



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИИиС  
И.Ю. Мезин

16.03.2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ***

Направление подготовки (специальность)

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль/специализация) программы

10.05.03 специализация N 7 "Обеспечение информационной безопасности распределенных информационных систем";

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск  
2019 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по специальности 10.05.  
ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ  
(приказ Минобрнауки России от 01.12.2016 г. № 1509)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной  
математики и информатики

10.03.2020, протокол № 7

Зав. кафедрой  С.И. Кадчен

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

16.03.2020 г. протокол № 8

Председатель  И.Ю. Мез

Согласовано:

Зав. кафедрой Информатики и информационной безопасности

 И.И. Баранко

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук

Булычева

 С.

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. пед. наук



М.Б. Аркулис

**Лист актуализации рабочей программы**

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2020 - 2021 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от 01.09.2020 г. № 1  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021 - 2022 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

- развитие математического мышления;
- формирование навыков решения геометрических задач в различных системах координат;
- ознакомление с основами классической и современной алгебры;
- ознакомление с различными алгебраическими структурами (полями, векторными пространствами) и их приложениями в решении различных практических задач;
- обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике;
- воспитание у студентов математической и технической культуры, которая предполагает четкое осознание необходимости и важности математической подготовки для современного специалиста.

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Алгебра и геометрия входит в базовую часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объеме программы средней школы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

- Дискретная математика
- Теория вероятностей, математическая статистика
- Математический анализ
- Исследование операций и теория игр
- Основы теории оптимизации
- Математическое моделирование распределенных систем
- Теория графов и ее приложения

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Алгебра и геометрия» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники
Знать	- основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии - возможности координатного метода для исследования различных геометрических объектов - аналитические способы описания алгебраических структур и геометрических объектов



Уметь	<ul style="list-style-type: none"> <li>- сопоставлять реальную задачу с определенной областью математических знаний,</li> <li>- распознавать возможность аналитического решения задачи,</li> <li>- самостоятельно разрабатывать алгоритм решения задачи,</li> <li>- применять типичные математические модели линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности;</li> <li>- корректно обосновывать необходимость предложенного метода решения задачи;</li> <li>- формализовать задачу и находить ее решение, используя свойства математических объектов алгебры и геометрии;</li> <li>- интерпретировать формально (математически) полученный результат</li> </ul>
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>- методами работы с алгебраическими и геометрическими объектами,</li> <li>- методами построения и изучения математических моделей конкретных явлений и процессов для решения расчетных и исследовательских задач;</li> <li>- практическими навыками доказательства суждений;</li> <li>- умением теоретически обосновывать выводы;</li> <li>- математическими методами описания реальных процессов в профессиональной деятельности.</li> </ul>

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 академических часов, в том числе:

- контактная работа – 94,1 академических часов;
- аудиторная – 90 академических часов;
- внеаудиторная – 4,1 академических часов
- самостоятельная работа – 14,2 академических часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 академических часов

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в академических часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Линейная алгебра								
1.1 Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений.	1	6		12/4И	1	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению задач ТР, - защита ТР	ОПК-2
1.2 Линейные пространства. Базис. Евклидовы пространства.	1	4		6/2И	1	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2
1.3 Линейные операторы.	1	4		4/4И	1	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2

1.4 Квадратичные формы.		2		4	1	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2
Итого по разделу		16		26/10И	4			
2. Векторная алгебра								
2.1 Векторы и операции над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	1	2		4/2И	0,2	- подготовка к практическим занятиям, - подготовка к АКР №1 «Векторная алгебра»	- проверка АКР	ОПК-2
Итого по разделу		2		4/2И	0,2			
3. Аналитическая геометрия								
3.1 3.1. Системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Кривые на плоскости.	1	2		4/2И	1	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 2 «Аналитическая геометрия на плоскости»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2
3.2 3.2. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.		4		8/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- консультации по решению ИДЗ	ОПК-2
3.3 3.3. Преобразование координат: параллельный перенос, поворот. Классификация линий 2-го порядка. Приведение уравнений линий 2-го порядка к каноническому виду		2		2	1	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2
3.4 3.4. Системы координат в пространстве. Плоскость, прямая в пространстве.		2		4/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ТР №2 «Плоскость и прямая в пространстве»	- проверка ТР, - консультации по решению задач ТР, - защита ТР	ОПК-2
3.5 3.5. Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения. Эллипсоид, гиперboloиды, параболоиды.		4		2/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности второго порядка»	- консультации по решению ИДЗ	ОПК-2

3.6 3.6. Классификация поверхностей второго порядка. Приведение к каноническому виду общего уравнения поверхности второго порядка.	4		4/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности 2-го порядка»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	ОПК-2
Итого по разделу	18		24/10И	10			
Итого за семестр	36		54/22И	14,2		экзамен	
Итого по дисциплине	36		54/22И	14,2		экзамен	



## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее:

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- - информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- - семинар (защита ТР) – беседа преподавателя и студентов, обсуждение заранее подготовленных сообщений по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы.
- - практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проблемного обучения. Организация образовательного процесса предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности студентов.

Формы учебных занятий:

- - проблемная лекция – изложение материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.
- - лекция «вдвоем» (бинарная лекция) – изложение материала в форме диалогического общения двух студентов (заранее подготовившихся) или студента и преподавателя (например, реконструкция диалога исторических личностей – свидетелей открытия какого-либо научного факта; «ученого» и «практика» и т.д.).
- - практическое занятие в форме практикума – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.
- - самостоятельная работа (с консультациями преподавателя) на основе кейс-метода – обучение в контексте моделируемой ситуации, воспроизводящей реальные условия научной, производственной. Обучающиеся должны проанализировать ситуацию, разобраться в сути проблем, предложить возможные решения и выбрать лучшее из них. Кейсы базируются на реальном фактическом материале или же приближены к реальной ситуации.

3. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

- Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

- Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

- Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МООДУС MOODLE).

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий:

- Лекция-визуализация – изложение содержания сопровождается презентацией (демонстрацией учебных материалов, представленных в различных знаковых системах, в т.ч. иллюстративных, графических, аудио- и видеоматериалов).

- Практическое занятие в форме презентации – представление результатов проектной или исследовательской деятельности с использованием специализированных программных сред.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432050> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 233 с. —

(Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/433810> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

**б) Дополнительная литература:**

1. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник/ Ефимов Н. В., 14-е изд., исправ. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 240 с. ISBN 978-5-9221-1419-6, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/537806> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Ефимов, Н. В. Квадратичные формы и матрицы / Н.В. Ефимов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 168 с. ISBN 978-5-9221-1049-5, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/414063> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Шафаревич, И. Р. Линейная алгебра и геометрия / И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/544772> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-16-100523-1. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/1015326> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 288 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: : <https://www.biblio-online.ru/bcode/438307> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 281 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03009-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: : <https://www.biblio-online.ru/bcode/431960> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

7. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/456440> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

8. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 302 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/436999> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

9. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учеб. пособие / Б.М. Рудык. - М. : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN . - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/101010> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

**в) Методические указания:**

1. Абрамова, И.М. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии: Методические указания для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2008. – 16 с.
2. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. – 19 с.
3. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MathWorks MathLab v.2014 Classroom License	К-89-14 от 08.12.2014	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>

**9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа
- Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации
- Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки (персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета )
- Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

По дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

**Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):**

**АКР №1 « Векторная алгебра»**

1. Сторона ромба равна  $5\sqrt{10}$ , две его противоположные вершины – P(4; 9) и Q(-2; 1). Вычислить площадь этого ромба.
2. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найти длины векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ , построенных по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; косинус угла между векторами  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ . Проверить коллинеарность векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{b}$ .  
 $a = (4; 3; -1)$  и  $b = (2; 2; -2)$ ,  $c = a - 4b$  и  $d = 3a - 2b$ ,
3. Найти координаты вектора  $x$ , перпендикулярный векторам  $a = (3; -1; 1)$  и  $b = (2; -3; 2)$ , и удовлетворяющий условию  $x \cdot (i - 2j + k) = 1$ .
4. Даны вершины  $\triangle ABC$ . Вычислить его площадь и длину высоты, опущенной из вершины B на сторону AC.  
 $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(6; 2; -2)$ ,  $C(-1; 2; 0)$
5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$ , если  $p = a - 5b$  и  $q = 2a + b$ , где  $a$  и  $b$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы.
6. Доказать, что точки A, B, C и D лежат в одной плоскости.  $A(-1; -2; 0)$ ,  $B(0; -4; 1)$ ,  $C(2; -1; -2)$ ,  $D(6; 12; -13)$

**Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):**

**ИДЗ №1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»**

**Задача 1.** Для указанного множества векторов определить, является ли это множество линейным пространством над полем действительных чисел относительно обычных операций сложения векторов и умножения вектора на число. В случае отрицательного ответа указать, какие именно аксиомы линейного пространства не выполняются.

- Все векторы плоскости, каждый из которых лежит на одной из осей координат  $Ox$  или  $Oy$ .

**Задача 2.** Проверить линейность оператора  $A\bar{x}$ , где  $\bar{x}=(x_1; x_2; x_3)$

$$A\bar{x}=(6x_1-5x_2x_3; -3x_1; 2x_3),$$

**Задача 4.** Найти собственные числа и собственные векторы оператора  $A$ . Записать матрицу оператора в базисе из собственных векторов

$$A=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Задача 5.** Дана матрица линейного оператора  $A$  в базисе  $(\bar{e}_1; \bar{e}_2; \bar{e}_3)$ :  $\bar{e}_1=(1;0;0)$ ,  $\bar{e}_2=(0;1;0)$ ,  $\bar{e}_3=(0;0;1)$ . Найти матрицу этого оператора в новом базисе  $(\bar{e}'_1; \bar{e}'_2; \bar{e}'_3)$   $(\bar{e}_1; \bar{e}_2; \bar{e}_3)$ , если

$$\bar{e}'_1=\bar{e}_1+\bar{e}_2+\bar{e}_3; \bar{e}'_2=\bar{e}_1-\bar{e}_2+\bar{e}_3; \bar{e}'_3=\bar{e}_1+\bar{e}_2-\bar{e}_3, \quad A=\begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 6.** Пусть  $x=(x_1, x_2, x_3)$ ,  $Ax=(x_1-x_3, x_1, x_1+x_3)$ ,  $Bx=(x_2, 2x_3, x_1)$ .

Найти результат работы составного оператора  $(A \circ B)x$  и матрицу этого составного оператора.

**Задача 7.** Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2.$$

**Задача 8.** Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием. Выписать это преобразование.

$$4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$



**ИДЗ №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»**

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма  $2x - y + 2 = 0$  ,  $x + 3y - 6 = 0$  и точка пересечения диагоналей  $O(-1; 4)$ . Составить уравнения диагоналей параллелограмма.

2. Дано:  $M_1(-2; 2)$ ;  $M_2(2; 6)$ ;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\vec{S} = (5; -3)$ ;  $\vec{n} = (7; 2)$ ;  
 $L_1: x - 3y - 7 = 0$  ;  $L_2: x + 3y + 5 = 0$  .

(а) Написать общие уравнения прямых, проходящих через

- 1) точку  $M_1$  под углом  $\varphi$  к оси  $Ox$ ;
- 2) точки  $M_1$  и  $M_2$ ;
- 3) точку  $M_1$  параллельно вектору  $\vec{S}$  ;
- 4) точку  $M_2$  перпендикулярно вектору  $\vec{n}$  ;
- 5) точку  $M_1$  параллельно прямой  $L_1$ ;
- 6) точку  $M_2$  перпендикулярно прямой  $L_2$  .

(б) Найти расстояние от точки  $M_1$  до прямой  $L_2$

(в) Найти точку пересечения прямых 5) и 6), найти угол между ними с точностью до  $0,1^\circ$  .

3. Построить линию в полярной системе координат  $\rho = 4 + \sin \phi$

**ИДЗ №3 «Кривые второго порядка»**

**Задача 1.** Постройте фигуру, ограниченную линиями

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1, \quad x \geq 0, \quad y^2 = -x + 5$$

**Задача 2.** Приведите уравнения к каноническому виду и постройте кривые. Найдите, если есть, фокусы, эксцентриситеты, вершины линий, директрисы, асимптоты.

1)  $x^2 + y^2 - 5y = 0$  ;

2)  $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$  ;

3)  $4x^2 - y^2 - 16x + 6y + 23 = 0$  ;

4)  $2x^2 + 8x - y + 1 = 0$  ;

5)  $4x^2 - y^2 + 24x + 10y + 11 = 0$  ;

6)  $x = -1 + \sqrt{4(y+2)}$  ;

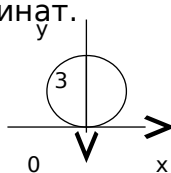
7)  $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 9}$  ;

8)  $y = \frac{8x+3}{2x-4}$  .

**Задача 3.** Запишите уравнение кривой  $\rho = \rho(\phi)$  в декартовой системе координат. Выбрав удобную систему, постройте линию.

$$\rho = \frac{-3}{2 \sin \phi + 5 \cos \phi} .$$

**Задача 4.** Запишите уравнение данной окружности в декартовой системе координат и полярной системе координат.



**Задача 5.** Построить область, ограниченную линиями

$$\rho \leq 5 - 3 \cos \phi ; \quad \rho \geq 2 \sin \phi ,$$

### **ИДЗ №4 «Поверхности второго порядка»**

1. Выделением полных квадратов и переносом начала координат упростить

уравнение поверхности  $x^2 - 2y^2 + 4z^2 + 2x - 12y + 8z - 3 = 0$ .

2. Найти преобразованное уравнение поверхности

$$3x^2 + 2y^2 + 9z^2 + 4xy - 2xz - 4x + 8z = 0$$

при перенесении начала координат в точку  $O_1 = (-1, 2, -1)$ .

3. Привести к каноническому виду уравнения поверхностей, определить вид поверхностей, изобразить ее схематически

(a)  $y^2 + 2z^2 + 4xy - 4yz + 2 = 0$ , (б)

$$x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 8xz - 4yz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0.$$

### **Примерные варианты типовых расчетов (ТР):**

#### **ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»**

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами:

а) Разложением по элементам строки или столбца

б) С помощью элементарных преобразований

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 7 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -4 \\ 5 & -2 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений тремя способами:

а) По формулам Крамера.

б) Матричным методом.

в) Методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -3; \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместность. Решить системы уравнений методом Гаусса. В неопределенных системах найти общее и одно частное решения, сделать проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

4. Найти общее решение и фундаментальную систему решений, если она существует.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Решить матричное уравнение (найти матрицу  $X$ ).

$$\left[ 4E - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 17 \\ 10 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2$$

6. Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$$\bar{a} = (1, 4, 6), \quad \bar{b} = (1, -1, 1), \quad \bar{c} = (1, 1, 3).$$

7. Найти координаты вектора  $\vec{x}$  в базисе  $(e'_1, e'_2, e'_3)$ , если он задан в стандартном базисе  $(e_1, e_2, e_3)$ .

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e'_2 = 2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3, \\ x = (6, -1, 3) \end{cases}$$

### **ТР №2 «Плоскость и прямая в пространстве»**

1. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $A(1, 3, -4)$  параллельно:

а) прямой  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-1}$ ;

б) вектору  $a(1, -4, 3)$ ;

в) оси  $Ox$ ;

г) оси  $Oy$ .

2. Будут ли прямые  $I_1: \begin{cases} x-2y+z=3, \\ y+2z=1 \end{cases}$  и  $I_2: \begin{cases} x=3t-1, \\ y=4, \\ z=-2t \end{cases}$  лежать в одной плоскости?

3. При каких значениях  $a$  и  $b$  плоскость  $ax-4y+bz-1=0$  перпендикулярна прямой, проходящей через две точки  $M_1(0; 1; 2)$ ,  $M_2(1; 0; -2)$ . Построить эту плоскость.

4. Написать параметрические и канонические уравнения прямой

$$I_1: \begin{cases} 5x-y+9=0, \\ x+y-2z=0. \end{cases}$$

5. Найти угол между плоскостями  $2x-y+3z+5=0$  и  $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
<p>ОПК-2 способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники</p>		
<p>Знать</p>	<p>- основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии                      - возможности координатного метода для исследования различных геометрических объектов                      - аналитические способы описания алгебраических структур и геометрических объектов</p>	<p><b>Теоретические вопросы для экзамена</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Матрицы. Действия над матрицами.</li> <li>2. Определители матриц, их свойства (любые два с док-вом).</li> <li>3. Минор, алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), понижением порядка.</li> <li>4. Обратная матрица, теорема о существовании и единственности обратной матрицы (док-во).</li> <li>5. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы. Ранг матрицы. Свойства ранга. Теорема о рангах эквивалентных матриц (без док-ва).</li> <li>6. Ступенчатая матрица. Теорема о ранге ступенчатой матрицы (док-во).</li> <li>7. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (определения: совместной, несовместной СЛАУ, решения СЛАУ). Условия совместности СЛАУ.</li> <li>8. Матричная запись СЛАУ. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы.</li> <li>9. Формулы Крамера (вывод).</li> <li>10. Определенные и неопределенные СЛАУ. Метод Гаусса.</li> <li>11. Однородные СЛАУ. Фундаментальная система решений.</li> <li>12. Векторы. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Деление отрезка в данном отношении.</li> <li>13. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Условие</li> </ol>



Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>перпендикулярности двух векторов. Проекция вектора <math>\vec{a}</math> на вектор <math>\vec{b}</math>. Механический смысл скалярного произведения.</p> <p>14. Скалярное произведение в базисе <math>\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}</math> (вывод).</p> <p>15. Векторное произведение векторов, его свойства. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условие коллинеарности двух векторов.</p> <p>16. Векторное произведение в базисе <math>\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}</math> (вывод).</p> <p>17. Смешанное произведение векторов, его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности трех векторов.</p> <p>18. Смешанное произведение в базисе <math>\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}</math> (вывод).</p> <p>19. Уравнение прямой на плоскости. Способы задания. Основные задачи.</p> <p>20. Преобразование координат на плоскости: параллельный перенос, поворот.</p> <p>21. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.</p> <p>22. Уравнение плоскости в пространстве. Способы задания. Основные задачи.</p> <p>23. Уравнение прямой в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.</p> <p>24. Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения.</p> <p>25. Классификация поверхностей второго порядка</p> <p>26. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду</p>
Уметь	<p>- сопоставлять реальную задачу с определенной областью математических знаний,</p> <p>- распознавать возможность аналитического решения</p>	<p><b>Примерные практические задания для экзамена:</b></p> $\begin{cases} x - 4y - 2z = -3, \\ 3x + y + z = 5, \\ 3x - 5y - 6z = -7. \end{cases}$ <p>1. Решить систему линейных алгебраических уравнений</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>задачи,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно разрабатывать алгоритм решения задачи,</li> <li>- применять типичные математические модели линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности;</li> <li>- корректно обосновывать необходимость предложенного метода решения задачи;</li> <li>- формализовать задачу и находить ее решение, используя свойства математических объектов алгебры и геометрии;</li> <li>- интерпретировать формально (математически) полученный результат</li> </ul>	<p style="text-align: right;"> <math>x + y + z = 0,</math>  <math>2x - y - z = 0,</math>  <math>3x + 4y + z = 0.</math> </p> <p>2. Решить систему линейных алгебраических уравнений</p> <p>3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку <math>M(1,2)</math> параллельной прямой <math>5x + 2y + 20 = 0</math>.</p> <p>4. Вычислить <math>\vec{a} \cdot \vec{b}</math> и <math>\vec{a} \times \vec{b}</math>, если <math>\vec{a} = (1, 1, 1)</math>, <math>\vec{b} = (0, 2, 1)</math>.</p> <p>5. Написать уравнение прямой <math>AB</math>, если <math>A(-1, 2)</math>, <math>B(2, -1)</math>.</p> <p>6. Написать уравнение прямой, проходящей через точку <math>M(1, 0)</math> параллельной прямой <math>\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{-1}</math>.</p> <p>7. Показать, что прямые <math>2x - y - 20 = 0</math> и <math>-x - 2y - 3 = 0</math> перпендикулярны.</p> <p>8. Показать, что прямые <math>2x - y + 4 = 0</math> и <math>-4x + 2y - 10 = 0</math> параллельны.</p> <p>9. Написать уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки 2 и 3.</p> <p>10. В какой точке прямая, проходящая через точки <math>A(3, -2)</math> и <math>B(-1, 2)</math>, пересекает ось <math>Oy</math>.</p> <p>11. Найти расстояние между прямыми <math>4x - 3y - 7 = 0</math> и <math>4x - 3y + 3 = 0</math>.</p> <p>12. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки <math>M(2, 1, -1)</math> и <math>K(3, 3, -1)</math>.</p> <p>13. Провести прямую через точку <math>A(2, 0, -1)</math> перпендикулярно плоскости <math>3x + 4y - z + 4 = 0</math>.</p> <p>14. Провести плоскость через точку <math>A(2, 0, -1)</math> параллельно плоскости <math>3x + 4y - z + 4 = 0</math>.</p> <p>15. Провести плоскость через точки <math>A(1, 0, 2)</math>, <math>B(-1, 2, 0)</math>, <math>C(3, 3, 2)</math>.</p> <p>16. Доказать, что прямые взаимно перпендикулярны:</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p> <math display="block">\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3}</math> и <math display="block">\frac{3x+y-5z+1=0,}{2x+3y-8z+3=0.}</math> </p> <p>17. Доказать, что прямые параллельны:</p> <p> <math display="block">\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}</math> и <math display="block">\frac{x+y-z=0}{x-y-5z-8=0}</math> </p> <p>18. Найти угол между прямой, проходящей через точку A(-1,0,-5) и точку B(1,2,0), и плоскостью <math>x-3y+z+5=0</math>.</p> <p>19. Определить тип и построить линию:</p> <p> <math>x^2-9y^2+2x+18y+73=0</math> , <math>2x^2+3y^2-4x+6y-7=0</math> .  <math>y^2-4x-2y-3=0</math> , <math>y = \frac{3x-3}{2x+5}</math> , <math>y = -6 + \sqrt{4(x-3)^2 - 100}</math> </p> <p>20. Привести к каноническому виду уравнение поверхности. Определить ее вид.</p> <p><math>y^2+2z^2+4xy-4yz+2=0</math>.</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства			
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> <li>- методами работы с алгебраическими и геометрическими объектами,</li> <li>- методами построения и изучения математических моделей конкретных явлений и процессов для решения расчетных и исследовательских задач;</li> <li>- практическими навыками доказательства суждений;</li> <li>- умением теоретически обосновывать выводы;</li> <li>- математическими методами описания реальных процессов в профессиональной деятельности.</li> </ul>	<p><b>Примерные прикладные задачи и задания</b></p> <p><b>Задача 1.</b> В каких задачах аналитической геометрии используются квадратичные формы?</p> <p><b>Задание 2.</b> Собственные числа матриц используются для классификации кривых второго порядка и поверхностей второго порядка. Опишите алгоритм.</p> <p><b>Задание 3.</b> Подготовьте доклад на тему:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Кривые третьего порядка; кривые четвертого порядка; трансцендентные кривые.</li> </ul> <p><b>Задача 4.</b> Создайте анимационный график, изображающий построение кривых в полярной системе координат</p> <p><b>Задача 5.</b> Создайте анимационный график, изображающий построение кривых, заданных параметрически.</p> <p><b>Задача 6.</b> Предприятие специализируется по выпуску изделий трех видов: А, В, С; при этом используется сырье трех типов: <math>S_1, S_2, S_3</math>. Нормы расхода каждого вида сырья на единицу изделия каждого вида и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей:</p> <table border="1" data-bbox="949 1318 2018 1350" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 33%;">Вид</td> <td style="width: 33%;">Расходы сырья на единицу продукции,</td> <td style="width: 33%;">Запасы</td> </tr> </table>	Вид	Расходы сырья на единицу продукции,	Запасы
Вид	Расходы сырья на единицу продукции,	Запасы			

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства																							
		<table border="1" data-bbox="949 304 2022 464"> <thead> <tr> <th rowspan="2">сырья</th> <th colspan="3">усл. ед.</th> <th rowspan="2">сырья на один день, усл. ед.</th> </tr> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>S<sub>1</sub></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>1400</td> </tr> <tr> <td>S<sub>2</sub></td> <td>4</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1300</td> </tr> <tr> <td>S<sub>3</sub></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1100</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="929 469 1765 496">Найти ежедневный объем выпуска изделий каждого вида.</p> <p data-bbox="853 528 2078 595">Получить систему уравнений и решить ее тремя способами: по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.</p> <p data-bbox="853 659 2078 831"><b>Задача 7.</b> Предприятие выпускает <math>m</math> видов изделий с использованием <math>k</math> видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей <math>A_{m \times k}</math>. Стоимость единицы сырья задана матрицей <math>C</math>. Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска <math>Q</math> и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц <math>A, C, Q</math>.</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \ 2 \ 3 \ 8) \quad Q = (20 \ 100 \ 50 \ 100)$ <p data-bbox="853 1169 2078 1270"><b>Задача 8.</b> Верно ли утверждение: всякую кривую, заданную в полярной системе координат, можно представить аналитически в виде функции в декартовой системе координат. Приведите доказательство .</p> <p data-bbox="853 1302 1899 1329"><b>Задача 9.</b> Изучите способы описания поверхностей в цилиндрической и</p>	сырья	усл. ед.			сырья на один день, усл. ед.	A	B	C	S <sub>1</sub>	2	3	1	1400	S <sub>2</sub>	4	1	2	1300	S <sub>3</sub>	1	2	3	1100
сырья	усл. ед.			сырья на один день, усл. ед.																					
	A	B	C																						
S <sub>1</sub>	2	3	1	1400																					
S <sub>2</sub>	4	1	2	1300																					
S <sub>3</sub>	1	2	3	1100																					

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>сферических системах координат.</p> <p><b>Задача 10.</b> Когда у однородной системы линейных алгебраических уравнений существует отличное от нулевого решение? Зачем нужна фундаментальная система решений?</p>