



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

14.02.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы

Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения
очная

| | |
|---------------------|------------------------------------------|
| Институт/ факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра | Прикладной математики и информатики |
| Курс | 1 |
| Семестр | 1 |

Магнитогорск
2022 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
08.02.2022, протокол № 7

Зав. кафедрой  Ю. А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
14.02.2022 г. протокол № 6

Председатель  И. Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:
профессор кафедры ПМии, д-р физ.-мат. наук
 С. И. Кадченко

Рецензент:
доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук
 Д. М. Догущин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Методы решения экстремальных задач» являются: изучение магистрами основных понятий и методов нахождения экстремума функционала, применение их в прикладных задачах; подготовка студентов к использованию знаний, умений и навыков в практической деятельности и к систематическому повышению своего профессионального уровня.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Методы решения экстремальных задач входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания и умения, сформированные в результате изучения математического анализа, комплексного анализа, дискретной математики, дифференциальных уравнений, численных методов, теории игр и исследования операций.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Учебная - технологическая (проектно-технологическая) практика

Численные методы решения начально-краевых задач

Производственная - научно-исследовательская работа

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Методы решения экстремальных задач» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 | Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики |
| ОПК-1.1 | Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики |
| ОПК-1.2 | Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики |
| ОПК-1.3 | Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности |

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 37 акад. часов;
- аудиторная – 36 акад. часов;
- внеаудиторная – 1 акад. часов
- самостоятельная работа – 71 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

| Раздел/ тема дисциплины | Семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) | | | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельной работы | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенции |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------|-----------|-------------|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------|
| | | Лек. | лаб. зан. | практ. зан. | | | | |
| 1. Проблемы поиска | | | | | | | | |
| 1.1 Классификация задач и методов. Основные понятия. | 1 | 3 | 3/1И | | 16 | Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой | Защита лабораторной работы | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 |
| Итого по разделу | | 3 | 3/1И | | 16 | | | |
| 2. Одномерный поиск | | | | | | | | |
| 2.1 Измерение эффективности поиска. Пассивный поиск. Последовательный поиск | 1 | 3 | 3/1И | | 10 | Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний | Защита лабораторной работы | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 |
| Итого по разделу | | 3 | 3/1И | | 10 | | | |
| 3. Геометрия многомерных поверхностей отклика | | | | | | | | |
| 3.1 Дебют. Эндшпиль. Глобальные свойства. | 1 | 3 | 3/1И | | 10 | Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой | Защита лабораторной работы | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 |
| Итого по разделу | | 3 | 3/1И | | 10 | | | |
| 4. Касательные и градиент | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|------------------------------------------------------------------------|---|----|-------|--|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------|
| 4.1 Метод исключения касательными к линиям уровня. Градиент и подъем. | 1 | 3 | 3/ИИ | | 15 | Поиск дополнительной информации по заданной теме. Работа с электронными библиотеками. Подготовка к лабораторному занятию. Изучение учебной и научной литературы. | Защита лабораторной работы | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 |
| Итого по разделу | | 3 | 3/ИИ | | 15 | | | |
| 5. Ускоренный поиск вдоль гребня | | | | | | | | |
| 5.1 Метод параллельных касательных. Метод конфигураций. | 1 | 3 | 6/4И | | 10 | Поиск дополнительной информации по заданной теме. Подготовка к лабораторному занятию. Изучение учебной и научной литературы. | Защита лабораторной работы | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 |
| Итого по разделу | | 3 | 6/4И | | 10 | | | |
| 6. Ошибки эксперимента | | | | | | | | |
| 6.1 Поиск корня. Общие принципы. Поиск максимума. Скорость сходимости. | 1 | 3 | | | 10 | Поиск дополнительной информации по заданной теме. Изучение учебной и научной литературы. | Обсуждение. Опрос. Контрольная работа. | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3 |
| Итого по разделу | | 3 | | | 10 | | | |
| Итого за семестр | | 18 | 18/8И | | 71 | | зачёт | |
| Итого по дисциплине | | 18 | 18/8И | | 71 | | зачет | |

5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу лабораторных занятий.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС 3++ по реализации компетентностного подхода.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся
Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации
Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
а) Основная литература:

1. Абдрахманов, В. Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания : учебное пособие / В. Г. Абдрахманов, А. В. Рабчук. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-1630-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/45675> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Матвеев, А. С. Введение в математическую теорию оптимального управления / А. С. Матвеев. — Санкт-Петербург : СПбГУ, 2018. — 194 с. — ISBN 978-5-288-05809-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/109466> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 256 с. — ISBN 978-5-9221-0590-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2097> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей

б) Дополнительная литература:

1. Кочегурова, Е. А. Теория и методы оптимизации : учебное пособие / Е. А. Кочегурова. — Томск : ТПУ, 2013. — 134 с. — ISBN 978-5-4387-0237-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/45142> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Крутиков, В. Н. Задачи по оптимизации: теория, примеры и задачи : учебное пособие / В. Н. Крутиков, Е. С. Чернова. — Кемерово : КемГУ, 2018. — 112 с. — ISBN 978-5-8353-2397-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/134330> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Ашманов, С. А. Теория оптимизации в задачах и упражнениях : учебное пособие / С. А. Ашманов, А. В. Тимохов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1366-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/3799> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Романова, И. К. Методы теории оптимального управления в проектировании технических систем : методические указания / И. К. Романова. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. — 152 с. — ISBN 978-5-7038-4622-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/103430> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

| Наименование ПО | № договора | Срок действия лицензии |
|----------------------------------------|-------------------------|------------------------|
| MS Windows 7 Professional(для классов) | Д-1227-18 от 08.10.2018 | 11.10.2021 |
| MS Office 2007 Professional | № 135 от 17.09.2007 | бессрочно |

| | | |
|-----------------------------------|------------------------------|-----------|
| 7Zip | свободно распространяемое | бессрочно |
| Anaconda | свободно распространяемое | бессрочно |
| Maple 14 Classroom License | К-113-11 от 11.04.2011 | бессрочно |
| MathCAD v.15 Education University | Д-1662-13 от 22.11.2013 | бессрочно |
| Atom Editor | свободно распространяемое | бессрочно |
| NotePad++ | свободно распространяемое | бессрочно |
| Adobe Reader | свободно распространяемое | бессрочно |
| Браузер Mozilla Firefox | свободно распространяемое ПО | бессрочно |
| Браузер Yandex | свободно распространяемое | бессрочно |

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| Название курса | Ссылка |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Российская Государственная библиотека. Каталоги | https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/ |
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова | http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp |
| Университетская информационная система РОССИЯ | https://uisrussia.msu.ru |
| Международная база справочных изданий по всем отраслям знаний SpringerReference | http://www.springer.com/references |

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Лекционная аудитория: Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Компьютерный класс: Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки: Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования: Стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

| Раздел/ тема дисциплины | Вид самостоятельной работы | Кол-во часов | Формы контроля |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|----------------------------------------------|
| 1. Проблемы поиска | Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. | 16 | Защита лабораторной работы |
| 2. Одномерный поиск | Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний. | 10 | Защита лабораторной работы |
| 3. Геометрия многомерных поверхностей отклика | Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой. | 10 | Защита лабораторной работы |
| 4. Касательные и градиент | Поиск дополнительной информации по заданной теме. Работа с электронными библиотеками. Подготовка к лабораторному занятию. Изучение учебной и научной литературы. | 15 | Защита лабораторной работы |
| 5. Ускоренный поиск вдоль гребня | Поиск дополнительной информации по заданной теме. Подготовка к лабораторному занятию. Изучение учебной и научной литературы. | 10 | Защита лабораторной работы |
| 6. Ошибки эксперимента | Поиск дополнительной информации по заданной теме. Изучение учебной и научной литературы. | 10 | Обсуждение. Опрос. Контрольная работа. |
| Итого по разделу | | 71 | |

Темы лабораторных работ

1. Многокритериальная оптимизация
2. Условная оптимизация. Множители Лагранжа. Штрафные и барьерные функции
3. Метод возможных направлений. Метод имитации отжига
4. Генетические алгоритмы
5. задачи вариационного исчисления

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. История развития экстремальных задач
2. История развития теории оптимального управления
3. Математическая модель объекта
4. Допустимое управление
5. Критерий оптимальности
6. Ограничения на правый конец траектории
7. Общая постановка задачи оптимального управления
8. Классификация задач оптимального управления
9. Управление в программной форме и в форме обратной связи
10. Обзор методов решения задач оптимального управления
11. Примеры физических задач оптимального управления
12. Примеры экономических задач оптимального управления
13. Управление экологическими системами
14. Вариационное исчисление
15. Принцип максимума Понтрягина
16. Особое управление
17. Принцип оптимальности Беллмана
18. Динамическое программирование Беллмана
19. Числовая оптимизация с помощью ЭВМ

Контрольная работа

1. В каких случаях применяют метод вариационного исчисления?
2. Откуда метод берет свое название?
3. Какие вариации управления Вам известны? Опишите.
4. Какое управление дает ВИ: в программной форме или в форме обратной связи?
5. Необходимое или достаточное условие оптимальности управления дает ВИ?
6. Может ли метод ВИ давать несколько решений? Почему?
7. Запишите функцию Гамильтона в общем виде.
8. Запишите уравнение Эйлера–Лагранжа в общем виде.
9. Запишите П-систему в общем виде.
10. Запишите условие трансверсальности в общем виде.
11. Какой смысл имеет условие трансверсальности? В каких случаях оно необходимо? В каких нет?
12. Дана модель объекта управления:

$$\text{I} \quad \dot{x} = tx^2 + 2u^2, \quad x(0) = 5;$$

$$\text{II} \quad J = \int_0^{t_1} (x^2 + u^2) dt + \alpha x^2(t_1) \rightarrow \min.$$

Для этой задачи записать:

- а) функцию Гамильтона;
 - б) уравнение Эйлера–Лагранжа;
 - в) П-систему;
 - г) условие трансверсальности (если необходимо).
13. Дана модель объекта управления:

$$\text{I} \quad \dot{x}_1 = x_2 u_1 + u_2, \quad x_1(0) = 2;$$

$$\dot{x}_2 = u_2, \quad x_2(0) = 1;$$

$$\text{II} \quad J = \int_0^1 (x_1^2 - x_2^2 + u_1^2) dt \rightarrow \min;$$

$$\text{IV} \quad x_1(1) = 3, \quad x_2(1) = 0.$$

Для этой задачи записать:

- а) функцию Гамильтона;
 - б) уравнение Эйлера–Лагранжа;
 - в) П-систему;
 - г) условие трансверсальности (если необходимо).
14. Чем отличается решение задачи Больца и задачи Майера методом ВИ?
15. Записать алгоритм решения методом ВИ для задачи Больца:
- а) без ограничений на правый конец траектории с фиксированным временем
 - б) без ограничений на правый конец траектории с произвольным временем
 - в) с ограничениями на правый конец траектории с фиксированным временем
 - г) с ограничениями на правый конец траектории с произвольным временем

Примеры задач к лекционному материалу

1. Найти оптимальное управление в задачах:

а). $\int_0^1 (\dot{x}^2 - x) dt + x^2(1) \rightarrow \min.$

б). $\int_0^T u^2 dt + T \rightarrow \min; \quad \dot{x} = u; x(0) = 1; x(T) = 0; \quad T - \text{не фиксировано.}$

в). $\int_0^T (1-u)x dt \rightarrow \max; \quad \dot{x} = (u - \beta)x; x(0) = a; 0 \leq u \leq 1; \beta \leq 1; \quad T - \text{фиксировано.}$

г). $\int_0^T (u^2 + x^2) dt + \frac{x^2(T)}{2} \rightarrow \min; \quad \dot{x} = u - x; x(0) = 0; \quad T - \text{фиксировано.}$

д). $\int_0^T (u - x)^2 dt \rightarrow \min; \quad \dot{x} = \rho(u - x); x(0) = x_0; x(T) = x_1; \quad T - \text{фиксировано.}$

е). $\int_0^{2\pi} u dt + x_2(2\pi) \rightarrow \min; \quad -1 \leq u \leq 2; \quad \dot{x}_1 = -x_2; \quad \dot{x}_2 = x_1 + u; \quad x_1(0) = -2; \quad x_2(0) = -1.$

2. Показать, что в задаче

$$J = \int_0^1 t^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \min; \quad x(0) = 0; \quad x(1) = 1,$$

не существует ни одного решения уравнения Эйлера. Найти минимизирующую последовательность (если она имеется).

3. Определить экстремаль, удовлетворяющую краевым условиям и проверить, доставляет ли она слабый минимум:

а). $J = \int_{-1}^1 t^2 x'^2 dt; \quad x(-1) = -1; \quad x(1) = 1;$

б). $J = \int_0^1 x x'^2 dt; \quad x(0) = 0; \quad x(1) = 1;$

в). $J = \int_0^1 (1+t)x'^2 dt; \quad x(0) = 0; \quad x(1) = 1;$

г). $J = \int_0^1 x^2 x'^2 dt; \quad x(0) = 0; \quad x(1) = 1;$

д). $J = \int_0^{3\pi/2} (x'^2 - x^2) dt; \quad x(0) = x(3\pi/2) = 0.$

е). $J = \int_0^b \sqrt{1+x'^2} dt; \quad x(a) = 0; \quad x(b) = 1.$