



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

17.02.2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА ГРАФАХ

Направление подготовки (специальность)
01.06.01 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Направленность (профиль/специализация) программы
Вычислительная математика

Уровень высшего образования - подготовка кадров высшей квалификации

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	4
Семестр	8

Магнитогорск
2020 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА (уровень подготовки кадров высшей квалификации). (приказ Минобрнауки России от 30.07.2014 г. № 866)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
11.02.2020, протокол № 6

Зав. кафедрой *С.И. Кадченко* С.И. Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
17.02.2020 г. протокол № 6

Председатель *И.Ю. Мезин* И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

зав. кафедрой ПМИИ, д-р физ.-мат. наук *С.И. Кадченко* С.И. Кадченко

Рецензент:

Зав. кафедрой математического и компьютерного моделирования ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)», д-р физ.-мат. наук *С.А. Загребина* С.А. Загребина



Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021 - 2022 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки кадров высшей квалификации аспирантской программы 01.06.01 Математика и механика курс «Спектральные задачи на графах» направлен на формирование математических методов, алгоритмов, приобретение практических навыков разработки математических моделей физических и технических систем.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Спектральные задачи на графах входит в вариативную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Решение прикладных задач в среде математического пакета Maple

Численные методы решения некорректно поставленных задач

Численные методы решения интегральных уравнений

Математическое моделирование

Обратные задачи спектрального анализа

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Научно-исследовательская деятельность и подготовка НКР

Представление научного доклада об основных результатах подготовленной НКР

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Спектральные задачи на графах» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Умение разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники
Знать	Знать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники
Уметь	Уметь разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики.
Владеть	Владеть алгоритмами численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики.

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц 72 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 18 акад. часов;
- аудиторная – 18 акад. часов;
- внеаудиторная – 0 акад. часов
- самостоятельная работа – 54 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Понятие квантового графа								
1.1 Геометрический граф	8	1			3	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой.	Устный опрос	ПК-1
1.2 Дифференциальный оператор на каждом ребре графа		1			4			ПК-1
1.3 Условие склейки		1			4			ПК-1
1.4 Самосопряженность стандартных условий		1			4			ПК-1
1.5 Собственные значения и собственные функции		2				4		
Итого по разделу		6			28			
2. Спектральные задачи на графах								
2.1 Прямые спектральные задачи	8	6			12			ПК-1
2.2 Обратные спектральные задачи		6			12			ПК-1
Итого по разделу		12			26			
Итого за семестр		18			43		зачёт	
Итого по дисциплине		18			54		зачет	ПК-1

5 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины рекомендуется использовать образовательные и информационные технологии:

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу лабораторных занятий.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах вычислительного центра ФГБОУ ВО «МГТУ».

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается: использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

При проведении лабораторных занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, ролевая игра, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС 3+ по реализации компетентного подхода.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Покорный, Ю. В. Дифференциальные уравнения на геометрических графах : учебное пособие / Ю. В. Покорный, О. М. Пенкин, В. Л. Прядиев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 272 с. — ISBN 5-9221-0425-X. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2753> (дата обращения: 01.10.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Спектральные методы анализа : учебное пособие / Е. В. Пашкова, Е. В. Волосова, А. Н. Шипуля [и др.]. — Ставрополь : СтГАУ, 2017. — 56 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/107215> (дата обращения: 29.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Юрко, В. А. Введение в теорию обратных спектральных задач : учебное пособие / В. А. Юрко. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 384 с. — ISBN 5-9221-0734-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59443> (дата обращения: 21.10.2020). — Режим доступа:

для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Бондаренко Н.П. Дискретные математические модели: Учеб. пособие для студ. матем. спец. Саратов. 2015 - 52 с.

2. Юрко В.А. О восстановлении операторов Штурма - Лиувилля на графах / В.А. Юрко // Мат. заметки. - 2006. - Т. 79, № 4. - С. 619-630

3. Юрко, В.А. Введение в теорию обратных спектральных задач / В.А. Юрко. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 383 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
MS Office Project Prof 2007(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Российская Государственная библиотека. Каталоги	https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp
Международная наукометрическая реферативная и полнотекстовая база данных научных изданий «Web of science»	http://webofscience.com
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных	http://scopus.com
Международная реферативная база данных по чистой и прикладной математике zbMATH	http://zbmath.org/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Лекционная аудитория. Оснащение аудитории: доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: компьютерный класс. Оснащение аудитории: персональные компьютеры с пакетом MS Office, Maple 14 Classroom License 10-29 Users (per User) Academic, MathLab, Mathcad Education - University Edition (200 pack) и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение аудитории: персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение аудитории: стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации.

Приложение 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для изучения ряда тем самостоятельно предлагаются решить следующие задачи:

1. Докажите, что число равенств, задаваемых стандартными условиями склейки, совпадает с удвоенным числом ребер для произвольного графа.
2. Дайте определение самосопряженного оператора.
3. Докажите, что пространство $L_2(G)$ гильбертово.
4. Докажите, что вектора $[y_j(0), y'_j(0), y_j(l_j), y'_j(l_j)]_{j=1}^m$, удовлетворяющие стандартным условиям склейки, образуют линейное пространство размерности $2m$.
5. Докажите, что линейная комбинация собственных функций, отвечающих одному и тому же собственному значению оператора, тоже является собственной функцией, отвечающей этому собственному значению.
6. При каких условиях на константы c_j следующие условия склейки в вершине v графа являются самосопряженными?
 - а) $y_j(v) + c_j [y'_{j-1}(v) + y'_{j+1}(v)] = 0, \quad j = \overline{1, n}$,
 - б) $y_j(v) + y_{j+1} + c_j [y'_j(v) - y'_{j+1}(v)] = 0, \quad j = \overline{1, n}$.

Считаем, что $y_0 = y_n, \quad y_{n+1} = y_1$.

7. Найдите матрицу рассеяния в случае произвольного n для стандартного условия склейки.
8. Решить задачу Штурма - Лиувилля

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y(0) = y(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].$$
9. Решить задачу Штурма - Лиувилля

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y'(0) = y'(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].$$
10. Решить задачу Штурма - Лиувилля

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y'(0) - hy(0) = y'(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].$$
11. Решить задачу Штурма - Лиувилля заданную на двухреберном связанном ориентированном графе G_2

$$-y_j''(x_j) + p_j(x_j)y_j = \mu y_j(x_j), \quad x_j \in (0, l_j), \quad j = 1, 2,$$

$$d_1 y'_1(x_1)|_{x_1=l_1} - d_2 y'_2(x_2)|_{x_2=0} = 0, \quad d_1 y_1(x_1)|_{x_1=0} = d_2 y_2(x_2)|_{x_2=l_2} = 0,$$

$$y_1(l_1) = y_2(0).$$

Здесь $l_j > 0$ - длина, а $d_j > 0$ - площадь поперечного сечения j - того ребра графа G_2 .

Перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Понятие квантового графа.
2. Геометрический граф.
3. Дифференциальные операторы на каждом ребре графа.
4. Условия склейки.
5. Самосопряженность стандартных условий склейки.
6. Собственные значения и собственные функции оператора.
7. Общий вид самосопряженных условий склейки.
8. Характеристический определитель.
9. Матрица рассеяния.
10. Примеры прямых спектральных задач на графах.
11. Примеры обратных спектральных задач на графах.

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине. Проводиться за 8 семестр в форме зачета.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ПК-1: Умение разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники		
Знать	Знать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к	Ответы на вопросы: <ol style="list-style-type: none"> 1. Доказать, что число равенств, задаваемых стандартными условиями склейки, совпадает с удвоенным числом ребер для произвольного графа. 2. Доказать, что пространство $L_2(G)$ гильбертово. 3. Доказать, что вектора $[y_j(0), y'_j(0), y_j(l_j), y'_j(l_j)]_{j=1}^m$, удовлетворяющие стандартным условиям склейки, образуют линейное пространство размерности $2m$

	различным областям науки и техники	<p>4. Доказать, что линейная комбинация собственных функций, отвечающих одному и тому же собственному значению оператора, тоже является собственной функцией, отвечающей этому собственному значению.</p> <p>5. При каких условиях на константы c_j следующие условия склейки в вершине v графа являются самосопряженными?</p> <p>с) $y_j(v) + c_j [y'_{j-1}(v) + y'_{j+1}(v)] = 0$, $j = \overline{1, n}$,</p> <p>d) $y_j(v) + y_{j+1} + c_j [y'_j(v) - y'_{j+1}(v)] = 0$, $j = \overline{1, n}$.</p> <p>Считаем, что $y_0 = y_n$, $y_{n+1} = y_1$.</p> <p>6. Найдите матрицу рассеяния в случае произвольного n для стандартного условия склейки.</p>
Уметь	Уметь разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики.	<p>Уметь решать следующие задачи:</p> <p>1. Задачу Штурма - Лиувилля $\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y(0) = y(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].$</p> <p>2. Задачу Штурма - Лиувилля $\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y'(0) = y'(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].$</p> <p>3. Задачу Штурма - Лиувилля $\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y'(0) - hy(0) = y'(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].$</p> <p>4. Задачу Штурма - Лиувилля заданную на двухреберном связанном ориентированном графе G_2</p> $-y_j''(x_j) + p_j(x_j)y_j = \mu y_j(x_j), \quad x_j \in (0, l_j),$ $j = 1, 2,$ $d_1 y'_1(x_1) _{x_1=l_1} - d_2 y'_2(x_2) _{x_2=0} = 0,$ $d_1 y'_1(x_1) _{x_1=0} = d_2 y'_2(x_2) _{x_2=l_2} = 0,$ $y_1(l_1) = y_2(0).$ <p>Здесь $l_j > 0$ - длина, а $d_j > 0$ - площадь поперечного сечения j - того ребра графа G_2.</p>
Владеть	Владеть алгоритмами	Ответы на вопросы:

	<p>численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие квантового графа. 2. Геометрический граф. 3. Дифференциальные операторы на каждом ребре графа. 4. Условия склейки. 5. Самосопряженность стандартных условий склейки. 6. Собственные значения и собственные функции оператора. 7. Общий вид самосопряженных условий склейки. 8. Характеристический определитель. 9. Матрица рассеяния. 10. Примеры прямых спектральных задач на графах. 11. Примеры обратных спектральных задач на графах.
--	---	--

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков, проводится в форме зачета (8 семестр).

Показатели и критерии оценивания зачета:

– оценку «зачтено» – обучающийся демонстрирует высокий и средний уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в сложных ситуациях.

– оценку «не зачтено» – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач