



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

17.02.2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

***ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ФРЕДГОЛЬМА ПЕРВОГО РОДА***

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы

Математическое моделирование

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения

очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	2
Семестр	3

Магнитогорск  
2020 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)


Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

11.02.2020, протокол № 6

Зав. кафедрой  С.И. Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

17.02.2020 г. протокол № 6

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

зав. кафедрой ПМИИ, д-р физ.-мат. наук  С.И. Кадченко

Рецензент:

доцент кафедры уравнений математической физики ФГАОУ ВО "ЮУрГУ (НИУ)",  
канд. физ.-мат. наук  Г.А. Закирова



## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021 - 2022 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.И. Кадченко

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ С.И. Кадченко

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Подготовка студентов по курсу «Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода» в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» магистерской программы. Данный курс направлен на формирование математических методов, алгоритмов решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода входит в часть учебного плана формируемую участниками образовательных отношений образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Вариационные методы математической физики

Современные численные методы математической физики

Спектральная теория дифференциальных операторов

Обратные задачи спектрального анализа

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Производственная - преддипломная практика

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Производственная - научно-исследовательская работа

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц 72 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 37 акад. часов;
- аудиторная – 36 акад. часов;
- внеаудиторная – 1 акад. часов
- самостоятельная работа – 35 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Интегральные уравнения первого и второго рода. Корректность по Адамару и Тихонову.								
1.1 Основные определения и понятия. Понятие корректности	3	1			3	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой.	Устный опрос	ОПК-3.1
1.2 Уравнение Фредгольма первого рода как некорректно поставленная задача		2			3	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой.	Устный опрос	ОПК-3.2, ОПК-3.3, ОПК-3.1
Итого по разделу		3			6			
2. Методы регуляризации некорректно поставленных задач								
2.1 Метод регуляризации Тихонова	3	4	4,5/2И		8	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	Лабораторная работа	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3

2.2 Метод итеративной регуляризации Фридмана		3	4,5/2И		6	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для овладения новыми знаниями.	Лабораторная работа	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
2.3 Метод регуляризации Лаврентьева		4	4,5/2И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для изучения новых знаний.	Лабораторная работа	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
2.4 Метод регуляризации генератор РА Бакушинского		4	4,5/2И		7	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. Конспектирование текста учебника для овладения новыми знаниями.	Лабораторная работа	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу		15	18/8И		29			
Итого за семестр		18	18/8И		34		зачёт	
Итого по дисциплине		18	18/8И		35		зачет	

## **5 Образовательные технологии**

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу лабораторных занятий.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС 3++ по реализации компетентностного подхода.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

#### **а) Основная литература:**

1. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения : учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/42> (дата обращения: 30.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Петровский, И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений : учебник / И. Г. Петровский ; под редакцией О. А. Олейник. — 5-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 136 с. — ISBN 978-5-9221-1081-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59553> (дата обращения: 30.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/431961> (дата обращения: 22.09.2020).

4. Привалов, И. И. Интегральные уравнения : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 4-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 253 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01552-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451194> (дата обращения: 22.09.2020).

#### **б) Дополнительная литература:**

1. Полянин, А. Д. Справочник по интегральным уравнениям : справочник / А. Д. Полянин, А. В. Манжиров. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 608 с. — ISBN 5-9221-0288-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2278> (дата обращения: 30.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451251> (дата обращения: 22.09.2020).

#### **в) Методические указания:**

1. Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2 : учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 107 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10891-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454053> (дата обращения: 22.09.2020).

#### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

##### **Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно



MathCAD v.15 Education University	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
MS Office Visio Prof 2010(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
NotePad++	свободно распространяемое	бессрочно
MS Visual Studio Code	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно

### **Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Российская Государственная библиотека. Каталоги	<a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp">http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp</a>
Международная наукометрическая реферативная и полнотекстовая база данных научных изданий «Web of science»	<a href="http://webofscience.com">http://webofscience.com</a>
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных	<a href="http://scopus.com">http://scopus.com</a>

### **9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Лекционная аудитория: Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Компьютерный класс : Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки: Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Примерные задания для самостоятельной работы

Самостоятельная работа магистров связана с написанием программ, в среде пакета Maple, позволяющие решать следующие задачи:

1. Используя метод регуляризации А.Н. Тихонова найти численное решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода

$$\int_{-1}^1 K(x, s)y(s)ds = f(x), \quad x \in [-1, 1], \quad (1)$$

где  $K(x, s) = \frac{1}{\pi[1 + (x - s)^2]}$ . Для нахождения функции  $f(x)$  и проверки

полученного решения положить  $y(x) = (1 - x^2)^2$ .

2. Найти приближенное решение

$$\int_a^b K(x, s)y(s)ds = f(x), \quad x \in [c, b]$$

при следующих значениях параметров:

- $K(x, s) = \sin^2(xs)$ ,  $y = s^2$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0$ ,  $d = 2$ ,
- $K(x, s) = \frac{1}{1 + (x + s)^2}$ ,  $y = s^2$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0$ ,  $d = 1$ ,
- $K(x, s) = e^{xs}$ ,  $y = 1 + s^2$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ ,  $c = -1$ ,  $d = 1$ .

Перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Понятие корректности задачи по Адамару и Тихонову.
2. Уравнение Фредгольма первого рода как некорректно поставленная задача.
3. Интегральное уравнение Вольтерра первого рода как некорректно поставленная задача.
4. Обратная задача теплопроводности.
5. Задача об аналитическом продолжении функции.
6. Метод регуляризации Тихонова.
7. Метод итерационной регуляризации Фридмана.
8. Метод итерационной регуляризации Лаврентьева.
9. Метод регуляризации Лаврентьева.
10. Метод регуляризации и генератор Бакушинского.

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине. Проводиться за 3 семестр в форме зачета.

**а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной**

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-3: Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности</b>		
<b>ОПК-3.1</b>	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	<p>1. Используя метод регуляризации А.Н. Тихонова найти численное решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода</p> $\int_{-1}^1 K(x, s)y(s)ds = f(x), \quad x \in [-1, 1],$ <p>где <math>K(x, s) = \frac{1}{\pi[1 + (x - s)^2]}</math>. Для нахождения функции <math>f(x)</math> и проверки полученного решения положить <math>y(x) = (1 - x^2)^2</math>.</p> <p>2. Найти приближенное решение <math>\int_a^b K(x, s)y(s)ds = f(x), \quad x \in [c, b]</math> при следующих значениях параметров:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>K(x, s) = \sin^2(xs), \quad y = s^2, \quad a = 0, \quad b = 1, \quad c = 0, \quad d = 2,</math></li> <li>• <math>K(x, s) = \frac{1}{1 + (x + s)^2}, \quad y = s^2, \quad a = 0, \quad b = 1, \quad c = 0, \quad d = 1,</math></li> <li>• <math>K(x, s) = e^{xs}, \quad y = 1 + s^2, \quad a = 0, \quad b = 1, \quad c = -1, \quad d = 1.</math></li> </ul>
<b>ОПК-3.2</b>	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности	<p>Написать рефераты ответов на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие корректности задачи по Адамару и Тихонову.</li> <li>2. Уравнение Фредгольма первого рода как некорректно поставленная задача.</li> <li>3. Интегральное уравнение Вольтерра первого рода как некорректно поставленная задача.</li> <li>4. Обратная задача теплопроводности.</li> <li>5. Задача об аналитическом продолжении функции.</li> <li>6. Метод регуляризации Тихонова.</li> <li>7. Метод итерационной регуляризации Фридмана.</li> </ol>

		8. Метод итерационной регуляризации Лаврентьева. 9. Метод регуляризации Лаврентьева. 10. Метод регуляризации и генератор Бакушинского.
<b>ОПК-3.3</b>	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности	Выполнить обзоры научной литературы по следующим вопросам: 1. Понятие корректности задачи по Адамару и Тихонову. 2. Уравнение Фредгольма первого рода как некорректно поставленная задача. 3. Интегральное уравнение Вольтерра первого рода как некорректно поставленная задача. 4. Обратная задача теплопроводности. 5. Задача об аналитическом продолжении функции. 6. Метод регуляризации Тихонова. 7. Метод итерационной регуляризации Фридмана. 8. Метод итерационной регуляризации Лаврентьева. 9. Метод регуляризации Лаврентьева. 10. Метод регуляризации и генератор Бакушинского.

***б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:***

Промежуточная аттестация по дисциплине «Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков, проводится в форме зачета (3 семестр).

**Показатели и критерии оценивания зачета:**

– сдать зачет – обучающийся демонстрирует высокий и средний уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в сложных ситуациях.

– не сдать зачет – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач