Его всегда задаем равным 1.

Задание 2. Построить график плотности распределения Стьюдента, протабулировав эту функцию на отрезке от 0 до 7 с шагом 0,2 и взяв степень свободы $k = 4$. Проанализировать зависимость параметра распределения k на график.

3. F-распределение Фишера возникает в регрессионном, дисперсионном, дискриминантном анализе, а также в других видах многомерного анализа данных. Случайная величина, имеющая F-распределение с парой степеней свободы тип, определяется как отношение двух независимых случайных величин, имеющих распределение хи-квадрат со степенями свободы m и n с умножением на нормированный сомножитель n/m . F-распределение сосредоточено на положительной полуоси. Это распределение несимметрично. Функция, возвращающая значение плотности распределения Фишера находится в категории «Статистические» и называется «ФРАСП». Она имеет два параметра m и n называемых степенями свободы.

Задание 3. Построить график плотности распределения Фишера, протабулировав эту функцию на отрезке от 0 до 5 с шагом 0,2 и взяв степени свободы $m = 4$ и $n = 5$. Проанализировать зависимость параметров распределения m и n на график.

1.2. Обработка опытных данных

Основным объектом исследования в математической статистике является выборка. Выборкой объема n называются числа x_1, x_2, \dots, x_n , получаемые на практике при n -кратном повторении эксперимента в неизменных условиях. На практике выборку чаще всего представляют статистическим рядом. Для этого вся числовая ось, на которой лежат значения выборки, разбивается на k интервалов (это число выбирается произвольно от 5 до 10), которые обычно равны, вычисляются середины интервалов z_i , и считается число элементов выборки, попадающих в каждый интервал n_i . Статистическим рядом называется последовательность пар (z_i, n_i) . Рассмотрим решение задачи на ЭВМ в программе EXCEL на следующем примере.

ПРИМЕР.

Дана некоторая выборка чисел: 14, 18, 16, 21, 12, 19, 27, 19, 15, 20, 27, 29, 22, 28, 19, 17, 18, 24, 23, 22, 19, 20, 23, 21, 19. Построим статистический ряд, полигон, гистограмму и кумулятивную кривую. Откроем книгу программы EXCEL, введем в первый столбец (ячейки A1-A25) исходные данные. Определим область чисел, на которой лежат данные. Для этого найдем максимальный и минимальный элементы выборки. Введем в B1 подпись «Максимум», а в B2 – подпись «Минимум».

В соседних ячейках C1 и C2 определим функции «MAX» и «MIN». Для этого ставим курсор в C1 и вызываем мастер функций, нажав на кнопку f_x в открывшемся окне в поле «Категория» выбираем «Статистические», и ниже ищем функцию МАКС и

вызываем ее двойным щелчком мыши по названию. В качестве аргумента функции (в графе «Число 1») обведем область данных (ячейки A1-A25). Поле «Число 2» оставляем пустым.

Нажимаем «ОК». Результатом будет число 29. Ставим курсор в ячейку C2 и аналогично вводим функцию МИН. Результат – число 12. Видно, что все данные укладываются на отрезке [12;30]. Разделим его на девять (выбирается произвольно от 5 до 10) интервалов по 2 единицы каждый: 12-14, 14-16, 16-18, 18-20, 20-22, 22-24, 24-26, 26-28, 28-30. В ячейки D1-D9 вводим верхние границы интервалов группировки – числа 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30. Для вычисления частот n_i используют функцию ЧАСТОТА, находящуюся в категории «Статистические». Введем ее в ячейку E1.

В строке «Массив данных» введем диапазон выборки (ячейки A1-A25). В строке «Массив интервалов» введем диапазон верхних границ интервалов группировки (ячейки D1-D9). Результат функции является массивом и выводится в ячейках E1-E9. Для полного вывода (не только первого числа в E1) нужно выделить ячейки E1-E9, обведя их мышью, и нажать F2, а далее одновременно CTRL+SHIFT+ENTER. Результат – частоты интервалов 2, 2, 3, 7, 4, 3, 0, 3, 1.

Для построения гистограммы нужно выбрать ВСТАВКА/ДИАГРАММА или нажать на соответствующий значок на основной панели (при этом курсор должен стоять в свободной ячейке). Далее выбрать тип: ГИСТОГРАММА, вид по выбору, нажать «ДАЛЕЕ», в строке «ДИАПАЗОН» обвести частоты E1-E9, перейти на вкладку «РЯД», в строке «ПОДПИСИ ОСИ X» ввести интервалы в ячейках D1-D9, нажать «ДАЛЕЕ» ввести название «ГИСТОГРАММА», подписи осей: ось X – «ИНТЕРВАЛЫ» и ось Y – «ЧАСТОТА», нажать «ГОТОВО». Для создания полигона перейти на пустую ячейку и сделать то же самое, только вместо типа диаграммы «ГИСТОГРАММА», выбрать «ГРАФИК». Для построения кумулятивной кривой нужно посчитать накопленные частоты. Для этого в ячейку F1 вводим «=E1», в F2 – вводим «=F1+E2» и автозаполнением перетаскиваем эту ячейку до F9. Далее строим график, как и в случае полигона, но в строке «ДИАПАЗОН» вводим накопленные частоты, ссылаясь на F1-F9, а на вкладке «РЯД», в строке «ПОДПИСИ ОСИ X» вводим интервалы в ячейках D1-D9.

Задание 4. Дана выборка некоторых чисел.

Составить статистический ряд, построить гистограмму, полигон, кумуляту.

Таблица 1

Числовые данные для выполнения задания

| Вариант | Выборка | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1. | 18 | 19 | 21 | 18 | 16 | 19 | 18 | 16 | 17 | 18 | 15 | 22 | 18 | 17 |
| | 14 | 19 | 16 | 14 | 14 | 22 | 14 | 21 | 18 | 16 | 12 | 19 | 18 | 18 | 15 |
| 2. | 22 | 23 | 23 | 22 | 21 | 20 | 21 | 18 | 16 | 22 | 18 | 25 | 13 | 23 | 17 |
| | 24 | 21 | 17 | 19 | 27 | 26 | 25 | 21 | 26 | 19 | 24 | 20 | 18 | 23 | 18 |
| 3. | 37 | 32 | 29 | 32 | 28 | 32 | 33 | 35 | 30 | 36 | 32 | 28 | 34 | 32 | 32 |
| | 27 | 32 | 38 | 38 | 32 | 29 | 30 | 39 | 39 | 31 | 30 | 31 | 39 | 29 | 33 |
| 4. | 46 | 43 | 36 | 44 | 39 | 47 | 41 | 47 | 41 | 50 | 50 | 49 | 41 | 40 | 50 |
| | 45 | 46 | 47 | 44 | 48 | 46 | 48 | 46 | 51 | 41 | 47 | 51 | 52 | 40 | 47 |
| 5. | 72 | 74 | 69 | 71 | 73 | 68 | 73 | 77 | 76 | 77 | 76 | 76 | 76 | 64 | 65 |
| | 75 | 70 | 75 | 71 | 69 | 72 | 69 | 78 | 72 | 67 | 72 | 81 | 75 | 72 | 69 |
| 6. | 52 | 51 | 46 | 43 | 50 | 50 | 53 | 57 | 48 | 55 | 56 | 45 | 55 | 51 | 55 |
| | 41 | 54 | 60 | 52 | 52 | 59 | 49 | 51 | 50 | 47 | 49 | 57 | 54 | 54 | 42 |
| 7. | 44 | 44 | 46 | 45 | 49 | 44 | 47 | 47 | 36 | 37 | 35 | 40 | 35 | 39 | 41 |
| | 34 | 38 | 42 | 44 | 42 | 35 | 43 | 45 | 39 | 33 | 39 | 45 | 47 | 41 | 45 |
| 8. | 59 | 60 | 65 | 50 | 55 | 64 | 66 | 63 | 55 | 62 | 60 | 58 | 67 | 58 | 65 |
| | 63 | 59 | 57 | 65 | 56 | 66 | 59 | 59 | 60 | 61 | 65 | 59 | 50 | 64 | 63 |
| 9. | 55 | 71 | 66 | 74 | 71 | 70 | 68 | 76 | 75 | 73 | 65 | 75 | 73 | 70 | 67 |
| | 59 | 63 | 68 | 65 | 65 | 81 | 69 | 64 | 57 | 58 | 68 | 70 | 71 | 71 | 71 |
| 10. | 65 | 72 | 69 | 68 | 62 | 71 | 74 | 74 | 70 | 67 | 76 | 73 | 79 | 77 | 70 |
| | 65 | 70 | 66 | 75 | 66 | 74 | 75 | 84 | 87 | 71 | 69 | 67 | 67 | 75 | 60 |
| 11. | 68 | 63 | 72 | 62 | 58 | 77 | 67 | 67 | 71 | 72 | 75 | 73 | 70 | 66 | 73 |
| | 70 | 69 | 78 | 73 | 64 | 71 | 69 | 73 | 71 | 71 | 68 | 65 | 66 | 69 | 74 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12. | 18 | 19 | 21 | 18 | 16 | 19 | 18 | 16 | 17 | 18 | 15 | 22 | 18 | 17 | 22 |
| | 14 | 19 | 16 | 14 | 14 | 22 | 14 | 21 | 18 | 16 | 12 | 19 | 18 | 18 | 15 |

2. ТОЧЕЧНОЕ И ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Цель работы: Овладеть навыками расчета с помощью ЭВМ основных числовых характеристик выборки. Научиться строить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии.

Для исследования основных свойств явления или объекта, представленного выборкой, вычисляют точечные и интервальные оценки.

2.1. Точечное оценивание

Точечные оценки параметров распределения – это оценки, полученные по выборке и приближенно равные оцениваемым параметрам. Основными точечными оценками являются:

Объем выборки n – количество элементов в выборке.

Выборочное среднее \bar{x} – оценка математического ожидания, среднеарифметическое элементов выборки.

Выборочная дисперсия S^2 – среднее квадратов отклонения элементов выборки от выборочного среднего, является оценкой дисперсии, характеризует разброс выборочных значений.

Стандартное отклонение S – корень из дисперсии.

Медиана h – средний элемент вариационного ряда или полусумма двух средних элементов, если объем выборки четный.

Мода d – наиболее часто повторяющийся элемент.

Коэффициент эксцесса δ – характеризует «островерхость» гистограммы или полигона по сравнению с кривой Гаусса нормального распределения.

Коэффициент асимметрии γ – характеризует степень симметричности гистограммы или полигона.

Перцентиль на уровне p – значение t_p , меньше которого $p \cdot 100\%$ элементов выборки.

ПРИМЕР.

Имеется выборка чисел: 43, 38, 34, 51, 47, 45, 41, 52, 50, 38, 43, 44, 39, 46, 49, 42, 42, 38, 53, 55, 48, 45, 41, 49, 47. Найти основные числовые характеристики выборки.

Запускаем программу EXCEL, первый лист. Вводим исходные данные в ячейки A1-A25. Находим числовые характеристики. Для ввода функций выделяем два столбца, например B и C, в первом вводим название характеристики, во втором – функцию. В ячейки B1-B11 вводим подписи числовых характеристик, то есть, вписываем в эти ячейки первый столбец таблицы приведенной ниже. В C1 вводим текст «Функция» и ниже определяем функции, соответствующие названию (из второй колонки таблицы). Все функции вызываются нажатием на кнопку f_x находятся в категории «Статистические» и в качестве массива данных (поле «ЧИСЛО 1»), указывается ссылка на A1-A25. Например, для ввода первой из них ставим курсор в C2, нажимаем f_x выбираем категорию «Статистические» и функцию «Счет», в открывшемся окне ставим курсор в поле «Число 1» и обводим курсором ячейки A1-A25, нажимаем «ОК». Также поступаем и с другими функциями.

Таблица 2

Список функций

| Характеристика | Функция |
|------------------------|-----------------------------|
| Объем выборки | =СЧЕТ(массив данных) |
| Выборочное среднее | =СРЗНАЧ(массив данных) |
| Дисперсия | =ДИСП(массив данных) |
| Стандартное отклонение | =СТАНДОТКЛОН(массив данных) |
| Медиана | =МЕДИАНА(массив данных) |
| Мода | =МОДА(массив данных) |

| | |
|------------------------|----------------------------|
| Коэффициент эксцесса | =ЭКСПЕСС(массив данных) |
| Коэффициент асимметрии | =СКОС(массив данных) |
| Перцентиль 40% | =ПЕРСЕНТИЛЬ(массив данных; |
| Перцентиль 80% | =ПЕРСЕНТИЛЬ(массив данных; |

Существует другой способ вычисления числовых характеристик выборки. Для этого ставим курсор в свободную ячейку (например, D1). Затем вызываем в меню «Сервис» подменю «Анализ данных» (Data Analysis). Если в меню «Сервис» отсутствует этот пункт, то в меню «Сервис» нужно выбрать пункт «Надстройки» и в нем поставить флажок напротив пункта «Пакет анализа» (Analysis ToolPak). После этого в меню «Сервис» появится «Анализ данных» (Data Analysis). В окне «Анализ данных» нужно выбрать пункт «Описательная статистика» (Descriptive Statistics). В появившемся окне в поле «Входной интервал» (Input Range) делаем ссылку на выборку A1-A25, помещая курсор в поле и обводя эти ячейки. Оставляем группирование «По столбцам» (Columns). В разделе «Параметры вывода» (Output Options) ставим флажок на «Выходной интервал» (Output Range) и в соседнем поле задаем ссылку на верхнюю левую ячейку области вывода (например, D1), ставим флажок напротив «Описательная статистика» (Summary Statistics), нажимаем «ОК». Результат – основные характеристики выборки (сделайте шире столбец D, переместив его границу в заголовке).

Задание 1. Для данных из задания 4 лабораторной работы № 1 вычислить основные числовые характеристики выборки обоими способами.

2.2. Интервальное оценивание

Рассмотрим методы интервального оценивания. Доверительным интервалом называется интервал $(a; b)$, в который с заданной вероятностью p попадает оцениваемый параметр. Вероятность p называется доверительной. Вместо нее часто задают величину $\alpha = 1 - p$, называемую уровнем значимости. Если выборка объема n представляет случайную величину, распределенную нормально, то доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии равны:

$$m \in \left(\bar{x} - \frac{S \cdot t_{1-\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{S \cdot t_{1-\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}} \right),$$

$$\sigma^2 \in \left(\frac{S^2 \cdot (n-1)}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}; \frac{S^2 \cdot (n-1)}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)} \right)$$

где $t_p(n)$ и $\chi_p^2(n)$ – квантили распределения Стьюдента и хи-квадрат, $\alpha = 1 - p$.

Возвращаемся на лист 1 электронной таблицы с данными примера и для них вычислим доверительные интервалы при $p = 0,05$. Вводим данные согласно рисунку 2.

| | F | G | H | I |
|---|---|--------------------|---------------|----------------|
| 1 | | Уровень значимости | | 0,05 |
| 2 | | Интервал | Левая граница | Правая граница |
| 3 | | Матожидание | | |
| 4 | | Дисперсия | | |

Рис. 2. Пример оформления таблицы

Для вычисления величины $\frac{S \cdot t_{1-\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}}$ служит функция «ДОВЕРИТ»

категории «Статистические» с тремя параметрами «Альфа» – уровень значимости $\alpha = 1 - p$, «Станд_откл» – среднеквадратическое отклонение S , «Размер» – объем выборки n .

Таким образом, вводим в НЗ функцию:

=СРЗНАЧ(А1:А25)–ДОВЕРИТ(11;СТАНДОТКЛОН(А1:А25);25),

а в ячейку I3 функцию:

=СРЗНАЧ(А1:А25)+ДОВЕРИТ(11;СТАНДОТКЛОН(А1:А25);25).

Для вычисления доверительного интервала для дисперсии следует отметить, что функция вычисления квантили распределения хи-квадрат (обратного распределения хи-квадрат) называется «ХИ2ОБР» (категория «Статистические») и имеет два параметра: первый «Вероятность» содержит доверительную вероятность), второй – степень свободы $n - 1$. Вводим в соответствии с данными условиями и формулой для доверительного интервала в ячейку Н4 запись: =ДИСП(А1:А25)*24/ХИ2ОБР(0,025;24), а в ячейку I4 запись: =ДИСП(А1:А25)*24/ХИ2ОБР(0,975;24). Получаем значения границ доверительных интервалов.

Задание 2. Для данных из задания 4 лабораторной работы № 1 вычислить доверительные интервалы для матожидания и дисперсии при $\alpha = 0,01$. Изменяя значение уровня значимости α сделать вывод о его влиянии на ширину интервала.

3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ О ВИДЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель работы: Ознакомиться с методами проверки статистических гипотез о принадлежности генеральной совокупности, представленной выборочными данными, к тому или иному типу распределений, используя критерий согласия Пирсона (хи-квадрат) с помощью ЭВМ.

Методы проверки статистических гипотез занимают центральное место в исследованиях математической статистики. Одной из важнейших групп критериев проверки статистических гипотез являются критерии проверки гипотез о виде распределений (критерии согласия). Они по выборочным данным проверяют предположение о принадлежности генеральной совокупности к тому или иному виду распределений. Одним из наиболее мощных критериев согласия является критерий Пирсона, называемый еще критерием хи-квадрат. Его суть заключается в сравнении теоретических частот элементов выборки n_i (для дискретных распределений) с теоретическими частотами $n'_i = np_i$, где p_i – вероятность принять это значение, рассчитанное по исследуемому закону распределения. Если распределение непрерывное, то строится группированный статистический ряд из k интервалов $p_i = F(b_i) - F(a_i)$ есть вероятность попасть в i -й интервал группировки (здесь $F(x)$ – функция распределения проверяемого закона). Статистикой критерия является величина $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$. Критическое значение критерия равно обратному распределению хи-квадрат со степенями свободы $(k - r - 1)$: $\chi_{kr}^2 = \chi_{1-\alpha}^2(k - r - 1)$, где r – число оцениваемых параметров закона распределения. Распределение можно считать соответствующим теоретическому если выполняется условие $\chi^2 < \chi_{kr}^2$. Рассмотрим решение данной задачи на примере.

ПРИМЕР 1. Имеется выборка числовых значений. Необходимо проверить статистическую гипотезу о том, что данная выборка распределена по нормальному закону распределения. Взять уровень значимости $\alpha = 0,05$.

Таблица 3

Выборка числовых значений

| Выборка числовых значений | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 64 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 4 | 6 | 7 | 5 | 6 | 5 | 5 | 5 | 6 | 4 | 6 | 6 | 6 | 64 |

64 6 7 6 6 6 8 7 8 6 8 5 7 7 8 6 6 7 6 74

Для проверки гипотезы о принадлежности генеральной совокупности нормальному виду распределений необходимо строить группированный статистический ряд, т.к. нормальное распределение является непрерывным. Для этого нужно знать размах выборки, который равен разнице между максимальным и минимальным элементами выборки. Кроме того, нужно рассчитать точечные оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения (СКО). Открываем электронную таблицу и вводим данные выборки в нее в ячейки А2-А41, делаем подписи для расчетных параметров в соответствии с рисунком:

| | А | В | С | Д | Е | Ф | Г |
|----|---------|------------|-----------|---------|--------|------------|----------|
| 1 | Выборка | Параметры: | Интервалы | Частота | Вер-ть | Теор.част. | Критерий |
| 2 | 64 | Объем | | | | | |
| 3 | 56 | | | | | | |
| 4 | 69 | Максимум | | | | | |
| 5 | 78 | | | | | | |
| 6 | 78 | Минимум | | | | | |
| 7 | 83 | | | | | | |
| 8 | 47 | Среднее | | | | | |
| 9 | 65 | | | | | | |
| 10 | 77 | СКО | | | | | |
| 11 | 57 | | | | | | |

Рис. 3. Пример оформления таблицы

Вычисляем параметры по выборке. Для этого вводим в ячейку В3: «=СЧЁТ(А2:А41)» (здесь и далее кавычки вводить не надо, функции можно вводить с помощью мастера функций из категории «Статистические», как в лабораторной работе №2, ссылки на ячейки можно ввести щелкнув мышью по ячейке). В В5 вводим: «=МАКС(А2:А41)», в В7: «=МИН(А2:А41)», в В9: «=СРЗНАЧ(А2:А41)», в В11: «=СТАНДОТКЛОН(А2:А41)».

Видно, что весь диапазон значений элементов лежит на интервале от 47 до 88. Разобьем этот интервал на интервалы группировки: [0; 50], (50; 55], (55; 60], (60; 65], (65; 70], (70; 75], (75; 80], (80; 85], (85; 90]. Для этого вводим в ячейки С2-С11 границы интервалов (табл. 4).

Таблица 4

Границы интервалов группировки

| Ячейк | С2 | С3 | С4 | С5 | С6 | С7 | С8 | С9 | С10 | С11 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
| Число | 0 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |

Для вычисления частот n используем функцию ЧАСТОТА. Для этого в Д3 вводим формулу «=ЧАСТОТА(А2:А41;С3:С11)». Затем обводим курсором ячейки Д3-Д11, выделяя их и нажимаем F2, а затем одновременно Ctrl+Shift+Enter. В результате в ячейках Д3-Д11 окажутся значения частот.

Для расчета теоретической вероятности $p_i = F(b_i) - F(a_i)$ вводим в ячейку Е3 разницу между функциями нормального распределения (функция НОРМРАСП категории «Статистические») с параметрами: «Х» – значение границы интервала, «Среднее» - ссылка на ячейку В9, «Стандартное_откл» – ссылка на В11, «Интегральная» – 1. В результате в Е3 будет формула: **=НОРМРАСП(С3;\$B\$9;\$B\$11;1)–ОРМРАСП(С2;\$B\$9;\$B\$11;1).**

Автозаполняем эту формулу на Е3-Е10 перемещая нижний правый угол Е3 до ячейки Е10. В последней ячейке столбца Е11 для соблюдения условия нормировки вводим дополнение предыдущих вероятностей до единицы. Для этого вводим в Е11: «=1–СУММ(Е3:Е10)».

Для расчета теоретической частоты $n_i' = np_i$ вводим в F3 формулу: «=E3*\$B\$3», автозаполняем ее на F3-F11.

Для вычисления элементов суммы $\frac{(n - n')^2}{n'}$ критерия Пирсона вводим в G3 значение «=(D3-F3)*(D3-F3)/F3» и автозаполняем его на диапазон G3-G11.

Находим значение критерия χ^2 и критическое значение χ_{kr}^2 . Для этого вводим в F12 подпись «Сумма», а в F13 подпись «Критич.». Вводим в соседние ячейки формулы – в G12: «=СУММ(G3:G11)», а в G13: «=ХИ2ОБР(0,05;6)», здесь параметр $\alpha = 0,05$ взят из условия, а степень свободы $(k - r - 1) = (9 - 2 - 1) = 6$, так как $k = 9$ – число интервалов группировки, а $r = 2$, т.к. были оценены два параметра нормального распределения: математическое ожидание и СКО. Видно, что $\chi^2 < \chi_{kr}^2$, то есть можно считать, что прибыль данной фирмы распределена по нормальному закону распределения.

Проверим это, построив графики плотностей эмпирического и теоретического распределений. Ставим курсор в любую свободную ячейку и вызываем мастер диаграмм (Вставка/Диаграмма). Выбираем тип диаграммы «График» и вид «График с маркерами» самый левый во второй строке, нажимаем «Далее». Ставим курсор в поле «Диапазон» и, удерживая кнопку CTRL, обводим мышью область ячеек D3-D11 а затем F3-F11. Переходим на закладку «Ряд» и в поле «Подписи оси X» обводим область C3-C11. Нажимаем «Готово». Видно, что графики достаточно хорошо совпадают, что говорит о соответствии данных нормальному закону.

Задание 1. Дана выборка чисел. Проверить по критерию Пирсона на уровне значимости $\alpha = 0,02$ статистическую гипотезу о том, что генеральная совокупность, представленная выборкой, имеет нормальный закон распределения (таблица 5).

Таблица 5

Числовые данные для выполнения задания

| Вариант | Выборка | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1. | 45 | 52 | 49 | 48 | 42 | 51 | 54 | 54 | 50 | 47 | 56 | 53 | 59 | 57 |
| | 45 | 50 | 46 | 55 | 46 | 54 | 55 | 64 | 67 | 51 | 49 | 47 | 47 | 55 | 40 |
| 2. | 48 | 43 | 52 | 42 | 38 | 57 | 47 | 47 | 51 | 52 | 55 | 53 | 50 | 46 | 53 |
| | 50 | 49 | 58 | 53 | 44 | 51 | 49 | 53 | 51 | 51 | 48 | 45 | 46 | 49 | 54 |
| 3. | 65 | 81 | 76 | 84 | 81 | 80 | 78 | 86 | 85 | 83 | 75 | 85 | 83 | 80 | 77 |
| | 69 | 73 | 78 | 75 | 75 | 91 | 79 | 74 | 67 | 68 | 78 | 80 | 81 | 81 | 81 |
| 4. | 75 | 82 | 79 | 78 | 72 | 81 | 84 | 84 | 80 | 77 | 86 | 83 | 89 | 87 | 80 |
| | 75 | 80 | 76 | 85 | 76 | 84 | 85 | 94 | 97 | 81 | 79 | 77 | 77 | 85 | 70 |
| 5. | 78 | 73 | 82 | 72 | 68 | 87 | 77 | 77 | 81 | 82 | 85 | 83 | 80 | 76 | 83 |
| | 80 | 79 | 88 | 83 | 74 | 81 | 79 | 83 | 81 | 81 | 78 | 75 | 76 | 79 | 84 |
| 6. | 70 | 59 | 57 | 62 | 49 | 63 | 59 | 60 | 57 | 66 | 64 | 57 | 59 | 58 | 59 |
| | 56 | 62 | 56 | 57 | 63 | 59 | 55 | 58 | 62 | 61 | 60 | 59 | 59 | 61 | 63 |
| 7. | 39 | 41 | 35 | 41 | 42 | 38 | 41 | 41 | 36 | 45 | 40 | 39 | 41 | 41 | 40 |
| | 42 | 45 | 39 | 39 | 35 | 41 | 36 | 36 | 39 | 41 | 43 | 40 | 41 | 38 | 44 |
| 8. | 15 | 31 | 26 | 34 | 31 | 30 | 28 | 36 | 35 | 33 | 25 | 35 | 33 | 30 | 27 |
| | 19 | 23 | 28 | 25 | 25 | 41 | 29 | 24 | 17 | 18 | 28 | 30 | 31 | 31 | 31 |
| 9. | 25 | 32 | 29 | 28 | 22 | 31 | 34 | 34 | 30 | 27 | 36 | 33 | 39 | 37 | 30 |
| | 25 | 30 | 26 | 35 | 26 | 34 | 35 | 44 | 47 | 31 | 29 | 27 | 27 | 35 | 20 |
| 10. | 59 | 60 | 65 | 50 | 55 | 64 | 66 | 63 | 55 | 62 | 60 | 58 | 67 | 58 | 65 |
| | 63 | 59 | 57 | 65 | 56 | 66 | 59 | 59 | 60 | 61 | 65 | 59 | 50 | 64 | 63 |
| 11. | 40 | 41 | 37 | 37 | 40 | 42 | 39 | 43 | 38 | 41 | 45 | 44 | 48 | 43 | 28 |
| | 39 | 41 | 39 | 38 | 44 | 37 | 41 | 42 | 45 | 40 | 43 | 35 | 44 | 44 | 44 |
| 12. | 54 | 59 | 55 | 57 | 44 | 42 | 52 | 55 | 49 | 53 | 51 | 50 | 61 | 59 | 53 |
| | 46 | 47 | 44 | 52 | 49 | 48 | 56 | 40 | 52 | 46 | 46 | 45 | 52 | 59 | 57 |

Критерий Пирсона также можно использовать для проверки предположения о том, что полученные в результате наблюдений данные соответствуют нормам. Пусть

имеются некоторые показатели, которые должны соответствовать стандартным нормам. Для проверки из генеральной совокупности получается выборка значений данных показателей. Рассматривается гипотеза о том, что отклонения от норм невелики, и ими можно пренебречь. Рассмотрим проверку гипотезы на примере.

ПРИМЕР 2. Необходимо чтобы в выборке не менее 60 % значений были равны 7 или более, не менее 20 % чисел принимали значения от 5 до 7, 10 % от 4 до 5 и 10% менее 4. В представленной выборке из 1000 значений 550 чисел имеют значение больше 7, 220 чисел имеют значение от 5 до 7, 120 чисел имеют значение от 4 до 5 и 110 чисел имеют значение менее 4. Можно ли с вероятностью 0,95 ($\alpha = 0,05$) говорить о том, что выборка удовлетворяет заданным требованиям?

Если бы выборка точно соответствовала требованиям, то из 1000 ее элементов, значения распределялись бы как 600, 200, 100 и 100. Введем в A1 заголовок «НОРМА» и ниже в A2-A5 показатели – числа 600, 200, 100, 100. В ячейку B1 введем заголовок «НАБЛЮДЕНИЯ» и ниже в B2-B5 наблюдаемые показатели 550, 220, 120, 110. В третьем столбце вводятся формулы для критерия: в C1 заголовок «КРИТЕРИЙ», в C2 формулу « $=(A2-B2)*(A2-B2)/A2$ ».

Автозаполнением размножим эту формулу на C3-C5. В ячейку C6 запишем общее значение критерия – сумму столбца C2-C5. Для этого поставим курсор в C6 и вызвав функции в категории «Математические» найдем СУММ и в аргументе «Число 1» укажем ссылку на C2-C5. Получится результат критерия $Z = 11,16667$. для ответа на вопрос, соответствуют ли опытные показатели нормам, Z сравнивают с критическим значением $Z_{кр}$. Вводим в D1 текст «критическое значение» в E1 вводим функцию ХИ2ОБР (категория «Статистические») у которой два аргумента: «Вероятность» – вводится уровень значимости $\alpha = 1 - p$ (в нашем случае $1 - 0,95 = 0,05$) и «Степени_свободы» – вводят число $n - 1$, где n – число норм (в нашем случае $4 - 1 = 3$). Результат 7,814725. Видно, что критическое значение меньше критерия, следовательно, выборка с заданной вероятностью не соответствует требованиям.

Задание 2. При изготовлении продукции стандартом предусмотрено, чтобы у 50 % образцов не было обнаружено ни одного дефекта, у 15% – один дефект, у 13 % – 2 дефекта, у 12 % – 3 дефекта, у 10 % более 3 дефектов. При анализе выборочной партии оказалось, что из 1000 экземпляров распределение по дефектам имеет вид, представленный в таблице 6.

Таблица 6

Числовые данные для выполнения задания

| Вариант | 0 | 1 дефект | 2 | 3 | более 3 |
|---------|-----|----------|-----|-----|---------|
| 1. | 489 | 144 | 135 | 122 | 110 |
| 2. | 491 | 145 | 134 | 125 | 105 |
| 3. | 489 | 155 | 133 | 123 | 100 |
| 4. | 483 | 153 | 132 | 130 | 102 |
| 5. | 516 | 148 | 131 | 110 | 95 |
| 6. | 508 | 152 | 129 | 111 | 100 |
| 7. | 494 | 147 | 136 | 121 | 102 |
| 8. | 492 | 155 | 128 | 120 | 105 |
| 9. | 471 | 160 | 137 | 122 | 110 |
| 10. | 471 | 159 | 135 | 127 | 108 |
| 11. | 489 | 156 | 131 | 117 | 107 |
| 12. | 486 | 153 | 136 | 119 | 106 |

Можно ли с вероятностью 0,99 (при $\alpha = 0,01$) считать, что партия соответствует стандарту?

4. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ О РАВЕНСТВЕ ДИСПЕРСИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЖИДАНИЙ

Цель работы: Используя F-критерии Фишера и t-критерий Стьюдента научиться проверять гипотезы о равенстве дисперсий и математических ожиданий (средних) с помощью ЭВМ.

4.1. Критерий Фишера сравнения дисперсий

Используется в случае, если нужно проверить различается ли разброс данных (дисперсии) у двух выборок. Это может использоваться, например, при сравнении точностей обработки деталей на двух станках, равномерности продаж товара в течении некоторого периода в двух городах и т.д. Для проверки статистической гипотезы о равенстве дисперсий служит F-критерий Фишера. Основной характеристикой критерия является уровень значимости α , который имеет смысла вероятности ошибиться, предполагая, что дисперсии и, следовательно, точность, различаются. Вместо α в задачах также иногда задают доверительную вероятность $p = 1 - \alpha$, имеющую смысл вероятности того, что дисперсии и в самом деле равны. Обычно выбирают критическое значение уровня значимости, например 0,05 или 0,1, и если α больше критического значения, то дисперсии считаются равными, в противном случае, различны. При этом критерий может быть односторонним, когда нужно проверить, что дисперсия конкретной выделенной выборки больше, чем у другой, и двусторонним, когда просто нужно показать, что дисперсии не равны. Существует два способа проверки таких гипотез. Рассмотрим их на примерах.

ПРИМЕР 1. Имеются две выборки числовых значений. Необходимо проверить, можно ли с вероятностью не менее 0,95 считать, что дисперсии данных выборок одинаковы (таблица 7).

Таблица 7

Выборка числовых значений

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 выб | 47,5 | 52,9 | 51,3 | 48,1 | 52,6 | 49,4 | 48,0 | 52,3 | 45,9 | 52,6 | 46,8 | 49,0 |
| 2 выб | 52,5 | 50,5 | 48,4 | 48,6 | 50,6 | 50,0 | 50,1 | 49,5 | 49,7 | 51,1 | 46,2 | 49,7 |

По условию задачи критерий двусторонний, так как требуется проверить различие дисперсий (точностей). Доверительная вероятность задана $p = 0,95$, следовательно, уровень значимости $\alpha = 1 - p = 1 - 0,95 = 0,05$.

Вводим данные выборок (без подписей) в две строчки в ячейки A1-L1 и A2-L2 соответственно. Для вычисления уровня значимости двустороннего критерия служит функция ФТЕСТ(массив1;массив2). Вводим в A4 подпись «Уровень значимости», а в B4 функцию ФТЕСТ, аргументами которой должны быть ссылки на ячейки A1-L1 и A2-L2 соответственно.

Результат 0,011591293 говорит о том, что вероятность ошибиться, приняв гипотезу о различии дисперсий, около 0,01, что меньше критического значения, заданного в условии задачи 0,05. Следовательно, можно говорить, что опытные данные с большой вероятностью подтверждают предположение о том, что дисперсии разные.

Другой способ решения задачи – использовать надстройку «Анализ данных» (Data Analysis). Для ее подключения нужно в меню «СЕРВИС» выбрать «НАДСТРОЙКИ» и поставить флажок напротив «Пакет анализа» (Analysis ToolPak). После этого в меню «СЕРВИС» появится пункт «АНАЛИЗ ДАННЫХ» (Data Analysis). Вызвав его, откроется окно, в котором нужно выбрать «Двухвыборочный F-тест для дисперсий» (F-test Two-Sample for Variances).

В открывшемся окне в полях «Интервал переменной 1» (Variable 1 Range) и «Интервал переменной 2» (Variable 2 Range) вводят ссылки на данные (A1-L1 и A2-L2, соответственно), если имеются подписи данных, то ставят флажок у надписи «Метки» (Label) (у нас их нет, поэтому флажок не ставится).

Далее вводят уровень значимости в поле «Альфа» (Alpha) (по условия это 0,05, и данное значение уже указано по умолчанию). В разделе «Параметры вывода» (Output

Options) ставят метку около «Выходной интервал» (Output Range) и поместив курсор в появившееся поле напротив надписи, щелкают левой кнопкой в ячейке В7. Вывод результата будет осуществляться начиная с этой ячейки. Нажав на «ОК» появляется таблица результата.

Сдвиньте границу между столбцами В и С, С и D, D и E, увеличив ширину столбцов В, С и D так, чтобы умещались все надписи. В таблице указаны средние и дисперсии каждой выборки, значение F-критерия, односторонний критический уровень значимости в строке « $P(F \leq f)$ одностороннее» (« $P(F \leq f)$ one-tail») и критическое значение F-критерия (F critical one tail).

Если значение F-критерия ближе к единице, чем F-критическое, то с заданной вероятностью можно считать, что дисперсии равны.

Об этом же говорит и то, что критический уровень значимости « $P(F \leq f)$ одностороннее» больше заданного значения α . В нашем случае F-критерий равен 5,128330184 а F-критическое 2,817927225, то есть F-критерий дальше от единицы, чем критическое значение. Это говорит о том, что дисперсии.

Задание 1. Имеются четыре выборки числовых значений. Необходимо сравнить с помощью F-теста попарно дисперсии данных выборок (рассмотреть пары 1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4) и сделать вывод, для каких выборок дисперсии равны, для каких нет. Взять уровень значимости $\alpha = 0,02$.

Таблица 8

Числовые данные для выполнения задания

| Вар. | Выборки размеров деталей | | | | | | | | | | |
|----------|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1, 6, 11 | 1 выборка | 29,1 | 26,2 | 30,7 | 33,8 | 33,6 | 35,2 | 23,4 | 29,3 | 33,3 | 26,7 |
| | 2 выборка | 29,0 | 28,9 | 34,0 | 29,7 | 29,4 | 28,5 | 35,9 | 32,6 | 37,1 | 28,0 |
| | 3 выборка | 25,7 | 27,5 | 25,4 | 28,9 | 29,9 | 30,1 | 29,0 | 36,6 | 24,8 | 27,8 |
| | 4 выборка | 32,1 | 31,0 | 27,2 | 29,3 | 30,4 | 31,7 | 30,4 | 27,3 | 35,7 | 31,5 |
| 2, 7, 12 | 1 выборка | 36,6 | 34,3 | 33,9 | 30,3 | 30,0 | 31,4 | 29,9 | 26,8 | 24,7 | 32,5 |
| | 2 выборка | 28,4 | 32,5 | 31,5 | 28,2 | 33,9 | 24,7 | 31,7 | 29,7 | 30,1 | 28,0 |
| | 3 выборка | 33,1 | 30,4 | 33,4 | 29,6 | 27,7 | 33,2 | 28,3 | 31,6 | 31,6 | 29,1 |
| | 4 выборка | 30,6 | 31,6 | 29,3 | 26,3 | 33,8 | 29,1 | 26,1 | 32,3 | 32,4 | 31,3 |
| 3, 8 | 1 выборка | 34,1 | 35,1 | 30,7 | 30,4 | 35,6 | 29,9 | 28,0 | 32,7 | 30,0 | 33,1 |
| | 2 выборка | 30,8 | 34,4 | 30,3 | 26,6 | 25,8 | 30,6 | 32,9 | 25,5 | 28,2 | 31,6 |
| | 3 выборка | 30,7 | 30,6 | 30,0 | 26,3 | 30,7 | 30,4 | 32,3 | 27,8 | 31,8 | 30,7 |
| | 4 выборка | 30,6 | 31,3 | 27,0 | 27,4 | 31,4 | 30,4 | 28,4 | 30,3 | 27,2 | 27,3 |
| 4, 9 | 1 выборка | 28,1 | 27,1 | 33,6 | 32,8 | 24,8 | 33,8 | 29,4 | 26,6 | 24,4 | 27,5 |
| | 2 выборка | 31,8 | 27,1 | 32,6 | 34,3 | 27,8 | 29,1 | 26,0 | 34,1 | 33,1 | 30,6 |
| | 3 выборка | 27,1 | 34,6 | 26,5 | 28,8 | 26,1 | 34,8 | 30,1 | 31,0 | 32,9 | 35,8 |
| | 4 выборка | 28,1 | 32,6 | 27,5 | 29,7 | 29,3 | 34,6 | 26,0 | 27,2 | 29,5 | 26,8 |
| 5, 10 | 1 выборка | 29,7 | 30,4 | 35,2 | 28,5 | 27,6 | 27,8 | 31,8 | 33,9 | 25,7 | 32,9 |
| | 2 выборка | 30,0 | 33,0 | 27,0 | 32,3 | 33,7 | 26,5 | 31,2 | 24,7 | 30,2 | 33,0 |
| | 3 выборка | 28,8 | 30,7 | 35,5 | 22,8 | 30,1 | 29,6 | 33,0 | 33,7 | 34,9 | 24,5 |
| | 4 выборка | 25,0 | 31,3 | 30,6 | 32,0 | 29,5 | 32,5 | 34,0 | 35,7 | 26,1 | 31,9 |

4.2. Критерий Стьюдента сравнения средних

Используется для проверки предположения о том, что средние значения двух показателей, представленных выборками, значимо различаются. Существует три разновидности критерия: один – для связанных выборок, и два для несвязанных выборок (с одинаковыми и разными дисперсиями). Если выборки не связаны, то предварительно нужно проверить гипотезу о равенстве дисперсий, чтобы определить, какой из критериев использовать. Так же как и в случае сравнения дисперсий имеются 2 способа решения задачи, которые рассмотрим на примере.

ПРИМЕР 2. Имеются две выборки числовых значений, представленные в таблице 9.

Таблица 9

Выборка числовых значений

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Выб. 1 | 16 | 19 | 14 | 15 | 17 | 16 | 19 | 16 | 19 | 14 | 15 | 19 | 13 |
| Выб. 2 | 18 | 19 | 21 | 15 | 19 | 18 | 15 | 20 | 17 | 16 | 21 | 15 | |

Можно ли с вероятностью 0,99 считать, что их средние значения равны?

По условию $p = 0,99$, $\alpha = 0,01$, выборки не связаны, критерий односторонний, т.к. нужно показать, что средние показателя, представленного второй выборкой, больше чем у первой. Вводим в ячейки A1-M1 и A2-L2 исходные данные. Т.к. выборки не связаны, то предварительно сравниваем дисперсии (сделать это самостоятельно аналогично предыдущему примеру из п. 2 любым способом). В результате проверки дисперсии оказываются равными.

Первый способ решения задачи, как и в случае дисперсий, использовать стандартную функцию. Ею является ТЕСТ(массив1;массив2;хвосты;тип), решающий задачу по t-критерию Стьюдента. В ячейке B4 вводим подпись «t-критерий», а в соседнюю C4 функцию ТТЕСТ (категория «Статистические») Аргументы функции:

- **массив 1, массив2** – исходные данные (ссылки на A1-M1 и A2-L2);
- **хвосты** – вид критерия: если 1 – односторонний критерий, если 2 – двусторонний (в нашем случае ставится единица);
- **тип** – тип критерия: если выборки связаны, то 1, для несвязанных выборок с равными дисперсиями – ставим 2, для несвязанных выборок с неравными дисперсиями ставим 3. В нашем случае дисперсии равны, поэтому выбираем 2.

Функция возвращает критическое значение уровня значимости, имеющего смысл ошибиться, приняв гипотезу о различии средних. Если критическое значение больше заданного, то средние нужно считать равными. Результат в нашем случае 0,0476828 больше заданного $\alpha = 0,01$. Следовательно, смена производителем упаковки не привела к среднему увеличению продаж и изменения в количествах продаж, вероятнее всего, связано с какими-то случайными факторами.

Второй способ – использовать пакет «Анализ данных» (Data Analysis). Способ вызова и подключения его был описан в п.2. В зависимости от типа критерия выбирается один из трех: «Парный двухвыборочный t-тест для средних» (t-Test: Paired Two Sample for Means) – для связанных выборок, и «Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями» (t-Test: Two Sample Assuming Equal Variances) или «Двухвыборочный t-тест с разными дисперсиями» (t-Test: Two Sample Assuming Unequal Variances) – для несвязанных выборок. Вызовите тест с одинаковыми дисперсиями, в открывшемся окне в полях «Интервал переменной 1» (Variable 1 Range) и «Интервал переменной 2» (Variable 2 Range) вводят ссылки на данные (A1-M1 и A2-L2, соответственно), если имеются подписи данных, то ставят флажок у надписи «Метки» (Label) (у нас их нет, поэтому флажок не ставится). Далее вводят уровень значимости в поле «Альфа» (Alpha) – 0,01. Поле «Гипотетическая средняя разность» (Hypothesized Mean Difference) оставляют пустым.

В разделе «Параметры вывода» (Output Options) ставят метку около «Выходной интервал» (Output Range) и поместив курсор в появившееся поле напротив надписи, щелкают левой кнопкой в ячейке B7. Вывод результата будет осуществляться начиная с этой ячейки.

Нажав на «ОК» появляется таблица результата. Сдвиньте границу между столбцами B и C, C и D, D и E, увеличив ширину столбцов B, C и D так, чтобы умещались все надписи. Процедура выводит основные характеристики выборок, t-статистику (t-stat), критические значения этих статистик и критические уровни значимости « $P(T \leq t)$ одностороннее» ($P(T \leq t)$ one-tail) и « $P(T \leq t)$ двухстороннее»

($P(T \leq t)$ two-tail).

Если по модулю t-статистика меньше критического, то средние показатели с заданной вероятностью равны. В нашем случае $|-1,739215668| < 2,499873517$, следовательно, средние значения данных выборок равны. Следует отметить, что если взять уровень значимости $\alpha = 0,05$, то результаты исследования будут совсем иными.

Задание 2. Имеются две выборки числовых значений. Проверить на уровне значимости 0,01 статистическую гипотезу о том, что среднее данных выборок различно.

Таблица 10

Числовые данные для выполнения задания

| Выборка №1 (одинаковая для всех вариантов) | | | | | | | | | | | | | |
|--|---------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 23 | 25 | 23 | 22 | 23 | 24 | 28 | 16 | 18 | 23 | 29 | 26 | 31 | 19 |
| Вариант | Выборка №2 (по вариантам) | | | | | | | | | | | | |
| 1. | 22 | 29 | 36 | 24 | 28 | 24 | 30 | 24 | 34 | 24 | 29 | 27 | |
| 2. | 27 | 27 | 20 | 22 | 28 | 21 | 29 | 36 | 19 | 21 | 32 | 20 | |
| 3. | 28 | 20 | 31 | 20 | 28 | 30 | 16 | 28 | 25 | 21 | 28 | 22 | |
| 4. | 37 | 25 | 30 | 30 | 21 | 23 | 32 | 27 | 25 | 28 | 18 | 32 | |
| 5. | 22 | 28 | 26 | 26 | 35 | 20 | 27 | 24 | 22 | 21 | 26 | 29 | |
| 6. | 29 | 34 | 30 | 23 | 33 | 19 | 21 | 28 | 28 | 26 | 22 | 19 | |
| 7. | 24 | 25 | 23 | 22 | 28 | 22 | 25 | 23 | 31 | 37 | 26 | 13 | |
| 8. | 21 | 28 | 18 | 30 | 27 | 24 | 28 | 28 | 22 | 26 | 27 | 26 | |
| 9. | 16 | 27 | 29 | 24 | 17 | 24 | 30 | 33 | 23 | 26 | 20 | 34 | |
| 10. | 32 | 32 | 29 | 25 | 17 | 27 | 21 | 22 | 26 | 25 | 28 | 28 | |
| 11. | 24 | 25 | 24 | 21 | 25 | 22 | 35 | 20 | 26 | 29 | 37 | 21 | |

5. ОСНОВЫ РЕГРЕССИОННОГО И КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА

Цель работы: Освоить методы построения линейного уравнения парной регрессии с помощью ЭВМ, научиться получать и анализировать основные характеристики регрессионного уравнения.

Уравнение регрессии строится для анализа статистических зависимостей между двумя или более показателей. Если показателей два, то регрессия называется парной. Если зависимость между показателями X и Y пропорциональная, то регрессия будет линейной и описывается уравнением вида $y = ax + b$. Рассмотрим методику построения регрессионного уравнения на примере.

ПРИМЕР. Требуется выяснить, как влияет параметр X на параметр Y . Для этого были получены следующие данные.

Таблица 11

Выборка числовых значений

| | | | | | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| X | 12 | 15 | 17 | 19 | 20 | 22 | 25 | 27 | 28 | 30 | 33 | 33 |
| Y | 34 | 42 | 45 | 49 | 53 | 55 | 61 | 68 | 67 | 71 | 75 | 74 |

Введем эту таблицу в ячейки A1-M2 электронной книги Excel. Просмотрим предварительно, как лежат точки на графике и какое уравнение регрессии лучше выбрать. Для этого строим график. Вызвав мастер диаграмм и выбрав тип диаграммы «Точечная» нажимаем «Далее» и поместив курсор в поле «Диапазон» обводим курсором данные Y (ячейки B2-M2). Переходим на закладку «Ряд» и в поле «Значения X » делаем ссылку на ячейки B1-M1, обводя их курсором. Нажимаем «Готово» Как видно из графика, точки хорошо укладываются на прямую линию, поэтому будем находить уравнение линейной регрессии вида $y = ax + b$.

Для нахождения коэффициентов a и b уравнения регрессии служат функции НАКЛОН и ОТРЕЗОК, категории «Статистические». Вводим в A5 подпись « a » а в соседнюю ячейку B5 вводим функцию НАКЛОН, ставим курсор в поле «Изн_знач_у» задаем ссылку на ячейки B2-M2, обводя их мышью. Аналогично в поле «Изн_знач_х»

даем ссылку на В1-М1. Результат 1,923921. Найдем теперь коэффициент b . Вводим в А6 подпись « $b=$ », а в В6 функцию ОТРЕЗОК с теми же параметрами, что и у функции НАКЛОН. Результат 12,78151. Следовательно, уравнение линейной регрессии есть $y = 1,92x + 12,78$.

Построим график уравнения регрессии. Для этого в третью строчку таблицы введем значения функции регрессии в заданных точках X (первая строка) – $y(x_i)$. Для получения этих значений используется функция ТЕНДЕНЦИЯ категории «Статистические». Вводим в А3 подпись « $Y(X)$ » и, поместив курсор в В3, вызываем функцию ТЕНДЕНЦИЯ. В полях «Изн_знач_у» и «Изн_знач_х» даем ссылку на В2-М2 и В1-М1.

В поле «Нов_знач_х» вводим также ссылку на В1-М1. В поле «Константа» вводят 1, если уравнение регрессии имеет вид $y = ax + b$, и 0, если $y = ax$. В нашем случае вводим единицу.

Функция ТЕНДЕНЦИЯ является массивом, поэтому для вывода всех ее значений выделяем область В3-М3 и нажимаем F2 и Ctrl+Shift+Enter. Результат – значения уравнения регрессии в заданных точках.

Строим график. Ставим курсор в любую свободную клетку, вызываем мастер диаграмм, выбираем категорию «Точечная», вид графика – линия без точек (в нижнем правом углу), нажимаем «Далее», в поле «Диапазон» вводим ссылку на В3-М3. Переходим на закладку «Ряд» и в поле «Значения X» вводим ссылку на В1-М1, нажимаем «Готово».

Результат – прямая линия регрессии. Посмотрим, как различаются графики опытных данных и уравнения регрессии. Для этого ставим курсор в любую свободную ячейку, вызываем мастер диаграмм, категория «График», вид графика – ломаная линия с точками (вторая сверху левая), нажимаем «Далее», в поле «Диапазон» вводим ссылку на вторую и третью строки В2-М3. Переходим на закладку «Ряд» и в поле «Подписи оси X» вводим ссылку на В1-М1, нажимаем «Готово». Результат – две линии (Синяя – исходные данные, красная – уравнение регрессии). Видно что линии мало различаются между собой.

Для вычисления коэффициента корреляции r_{xy} служит функция ПИРСОН. Размещаем графики так, чтобы они располагались выше 25 строки, и в А25 делаем подпись «Корреляция», в В25 вызываем функцию ПИРСОН, в полях которой «Массив 1» и «Массив 2» вводим ссылки на исходные данные В1-М1 и В2-М2. Результат 0,993821. Коэффициент детерминации R_{xy} – это квадрат коэффициента корреляции r_{xy} . В А26 делаем подпись «Детерминация», а в В26 – формулу «=В25*В25». Результат 0,987681.

Однако в Excel существует одна функция, которая рассчитывает все основные характеристики линейной регрессии. Это функция ЛИНЕЙН. Ставим курсор в В28 и вызываем функцию ЛИНЕЙН, категории «Статистические». В полях «Изн_знач_у» и «Изн_знач_х» даем ссылку на В2-М2 и В1-М1. Поле «Константа» имеет тот же смысл, что и в функции ТЕНДЕНЦИЯ, у нас она равна 1. Поле «Стат» должно содержать 1, если нужно вывести полную статистику о регрессии. В нашем случае ставим туда единицу. Функция возвращает массив размером 2 столбца и 5 строк. После ввода выделяем мышью ячейки В28-С32 и нажимаем F2 и Ctrl+Shift+Enter. Результат – таблица значений.

Таблица 12

Значения, получаемые при использовании функции ЛИНЕЙН

| | |
|--------------------------|--------------------------|
| Коэффициент a | Коэффициент b |
| Стандартная ошибка m_a | Стандартная ошибка m_b |
| Коэффициент детерминации | Среднеквадратическое |

| | |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| R_{xy} | отклонение y |
| F-статистика | Степени свободы $n - 2$ |
| Регрессионная сумма квадратов s_b^2 | Остаточная сумма квадратов s_a^2 |

Анализ результата: в первой строчке – коэффициенты уравнения регрессии, сравните их с рассчитанными функциями НАКЛОН и ОТРЕЗОК. Вторая строчка – стандартные ошибки коэффициентов. Если одна из них по модулю больше чем сам коэффициент, то коэффициент считается нулевым. Коэффициент детерминации характеризует качество связи между факторами.

Полученное значение 0,987681 говорит об очень хорошей связи факторов. F-статистика проверяет гипотезу о адекватности регрессионной модели. Данное число нужно сравнить с критическим значением, для его получения вводим в ЕЗЗ подпись «F-критическое», а в F33 функцию ФРАСПОБР, аргументами которой вводим соответственно «0,05» (уровень значимости), «1» (число факторов X) и «10» (степени свободы). Видно, что F-статистика больше, чем F-критическое, значит регрессионная модель адекватна. В последней строке приведены регрессионная сумма квадратов

$$S_b^2 = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}(x_i) - \bar{y})^2 \text{ и остаточная сумма квадратов } S_a^2 = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}(x_i) - y_i)^2.$$

Важно, чтобы регрессионная сумма (объясненная регрессией) была намного больше остаточной (не объясненная регрессией, вызванная случайными факторами). В нашем случае это условие выполняется, что говорит о хорошей регрессии.

Задание. Даны выборки факторов x_i и y_i . По этим выборкам найти уравнение линейной регрессии $\tilde{y} = ax + b$. Найти коэффициент парной корреляции. Проверить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ регрессионную модель на адекватность.

Таблица 3

Числовые данные для выполнения задания

| Вариант | Значения фактора x_i (одинаковое для всех вариантов) | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|--|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Значения фактора y_i (по вариантам) | | | | | | | | | | |
| 1. | -3.7 | -3.1 | -4.4 | -6.5 | -4.6 | -4.4 | -8.4 | -4.1 | -5.5 | -7.5 |
| 2. | 12.1 | 12.1 | 10.7 | 12.1 | 9.6 | 11.2 | 12.8 | 12.5 | 10.0 | 16.6 |
| 3. | -2.3 | -2.7 | -2.9 | -2.8 | -2.1 | 3.0 | 2.2 | 4.7 | 4.5 | 3.2 |
| 4. | 3.8 | 3.0 | 3.5 | 3.1 | 1.0 | -0.6 | 0.1 | -2.5 | 2.6 | -1.2 |
| 5. | 6.7 | 6.3 | 4.4 | 9.5 | 5.2 | 4.3 | 7.7 | 7.1 | 7.1 | 7.9 |
| 6. | 11.3 | 7.4 | 10.7 | 9.0 | 7.4 | 6.2 | 3.9 | 5.8 | 13.4 | 9.1 |
| 7. | 3.2 | 3.1 | 3.7 | 1.4 | 3.5 | 4.3 | 0.6 | -3.5 | -2.4 | -2.3 |
| 8. | 15.1 | 11.0 | 12.3 | 10.3 | 9.6 | 6.2 | 8.0 | 10.6 | 8.3 | 6.4 |
| 9. | 0.0 | -0.8 | 1.9 | 3.5 | 2.4 | 5.4 | 8.7 | 11.2 | 10.8 | 12.7 |
| 10. | 1.9 | 5.4 | 10.0 | 9.1 | 12.5 | 16.6 | 13.9 | 17.0 | 21.0 | 20.2 |
| 11. | 0.0 | 3.7 | 4.6 | 3.0 | 0.2 | 5.3 | 5.0 | 6.2 | 9.2 | 14.5 |
| 12. | 10,3 | 11,0 | 10,6 | 12,0 | 11,3 | 13,7 | 12,7 | 14,7 | 16,5 | 14,2 |

7. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства |
|---|---------------------------------|--------------------|
| готовностью использовать физико-математический аппарат для решения задач, | | |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства |
|---|--|--|
| возникающих в ходе профессиональной деятельности (ПК-3) | | |
| Знать | основные определения и понятия анализа численной информации перечень программного обеспечения, которое может быть использовано в процессе моделирования реальных задач подходы использования современных методов для решения междисциплинарных задач | <p>Перечень теоретических вопросов к экзамену</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поясните необходимость и преимущества применения статистических методов для контроля и управления качеством продукции. 2. Перечислите задачи обработки и анализа числовой информации и укажите соответствующие методы их решения 3. Перечислите задачи контроля и управления качеством и укажите соответствующие инструменты и статистические методы. 4. Перечислите и поясните сущность и назначение инструментов контроля качества 5. Поясните сущность SPC и MSA. 6. Назовите виды и закономерности случайной величины. Функция и плотность распределения вероятности. 7. Нормальное распределение вероятности и его особенности. Стандартное нормальное распределение вероятности и его особенности. 8. Генеральная совокупность и выборка. Выборочный метод изучения случайной величины 9. Описательные статистики. Математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение и их наилучшие выборочные оценки. 10. Описательные статистики. Оценивание истинного значения параметра по выборке. 11. Методы оценивания нормальности распределения. Сущность оценки нормальности по асимметрии и эксцессу. Метод проверки нормальности распределения по критерию χ^2. 12. Применение выборочного распределения для анализа качества процесса и оценки выхода годной продукции. 13. Задача корреляционного анализа и его разновидности. Характеристика степени взаимосвязи параметров при парном корреляционном анализе и условие, подтверждающее существование такой взаимосвязи 14. Задача корреляционного анализа и его разновидности. Характеристика степени взаимосвязи параметров при множественном корреляционном анализе и условие, подтверждающее существование такой взаимосвязи 15. Поясните постановку задачи и запишите модель однофакторного дисперсионного анализа. Как определить степень влияния фактора на отклик при однофакторном анализе с равным числом повторений? |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
| | | <p>16. Поясните постановку задачи и запишите модель двухфакторного дисперсионного анализа. Как определить степень влияния фактора на отклик при двухфакторном анализе?</p> <p>17. Поясните сущность и укажите этапы парного регрессионного анализа. Как определить качество уравнения парной регрессии?</p> <p>18. Поясните сущность и укажите этапы множественного регрессионного анализа. Как определить качество уравнения множественной регрессии?</p> <p>19. Что представляет собой контрольная карта? Изложите порядок построения контрольной карты и назовите ее элементы. Поясните общий подход к определению положения центральной линии и контрольных границ на контрольной карте.</p> <p>20. Укажите основные типы, преимущества и недостатки контрольных карт по количественному признаку.</p> <p>21. Укажите основные типы, преимущества и недостатки контрольных карт по альтернативному признаку.</p> <p>22. Перечислите признаки проявления особых причин на контрольных картах. Как можно интерпретировать эти проявления на X-карте?</p> <p>23. Перечислите признаки проявления особых причин на контрольных картах. Как можно интерпретировать эти проявления на R-карте?</p> <p>24. Что представляет собой анализ технологического процесса? На чем он основывается?</p> <p>25. Поясните смысл потенциала и стабильности процесса. Приведите примеры.</p> <p>26. Запишите и поясните индексы воспроизводимости. Для какого в смысле стабильности процесса они применимы?</p> <p>27. Запишите и поясните индексы пригодности процесса, стабильность которого не подтверждена.</p> <p>28. Укажите и обоснуйте возможные значения значения индексов и рекомендуемые действия для различных случаев.</p> <p>29. Что представляет собой измерительная система? Назовите анализируемые свойства измерительных систем. Какими статистическими характеристиками оценивается каждое из свойств?</p> <p>30. Поясните назначение и сущность методов размахов, средних и размахов, ANOVA для анализа измерительных систем.</p> <p>31. Как определить влияние конкретных контролеров на результаты функционирования измерительной системы?</p> <p>32. Цель и область применения статистических методов контроля качества.</p> <p>33. Поясните смысл и приведите обозначения</p> |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства |
|---------------------------------|--|---|
| | | <p>приемочного и браковочного уровней дефектности, риска изготовителя и риска поставщика, приемочного и браковочного чисел.</p> <p>34. Оперативная характеристика и ее свойства.</p> <p>35. Поясните сущность одноступенчатого выборочного контроля качества по количественному признаку и последовательность его осуществления.</p> <p>36. Поясните сущность одноступенчатого выборочного контроля по альтернативному признаку и порядок его осуществления.</p> |
| Уметь: | обоснованно выбирать методы анализа численной информации решать задачи с помощью программного обеспечения |  <p>Вопрос</p> <p>Что из следующего замещает вопросительный знак в данной последовательности?</p>  |
| Владеть: | практическими навыками использования простейших методов анализа на занятиях в аудитории практическими навыками использования изучаемых методов на других дисциплинах самостоятельно применять, расширять и углублять знания для постановки и решения задач с использованием методов анализа информации в процессе учебной деятельности | <p>Сформируйте на листе Excel таблицу умножения, для этого продумайте и используйте формулу, которая, будучи внесенной в ячейку B2, могла бы быть использована для заполнения остальных ячеек диапазона B2:I9 при помощи тиражирования. как Вы считаете, предлагаемая в задачи вычислительная модель применима только к задаче построения таблицы умножения? Если да, то предположите, как могла бы быть представлена таблица истинности некоторой логической формулы от двух переменных F(X,Y) при помощи рассмотренной модели? Если нет, то подумайте и сформулируйте, как могла бы выглядеть граничные условия применения подобной вычислительной модели?</p> <p>Три фермерских хозяйства «Зоринка», «Светлый путь», «Травушка» ежедневно могут доставлять в город соответственно 60, 60 и 50 центнеров молока для обеспечения спроса в пяти торговых точках «Буренка», «Золотистый», «Магнат», «Лесной», «Каравай». Стоимость перевозки одного центнера молока и потребности торговых точек в молоке указаны в таблице ниже. Определить оптимальный план поставки молока в каждую точку для покрытия спроса, чтобы суммарные транспортные</p> |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства |
|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|
| | | издержки были минимальными. |

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания

Промежуточная аттестация по дисциплине «Анализ числовой информации» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена и в форме выполнения и защиты курсовой работы.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература.

1. Акманова, З. С. Статические методы обработки экспериментальных данных : электронное учебное пособие / З. С. Акманова, Н. И. Кимайкина. - Б. м. : Б. и., Б. г. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=971.pdf&show=dcatalogues/1/1119068/971.pdf&view=true> (дата обращения: 14.05.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.
2. Шпаковский, Н. А. ТРИЗ. Анализ технической информации и генерация новых идей : учеб. пособие / Н.А. Шпаковский. — 2-е изд., стереотип. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2017. — 264 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-

105570-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/759970> (дата обращения: 21.01.2020). – Режим доступа: по подписке.

8.2. Дополнительная литература

1. Иванова, Т. А. Численные методы : учебное пособие / Т. А. Иванова ; МГТУ, каф. ММвЭ. - Магнитогорск, 2009. - 70 с. : ил., диагр., граф., табл. - URL: <https://magtu.informsistema.ru/uploader/fileUpload?name=19.pdf&show=dcatalogues/1/1060581/19.pdf&view=true> (дата обращения: 14.05.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Имеется печатный аналог.
2. Гусева, Е. Н. Основа математической обработки информации : учебно-методическое пособие / Е. Н. Гусева ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2018. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL: <https://magtu.informsistema.ru/uploader/fileUpload?name=3513.pdf&show=dcatalogues/1/1514336/3513.pdf&view=true> (дата обращения: 14.05.2020). - Макрообъект. - Текст : электронный. - ISBN 978-5-9967-1166-6. - Сведения доступны также на CD-ROM..
3. Хуснутдинов, Р. Ш. Теория вероятностей: Учебник / Р.Ш. Хуснутдинов. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 175 с. (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-005312-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/363773> (дата обращения: 21.01.2020). – Режим доступа: по подписке.
4. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 9-е изд., стер. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 2020. — 432 с. - ISBN 978-5-394-03710-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1091871> (дата обращения: 21.01.2020). – Режим доступа: по подписке.

8.3. Программное обеспечение и интернет-ресурсы

Программное обеспечение

| Наименование ПО | № договора | Срок действия лицензии |
|-----------------|------------------------------|------------------------|
| MS Windows 7 | К-171-09 от 18.10.2009 | бессрочно |
| MS Office 2007 | К-171-09 от 18.10.2009 | бессрочно |
| FAR Manager | свободно распространяемое ПО | бессрочно |
| 7Zip | свободно распространяемое | бессрочно |
| MathCAD v.14 | Д-1662-13 от 22.11.2013 | бессрочно |

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| Название курса | Ссылка |
|--|--|
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp |
| Поисковая система Академия Google (Google Scholar) | URL: https://scholar.google.ru/ |

| | |
|--|--|
| Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам | URL: http://window.edu.ru/ |
|--|--|

Открытое образование <https://openedu.ru/>

Лекториум <https://www.lektorium.tv/>

Интернет-тестирование <https://i-exam.ru/>

НОУ Интуит <https://intuit.ru/>

Универсарий <https://universarium.org/>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

| Тип и название аудитории | Оснащение аудитории |
|---|---|
| Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (303,308) | Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации |
| Помещения для самостоятельной работы обучающихся | Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета |
| Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования | Стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации |

Методические указания для студентов при подготовке к практическим занятиям

Практические занятия представляют собой, как правило, занятия по решению различных прикладных задач, образцы которых были даны на лекциях.

Цели практических занятий:

- систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;
- научиться приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками и умениями выполнения расчетов, графических и других видов заданий;
- научиться работать с книгой, пользоваться справочной и научной литературой;
- сформировать умение учиться самостоятельно.

Методические указания для студентов для самостоятельной работы (при выполнении практической работы)

Алгоритм выполнения ПР по дисциплине

1. Получите задание для ПР у преподавателя (или зайдите на образовательный портал МГТУ).
2. Повторите теоретический материал по теме ПР, используя конспекты лекций, учебно-методическую литературу, рекомендованную преподавателем.
3. Изучите примеры, разобранные на лекционных и практических занятиях.

4. Выполните ПР по предлагаемой теме, подготовьте к защите.

Методические указания для студентов для самостоятельной работы (при подготовке к зачету, экзамену)

Залогом успешной сдачи всех отчетностей являются систематические, добросовестные занятия студента в течение семестра. Однако это не исключает необходимости специальной работы перед сессией и в период сдачи зачетов и экзаменов. Специфической задачей работы студента в период экзаменационной сессии являются повторение, обобщение и систематизация всего материала, который изучен в течение года. Начинать повторение рекомендуется за месяц-полтора до начала сессии. Прежде чем приступить к нему, необходимо установить, какие учебные дисциплины выносятся на сессию. Установив выносимые на сессию дисциплины, необходимо обеспечить себя программами. В основу повторения должна быть положена только программа. Не следует повторять ни по билетам, ни по контрольным вопросам. Повторение по билетам нарушает систему знаний и ведет к механическому заучиванию, к "натаскиванию". Повторение по различного рода контрольным вопросам приводит к пропускам и пробелам в знаниях и к недоработке иногда весьма важных разделов программы. Повторение - процесс индивидуальный; каждый студент повторяет то, что для него трудно, неясно, забыто. Поэтому, прежде чем приступить к повторению, рекомендуется сначала внимательно посмотреть программу, установить наиболее трудные, наименее усвоенные разделы и выписать их на отдельном листе. В процессе повторения анализируются и систематизируются все знания, накопленные при изучении программного материала: данные учебника, записи лекций, конспекты прочитанных книг, заметки, сделанные во время консультаций или семинаров, и др. Ни в коем случае нельзя ограничиваться только одним конспектом, а тем более чужими записями. Всякого рода записи и конспекты - вещи сугубо индивидуальные, понятные только автору. Готовясь по чужим записям, легко можно впасть в очень грубые ошибки. Само повторение рекомендуется вести по темам программы и по главам учебника. Закончив работу над темой (главой), необходимо ответить на вопросы учебника или выполнить задания, а самое лучшее - воспроизвести весь материал. Консультации, которые проводятся для студентов в период экзаменационной сессии, необходимо использовать для углубления знаний, для восполнения пробелов и для разрешения всех возникших трудностей. Без тщательного самостоятельного продумывания материала беседа с консультантом неизбежно будет носить "общий", поверхностный характер и не принесет нужного результата.

Чтобы избежать большой психологической напряженности при подготовке к сдаче зачетов и экзаменов можно применять следующую методику работы:

а) приемы работы

- подготовьте свое рабочее место, где все должно способствовать успеху: тишина, расположение учебных пособий, строгий порядок;

- сядьте удобнее за стол, положите перед собой чистые листы бумаги, справа - тетради и учебники. Вспомните все, что знаете по данной теме, и запишите это в виде плана или тезисов на чистых листах бумаги слева. Потом проверьте правильность, полноту и последовательность знаний по тетрадям и учебникам. Выпишите то, что не сумели вспомнить, на правой стороне листов и там же запишите вопросы, которые следует задать преподавателю на консультации. Не оставляйте ни одного неясного места в своих знаниях;

- работайте по своему плану. Вдвоем рекомендуется готовиться только для взаимопроверки или консультации, когда в этом возникает необходимость;

- подготавливая ответ по любой теме, выделите основные мысли в виде тезисов и подберите к ним в качестве доказательства главные факты и цифры. Ваш ответ должен быть кратким, содержательным, концентрированным;
- помимо повторения теории, не забудьте подготовить практическую часть, чтобы свободно и умело показать навыки работы с текстами, картами, различными пособиями, решения задач;
- установите четкий ритм работы и режим дня. Разумно чередуйте труд и отдых, питание, нормальный сон и пребывание на свежем воздухе;
- толково используйте консультации преподавателя. Приходите на них, продуктивно поработав дома и с заготовленными конкретными вопросами, а не просто послушать, о чем будут спрашивать другие;
- бойтесь шпаргалки - она вам не прибавит знаний;
- не допускайте как излишней самоуверенности, так и недооценки своих способностей и знаний. В основе уверенности лежат твердые знания. Иначе может получиться так, что вам достанется тот единственный вопрос, который вы не повторили;
- не забывайте связывать свои знания по любому предмету с современностью, с жизнью, с производством, с практикой;
- когда на экзамене вы получите свой билет, спокойно сядьте за стол, обдумайте вопрос, набросайте план ответа, подойдите к приборам, картам, подумайте, как теоретически объяснить проделанный опыт. Не волнуйтесь, если что-то забыли. Процесс ответа на экзаменах и зачетах можно регулировать, например с помощью таких фраз:

- можно я немного подумаю и тогда отвечу?
- я не совсем понял вопрос, повторите, пожалуйста...
- извините, я что-то разволновался, повторите ваш вопрос..

б) анализ эффективности работы:

1) как вы готовились к зачету (экзамену)? Некоторые студенты работают по заранее составленному плану, другие надеются на везение, третьи занимаются бессистемно. Как поступаете вы?

2) удовлетворены ли вы своим результатом? Насколько? Что бы изменили в методах подготовки, если бы зачет (экзамен) можно было повторить?

3) как вы готовились к зачету (экзамену) (распределение времени, порядок подготовки ответов, составление планов)? Что бы вы хотели изменить в своих методах сейчас?

в) подведение итогов работы:

1) выберите одну из причин ваших затруднений при повторении пройденного материала, во время ответов на вопросы или в ходе зачета (экзамена). Изложите в письменном виде, что именно у вас получается не так или вызывает затруднение;

2) оказавшись в той или иной сложной ситуации, мы обычно начинаем прогнозировать свои действия и поведение. Например: «Сначала у меня, наверное, все пойдет хорошо, но когда я дойду до ... то уже ничего не смогу сделать». Напишите, что о таких случаях думаете вы;

3) подумайте, какие конкретные меры нужно предпринять, чтобы выйти из затруднительного положения. Изложите их в виде последовательных рекомендаций самому себе;

4) прочитайте перечень ваших рекомендаций. Теперь вы сами можете на основе этих советов преодолеть те трудности, которые мешают вам лучше учиться.

Методика повторения учебного материала в период подготовки и сдачи экзаменов. Провести тренировку повторения прочитанного для режима «Запомнить на несколько дней» в соответствии с таблицей. При этом следует иметь в виду, что под повторением понимается воспроизведение прочитанного своими словами, как можно ближе к

исходному тексту. Обращение к прочитанному допустимо только после невозможности вспомнить в течение 2-3 минут напряжения памяти.

Таблица

| Повторения | Время |
|------------|---|
| Первое | Сразу после окончания чтения |
| Второе | Через 20 минут после окончания предыдущего повторения |
| Третье | Через 8 часов |
| Четвертое | Через сутки (лучше перед сном) |

Примечание: первое повторение подразумевает повторение уже изученного и усвоенного ранее.

Задание 1: используя предложенную методику для подготовки к текущим занятиям (лекционным, практическим, лабораторным) составьте индивидуальный план подготовки к текущим занятиям по математике.

Задание 2: в конце каждой недели проведите письменный анализ и оценку проделанной работы, отвечая на вопросы: помогает ли вам предложенная методика для подготовки к занятиям (ответ обоснуйте); видны ли улучшения в вашей успеваемости; какие «минусы» вы обнаружили в данной методике (ответ обоснуйте).

Задание 3: используйте методику повторения учебного материала при подготовке к защите типовых расчетов, расчетно-графических работ, экзаменам, зачету.

Задание 4: используя предложенную методику для подготовки к экзаменам и зачету, составьте индивидуальный план для подготовки к экзамену по математике в ближайшую сессию.

Задание 5: укрепите составленный вами план подготовки к экзамену по математике на своем рабочем столе.

Задание 6: после сдачи экзамена проведите самоанализ и самооценку проделанной работы.

Задание 7: подведите итоги работы