



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

17.02.2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки (специальность)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Математическое моделирование

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	2
Семестр	3

Магнитогорск
2020 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)


Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

11.02.2020, протокол № 6

Зав. кафедрой  С.И. Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

17.02.2020 г. протокол № 6

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

зав. кафедрой ПМИИ, д-р физ.-мат. наук  С.И. Кадченко

Рецензент:

доцент кафедры уравнений математической физики ФГАОУ ВО "ЮУрГУ (НИУ)",
канд. физ.-мат. наук  Г.А. Закирова



Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021 - 2022 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ С.И. Кадченко

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ С.И. Кадченко

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Подготовка студентов по курсу «Вариационные методы математической физики» в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» магистерской программы. Данный курс направлен на формирование принципов построения и исследования вычислительных алгоритмов решения задач математической физики построенных на основе вариационных принципах.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Вариационные методы математической физики входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Обратные задачи спектрального анализа

Математическое моделирование

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Производственная - научно-исследовательская работа

Производственная - преддипломная практика

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода

Спектральная теория дифференциальных операторов

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Вариационные методы математической физики» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц 180 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 72,1 акад. часов;
- аудиторная – 72 акад. часов;
- внеаудиторная – 0,1 акад. часов
- самостоятельная работа – 107,9 акад. часов;

Форма аттестации - зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Геометрия гильбертова пространства								
1.1 Гильбертово пространство	3				1			ОПК-1.1, ОПК-1.2
1.2 Ортогональность и ортогональные ряды			1/2И		1,9	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.1
1.3 Функционалы и операторы			1/2И			Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу			2/4И		2,9			
2. Метод ортонормированных рядов								
2.1 Основы метода	3		4/2И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1

2.2	Применение интегральным уравнениям	к		5/4И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
2.3	Применение краевым задачам	к		5/2И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3
Итого по разделу				14/8И		21			
3. Метод Рунге									
3.1	Основы метода			4/2И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
3.2	Применение интегральным уравнениям	к	3	5/2И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.1, ОПК-1.2
3.3	Применение краевым задачам	к		5/4И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.1
Итого по разделу				14/8И		21			
4. Метод Гаусса									

4.1 Основы метода			4/4И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.1, ОПК-1.2
4.2 Применение к интегральным уравнениям	3		5		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
4.3 Применение к краевым задачам			5		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
Итого по разделу			14/4И		21			
5. Метод наименьших квадратов								
5.1 Основы метода	3		4/2И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
5.2 Применение к интегральным уравнениям			5/4И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1

5.3	Применение краевым задачам	к		5		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
Итого по разделу				14/6И		21			
6. Метод наибыстрейшего спуска									
6.1	Основы метода			4		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
6.2	Применение интегральным уравнениям	к	3	5/4И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
6.3	Применение краевым задачам	к		5/2И		6	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Устный опрос, Лабораторная работа	ОПК-1.2, ОПК-1.3, ОПК-1.1
Итого по разделу				14/6И		21			
Итого за семестр				72/36И		106,9		зао	
Итого по дисциплине				72/36И		107,9		зачет с оценкой	

5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, лабораторные занятия.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лекционные занятия проводятся с использованием мультимедийных средств. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС 3++ по реализации компетентностного подхода.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**а) Основная литература:**

Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 240 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01707-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453455> (дата обращения: 22.09.2020).

б) Дополнительная литература:

Толпегин, О. А. Математическое программирование. Вариационное исчисление : учебное пособие для вузов / О. А. Толпегин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11755-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/446093> (дата обращения: 22.09.2020).

в) Методические указания:

Цирлин, А. М. Методы оптимизации в необратимой термодинамике : учебное пособие для вузов / А. М. Цирлин. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 320 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10846-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/455950> (дата обращения: 22.09.2020).

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
----------------------------	---------------------------------	-----------

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Российская Государственная библиотека. Каталоги	https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Компьютерный класс: Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки: Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Оснащение: Доска, мультимедийный проектор, экран. Комплекс тестовых заданий для проверки промежуточных и рубежных контролей.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение аудитории: стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Примерные задания для самостоятельной работы

Самостоятельная работа магистров связана с написанием программ, в среде пакета Maple, позволяющие находить численные решения интегральных уравнений и краевых задач методами Рунге, Галеркина и наименьших квадратов.

Примерные задания к лабораторным работам

1. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} - y = 0, \quad 0 < x < \pi,$$

$$y(0) = 1$$

методом Галеркина и методом наименьших квадратов.

2. Решить начально-краевую задачу Дирихле:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi,$$

$$T(x, 0) = T_0(x), \quad 0 < x < \pi,$$

$$T(0, t) = \varphi_0(t), \quad t > 0,$$

$$T(\pi, t) = \varphi_\pi(t), \quad t > 0.$$

При этом должны выполняются следующие условия согласованности

$$T(0, 0) = T_0(0) = \varphi_0(0),$$

$$T(\pi, 0) = T_0(\pi) = \varphi_\pi(0).$$

Приближенное решение задачи методом Галеркина в виде.

3. Решить начально-краевую задачу Неймана:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi,$$

$$T(x, 0) = T_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi,$$

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \varphi_0(t), \quad t > 0,$$

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=\pi} = \varphi_\pi(t), \quad t > 0.$$

При этом должны выполняются следующие условия согласованности

$$\frac{dT(x, 0)}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{dT_0(x)}{dx} \Big|_{x=0} = \varphi_0(0),$$

$$\frac{dT(x, 0)}{dx} \Big|_{x=\pi} = \frac{dT_0(x)}{dx} \Big|_{x=\pi} = \varphi_\pi(0).$$

Приближенное решение задачи методом Галеркина.

Перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Гильбертово пространство.
2. Ортогональность и ортогональные ряды.

3. Функционалы и операторы.
4. Основы метода ортогональных рядов. Примеры применения.
5. Метод Рунге.
6. Применение метода Рунге к решению интегральных уравнений.
7. Применение метода Рунге к решению краевых задач.
8. Метод Галеркина.
9. Применение метода Галеркина к решению интегральных уравнений.
10. Применение метода Галеркина к решению краевых задач.
11. Метод наименьших квадратов.
12. Применение метода наименьших квадратов к решению интегральных уравнений.
13. Применение метода наименьших квадратов к решению краевых задач.
14. Метод наискорейшего спуска.
15. Применение метода наискорейшего спуска к решению интегральных уравнений.
16. Применение метода наискорейшего спуска к решению краевых задач.

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1: Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики		
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики	<p>1. Задача Коши</p> $\frac{dy}{dx} - y = 0, \quad 0 < x < \pi,$ $y(0) = 1.$ <p>Решить ее методом Галеркина и методом наименьших квадратов.</p> <p>2. Начально-краевая задача Дирихле:</p> $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi,$ $T(x, 0) = T_0(x), \quad 0 < x < \pi,$ $T(0, t) = \varphi_0(t), \quad t > 0,$ $T(\pi, t) = \varphi_\pi(t), \quad t > 0.$ <p>При этом должны выполняются следующие условия согласованности</p> $T(0, 0) = T_0(0) = \varphi_0(0),$ $T(\pi, 0) = T_0(\pi) = \varphi_\pi(0).$ <p>Найти ее приближенное решение методом Галеркина.</p> <p>3. Начально-краевая задача Неймана:</p>

		$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi,$ $T(x, 0) = T_0(x), \quad 0 \leq x \leq \pi,$ $\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big _{x=0} = \varphi_0(t), \quad t > 0,$ $\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big _{x=\pi} = \varphi_\pi(t), \quad t > 0.$ <p>При этом должны выполняются следующие условия согласованности</p> $\frac{dT(x, 0)}{dx} \Big _{x=0} = \frac{dT_0(x)}{dx} \Big _{x=0} = \varphi_0(0),$ $\frac{dT(x, 0)}{dx} \Big _{x=\pi} = \frac{dT_0(x)}{dx} \Big _{x=\pi} = \varphi_\pi(0).$ <p>Найти приближенное решение задачи методом Галеркина.</p>
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики	<p>Ответы на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Гильбертово пространство. 2. Ортогональность и ортогональные ряды. 3. Функционалы и операторы. 4. Основы метода ортогональных рядов. Примеры применения. 5. Метод Рунге. 6. Применение метода Рунге к решению интегральных уравнений. 7. Применение метода Рунге к решению краевых задач. 8. Метод Галеркина. 9. Применение метода Галеркина к решению интегральных уравнений. 10. Применение метода Галеркина к решению краевых задач. 11. Метод наименьших квадратов.
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности	<p>Ответы на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Применение метода наименьших квадратов к решению интегральных уравнений. 2. Применение метода наименьших квадратов к решению краевых задач. 3. Метод наискорейшего спуска. 4. Применение метода наискорейшего спуска к решению интегральных уравнений. 5. Применение метода

		наибыстрейшего спуска к решению краевых задач.
--	--	--

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточные аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков, проводится в форме зачета с оценкой (3 семестр).

Показатели и критерии оценивания зачета с оценкой и промежуточной аттестации:

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– оценка «зачтено» ставится при наборе учащимся от 3 до 5 баллов;

– на оценку «не зачтено» (1-2 балла) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.