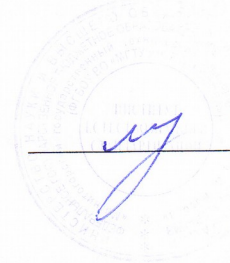




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

16.03.2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ***

Направление подготовки (специальность)

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль/специализация) программы

10.05.03 специализация N 7 «Обеспечение информационной безопасности распределенных информационных систем».

Уровень высшего образования - специалитет

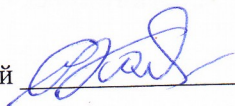
Форма обучения  
очная

|                     |  |
|---------------------|--|
| Институт/ факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра             | Прикладной математики и информатики      |
| Курс                | 1, 2                                     |
| Семестр             | 2, 3                                     |

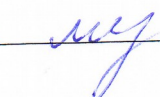
Магнитогорск  
2019 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем (приказ Минобрнауки России от 01.12.2016 г. № 1509)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
10.03.2020, протокол № 7


Зав. кафедрой  С.И. Кадченко

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
16.03.2020 г. протокол № 8

Председатель  И.Ю. Мезин

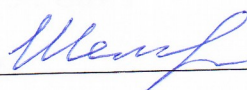
Согласовано:

Зав. кафедрой Информатики и информационной безопасности

 И.И. Баранкова


Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук

 В.В. Шеметова

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. пед. наук

 М.Б. Аркулис



**Лист актуализации рабочей программы**

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2020 - 2021 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от 01.09.2020 г. № 1  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021 - 2022 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А.Извеков

### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины – ознакомить обучающихся с основными понятиями и методами математического анализа, создать теоретическую и практическую базу подготовки специалистов к деятельности, связанной с проектированием, разработкой и применением электронной аппаратуры для обеспечения безопасности автоматизированных систем.

Задача дисциплины – привить обучаемым навыки использования рассматриваемого математического аппарата в профессиональной деятельности и воспитать у обучающихся высокую культуру мышления, т.е. строгость, последовательность, непротиворечивость и основательность в суждениях, в том числе и в повседневной жизни.

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Математический анализ входит в базовую часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Алгебра и геометрия

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Дискретная математика

Теория вероятностей, математическая статистика

Исследование операций и теория игр

Математическая логика и теория алгоритмов

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения  |
|---------------------------------|--|
| ОПК-2                           | способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники  |
| Знать                           | <ul style="list-style-type: none"><li>- основные положения теории пределов функции;</li><li>- основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных,</li><li>- основные понятия теории функций комплексной переменной;</li><li>- основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений</li><li>- основные понятия теории числовых и функциональных рядов</li></ul> |

|         |   |
|---------|---|
| Уметь   | <ul style="list-style-type: none"><li>- решать задачи по изучаемым теоретическим разделам;</li><li>- обсуждать способы эффективного решения дифференциальных уравнений и их систем;</li><li>- определять эффективность решения задачи, полученного с помощью численных методов;</li><li>- распознавать эффективные результаты обработки экспериментальных данных от неэффективных</li></ul> |
| Владеть | <ul style="list-style-type: none"><li>- практическими навыками использования математических понятий и методов (изучаемых разделов математики) при решении прикладных задач;</li><li>- способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов;</li><li>- навыками построения и решения математических моделей прикладных задач</li></ul>                          |

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц 252 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 163,9 акад. часов:
- аудиторная – 158 акад. часов;
- внеаудиторная – 5,9 акад. часов
- самостоятельная работа – 52,4 акад. часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. часа

Форма аттестации - экзамен, зачет

| Раздел/ тема дисциплины   | Семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) |           |             | Само работа студента | Вид самостоятельной работы  | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенции |
|---|---------|--|-----------|-------------|----------------------|---|---|-----------------|
|   |         | Лек.   | лаб. зан. | практ. зан. |                      |   |   |                 |
| 1. Предел и непрерывность функции одной переменной  |         |  |           |             |                      |   |   |                 |
| 1.1 Понятие множества. Действительные числа и их свойства. Понятие окрестности точки. Понятие функции. Свойства функций   | 2       | 2  |           | 2           | 2                    | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №1 «Предел. Непрерывность»,<br>- составление учебной карты по теме (краткая систематизация изученного). | Проверка индивидуальных заданий, консультации по решению РГР    | ОПК-2           |
| 1.2 Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Сходимость последовательности. Ограниченные и монотонные последовательности. Простейшие свойства пределов последовательностей. Число e. Предел функции на языке последовательностей. Бесконечно большие, бесконечно малые. Свойства пределов функций. Основные |         | 2  |           | 2           | 2                    | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №1 «Предел. Непрерывность»,<br>- составление учебной карты по теме.                                     | Проверка индивидуальных заданий, консультации по решению РГР    | ОПК-2           |

|   |   |  |      |   |  |   |       |
|---|---|--|------|---|--|---|-------|
| 1.3 Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва и их                          | 2 |  | 2/2И | 2 | - подготовка к контрольной работе,<br>- выполнение РГР №1 «Предел. Непрерывность»,<br>- подготовка к защите теоретической части РГР №1.  | - консультации по решению РГР,<br>- аудиторная контрольная работа (АКР) №1 «Предел»,<br>- защита РГР № 1.                                       | ОПК-2 |
| Итого по разделу  | 6 |  | 6/2И | 6 |  |   |       |
| 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной  |   |  |      |   |  |   |       |
| 2.1 Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции в точке. Дифференциал, его геометрический смысл. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и таблица производных | 2 |  |      |   | Самостоятельная работа с литературой – конспект раздела «Задачи, приводящие к понятию производной»,<br>- подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР № 2 «Производная. Вычисление»,<br>- составление учебной карты «Производная» | Проверка конспекта. консультации по решению РГР №2  | ОПК-2 |
| 2.2 Дифференцирование неявно заданных, параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование   | 2 |  | 2    | 2 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР № 2 «Производная. Вычисление»,<br>- составление учебной карты «Производная»,<br>- подготовка к защите РГР №2   | консультации по решению РГР №2, Проверка РГР №2 «Производная. Вычисление», учебная карта (проект) по теме – защита                              | ОПК-2 |
| 2.3 Производные и дифференциалы высших порядков   | 2 |  | 2/2И | 2 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР № 3 «Производная высших порядков. Приложения производной»,<br>- составление учебной карты «Производная»,<br>- подготовка к контрольной работе                                      | Консультации по решению РГР №3. Проверка РГР № 3 «Производная высших порядков. Приложения производной», учебная карта (проект) по теме – защита | ОПК-2 |

|   |    |  |       |    |  |  |       |
|---|----|--|-------|----|--|--|-------|
| <p>2.4 Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора. Формула Тейлора. Применение производных при вычислении пределов. Правило Лопиталья</p>   | 2  |  | 2     | 2  | <p>- подготовка к практическому занятию,<br/>- выполнение РГР № 3,<br/>- составление учебной карты «Производная»,<br/>- подготовка к контрольной работе</p>  | <p>АКР №2<br/>«Производная»,<br/>Защита РГР №3</p>   | ОПК-2 |
| <p>2.5 Исследование функций с помощью дифференциального исчисления. Признаки знакопостоянства, возрастания и убывания, выпуклости и вогнутости графика функции на промежутке. Экстремумы функций. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции на замкнутом промежутке</p> | 2  |  | 2/2И  | 2  | <p>- подготовка к практическому занятию,<br/>- выполнение ИДЗ №1 «Применение производной для исследования функций и построения графиков»,<br/>- составление учебной карты «Производная при построении графика функции»</p> | <p>Проверка ИДЗ №1<br/>«Применение производной для исследования функций и построения графиков»,<br/>Проверка учебной карты</p> | ОПК-2 |
| <p>Итого по разделу</p>   | 10 |  | 10/4И | 10 |  |  |       |
| <p>3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной</p>   |    |  |       |    |  |  |       |
| <p>3.1 Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов от основных элементарных функций</p>   | 2  |  | 2     | 2  | <p>- подготовка к практическому занятию,<br/>- выполнение ИДЗ №2 «Неопределенный интеграл»,<br/>- составление учебной карты «Методы интегрирования»</p>  | <p>- консультации по решению ИДЗ №2,<br/>- проверка ИДЗ №2</p>   | ОПК-2 |
| <p>3.2 Методы непосредственного интегрирования. Интегрирование заменой переменной и по частям</p>   | 2  |  | 2     | 2  | <p>- подготовка к практическому занятию,<br/>- выполнение ИДЗ №2 «Неопределенный интеграл»,<br/>- составление учебной карты «Методы интегрирования»</p>  | <p>- консультации по решению ИДЗ №2,<br/>- проверка ИДЗ №2</p>   | ОПК-2 |



|  |    |  |       |      |   |  |       |
|--|----|--|-------|------|---|--|-------|
| 3.3 Интегрирование рациональных дробей   | 2  |  | 2/2И  | 2    | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №2<br>«Неопределенный интеграл»,<br>- составление учебной карты «Методы интегрирования»   | - консультации по решению ИДЗ №2,<br>- проверка ИДЗ №2<br>- АКР №3<br>«Неопределенный интеграл»  | ОПК-2 |
| 3.4 Интегрирование тригонометрических выражений.<br>Интегрирование иррациональных выражений  | 2  |  | 2     | 2    | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №2<br>«Неопределенный интеграл»,<br>- составление учебной карты «Методы интегрирования»   | - консультации по решению ИДЗ №2,<br>- проверка ИДЗ №2,<br>- проверка учебной карты  | ОПК-2 |
| 3.5 Задача вычисления площади криволинейной трапеции и другие задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Существование первообразной непрерывной функции. Замена переменной и | 2  |  | 2/2И  | 2    | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №3<br>«Определенный интеграл и его приложения»,<br>- составление учебной карты «Приложения определенного интеграла»   | - консультации по решению ИДЗ №3,<br>- проверка ИДЗ №3   | ОПК-2 |
| 3.6 Несобственные интегралы.<br>Признаки сходимости  | 2  |  | 2/2И  | 2,3  | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №3<br>«Определенный интеграл и его приложения»,<br>- самостоятельное изучение литературы: конспект «Свойства несобственных интегралов. Признаки сходимости» | - консультации по решению ИДЗ №3,<br>- проверка ИДЗ №3,<br>- проверка конспекта «Свойства несобственных интегралов. Признаки сходимости» | ОПК-2 |
| Итого по разделу   | 12 |  | 12/6И | 12,3 |   |  |       |
| 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных   |    |  |       |      |   |  |       |

|   |    |   |        |      |   |  |   |       |
|---|----|---|--------|------|---|--|---|-------|
| 4.1 Предел и непрерывность ФНП. Основные свойства функций, непрерывных в замкнутой области  |    | 1 |        | 1    | 2 | - самостоятельное изучение литературы по теме: написание конспекта «Основные свойства функций, непрерывных в замкнутой области»  | - проверка конспекта  | ОПК-2 |
| 4.2 Частные производные и производная по направлению. Дифференцируемые функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Признак                          | 2  | 2 |        | 2    | 2 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №4 «Частные производные»,<br>- составление учебной карты «ФНП»   | - консультирование по решению РГР №4,<br>- проверка выполнения РГР №4   | ОПК-2 |
| 4.3 Производная сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование неявно заданных функций   |    | 1 |        | 1    | 2 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №4 «Частные производные»,<br>- составление учебной карты «ФНП»   | - консультирование по решению РГР №4,<br>- проверка выполнения РГР №4,<br>- проверка учебной карты «ФНП»                                      | ОПК-2 |
| 4.4 Экстремумы ФНП  |    | 2 |        | 2/2И | 2 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №5 «Экстремум ФНП»,<br>- составление учебной карты «ФНП»   | - консультирование по решению РГР №5,<br>- проверка выполнения РГР №5,<br>- проверка учебной карты «ФНП»<br>- АКР №4 «ФНП: дифференцирование» | ОПК-2 |
| Итого по разделу  |    | 6 |        | 6/2И | 8 |  |   |       |
| Итого за семестр  | 34 |   | 34/14И | 36,3 |   |  | экзамен   |       |
| 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных (ФНП)  |    |   |        |      |   |  |   |       |
| 5.1 Двойной интеграл и его основные свойства. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу. Теорема о среднем значении. Замена переменных, переход в двойном интеграле к полярным координатам | 3  | 2 |        | 3    | 1 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №4 «Кратные интегралы»,<br>- самостоятельное изучение литературы: конспект «Свойства двойных и тройных интегралов» | - консультации по решению ИДЗ №4,<br>- проверка ИДЗ №4,<br>- проверка конспекта «Свойства двойных и тройных интегралов»                       | ОПК-2 |

|  |   |  |       |   |  |  |       |
|--|---|--|-------|---|--|--|-------|
| 5.2 Сведение тройного интеграла к повторному интегралу. Замена переменных, переход в тройном интеграле к цилиндрическим и сферическим  | 2 |  | 3     | 1 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №4 «Кратные интегралы»   | - консультации по решению ИДЗ №4,<br>- проверка ИДЗ №4   | ОПК-2 |
| 5.3 Геометрические и механические приложения кратных интегралов  | 2 |  | 3/2И  | 1 | - выполнение ИДЗ №4 «Кратные интегралы»,<br>- составление учебной карты «Приложения кратных интегралов»  | - проверка ИДЗ №4,<br>- проверка учебной карты «Приложения кратных интегралов»   | ОПК-2 |
| 5.4 Криволинейные интегралы I и II рода. Вычисление и простейшие свойства криволинейных интегралов. Понятие о  | 2 |  | 3/2И  | 1 | - подготовка к практическому занятию   | - проверка конспекта «Криволинейные интегралы»   | ОПК-2 |
| Итого по разделу   | 8 |  | 12/4И | 4 |  |  |       |
| 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ)   |   |  |       |   |  |  |       |
| 6.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Основные определения. Частное и общее решение. Интегральные кривые. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка. Методы решения дифференциальных уравнений первого | 3 |  |       |   |  |  |       |
|  | 2 |  | 3/2И  | 1 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №6 «Обыкновенные ДУ первого порядка»,<br>- составление учебной карты «ДУ первого порядка: типы и методы решения» | - консультирование по решению РГР №6,<br>- проверка выполнения РГР №6  | ОПК-2 |
| 6.2 ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка  | 2 |  | 3     | 1 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №6 «Обыкновенные ДУ первого порядка»,<br>- составление учебной карты «ДУ первого порядка: типы и методы решения» | - консультирование по решению РГР №6,<br>- проверка выполнения РГР №6,<br>- защита РГР №6,<br>- проверка учебной карты «ДУ первого порядка: типы и методы решения» | ОПК-2 |

|  |   |   |   |       |   |  |   |       |
|--|---|---|---|-------|---|--|---|-------|
| 6.3  | <p>Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Линейное однородное уравнение. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Неоднородное линейное уравнение (ЛНДУ), вид общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Линейное уравнение с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее</p> | 2 |   | 3     | 1 | <p>- подготовка к практическому занятию,<br/>- выполнение РГР №7 «ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами . Системы ДУ»,<br/>- составление учебной карты «ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами : методы решения»</p>                          | <p>- консультирование по решению РГР №7,<br/>- проверка выполнения РГР №7,<br/>- проверка учебной карты «ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами: методы решения»,<br/>- АКР №5 «ОДУ»</p> | ОПК-2 |
| 6.4  | <p>Методы решения систем дифференциальных уравнений (2-го порядка)</p>  | 2 |   | 3/2И  | 1 | <p>- подготовка к практическому занятию,<br/>- выполнение РГР №7 «ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами . Системы ДУ»<br/>- составление учебной карты «ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами : методы решения. Структура общего решения»</p> | <p>- консультирование по решению РГР №7,<br/>- проверка выполнения РГР №7,<br/>- защита РГР №7</p>  | ОПК-2 |
| Итого по разделу                             |   | 8 |   | 12/4И | 4 |  |   |       |
| 7. Элементы теории числовых и функциональных |   |   |   |       |   |  |   |       |
| 7.1  | <p>Понятие числового ряда. Понятие сходимости ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Знакопеременные ряды. Ряд Лейбница</p>  | 3 | 4 | 6/4И  | 1 | <p>- подготовка к практическому занятию,<br/>- выполнение ИДЗ №5 «Числовые ряды»</p>   | <p>- консультации по решению ИДЗ №5,<br/>- проверка ИДЗ №5</p>  | ОПК-2 |

|   |    |  |        |   |  |   |       |
|---|----|--|--------|---|--|---|-------|
| 7.2 Основные понятия теории функциональных рядов. Сходимость. Равномерная сходимость функционального ряда. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость суммы функционального ряда. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Радиус сходимости. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость суммы степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций. Приложения степенных рядов | 6  |  | 6/4И   | 1 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №5<br>«Числовые ряды»  | - консультации по решению ИДЗ №5,<br>- проверка ИДЗ №5                | ОПК-2 |
| 7.3 Основные задачи гармонического анализа. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье. Признаки сходимости рядов Фурье   | 2  |  | 6/2И   | 2 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение ИДЗ №6<br>«Функциональные ряды»                                    | - консультации по решению ИДЗ №6,<br>- проверка ИДЗ №6                | ОПК-2 |
| Итого по разделу  | 12 |  | 18/10И | 4 |  |   |       |
| 8. Элементы теории функций комплексной переменной (ФКП)   |    |  |        |   |  |   |       |
| 8.1 Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Функции комплексной переменной  | 3  |  |        |   |  |   |       |
|   | 2  |  | 4      | 1 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение домашнего задания,<br>- подготовка к АКР №6<br>«Комплексные числа» | - консультирование по решению ДЗ,<br>- АКР №6<br>«Комплексные числа»  | ОПК-2 |
| 8.2 Производная. Условия Коши-Римана (Даламбера-Эйлера) дифференцируемости функций комплексной переменной. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Интегралы от комплекснозначных функций действительной и комплексной переменной. Простейшие свойства. Теорема Коши.   |    |  | 4/2И   | 1 | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №8 «ФКП»   | - консультирование по решению РГР №8,<br>- проверка выполнения РГР №8 | ОПК-2 |



|   |    |  |        |      |  |   |       |
|---|----|--|--------|------|--|---|-------|
| 8.3 Степенные ряды с комплексными членами. Ряд Тейлора. Показательная и логарифмическая функции. Тригонометрические функции. Ряд Лорана. Изолированные особые точки. Разложение функции в ряд Лорана. Элементы теории | 4  |  | 4/2И   | 2,1  | - подготовка к практическому занятию,<br>- выполнение РГР №8 «ФКП» | - консультирование по решению РГР №8,<br>- проверка выполнения РГР №8 | ОПК-2 |
| Итого по разделу  | 8  |  | 12/4И  | 4,1  |  |   |       |
| Итого за семестр  | 36 |  | 54/22И | 16,1 |  | зачёт   |       |
| Итого по дисциплине   | 70 |  | 88/36И | 52,4 |  | экзамен, зачет  | ОПК-2 |

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

3. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета MOODUS MOODLE).

### 6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математический анализ» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

#### Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

##### АКР №1 «Пределы»

Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(x-7)(x-3)(x-4)}{5x^4 - x^2 + 11}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right)$
4.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{(x+2)}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1}{3x} + 7}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x$
7.  $\lim_{x \rightarrow 1-0} 3^{\frac{1}{x-1}}$

8. Исследовать на непрерывность

$$f(x) = \begin{cases} 5^{x-3} & \text{если } x < 0 \\ \dots & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

##### АКР №2 «Производная»

1. Найдите первую производную от функций:

- а)  $x = \sqrt{1 - 25t^2}$ ,  $y = \arccos 5t + \pi$
- б)  $y = x \cdot \cos 3x$
- в)  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1} - 5 \cdot \log_2 x + 3$
- г)  $y = 5^{x^3 + \sqrt{x}} - 2 \operatorname{arctg} (4x^2 + 3x)$

2. Составьте уравнения касательной к кривой  $xy = 4$  в точке  $x_0 = 1$ .

3. Вычислите приближенно  $y = \sqrt{x^2 + 8}$  при  $x = 1,09$ .

4. Вычислите предел по правилу Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{(e^{4x} - 1)^2}$ .

##### АКР №3 «Неопределенный интеграл»

. Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \int \frac{x^2+5x-\sqrt{x}+2}{x^2} dx, \quad \text{б) } \int \sin(3x+1) dx, \quad \text{в) } \int \sin x e^{\cos x} dx, \quad \text{г) } \int \frac{5x-2}{x^2+4x+5} dx, \\ \text{д) } & \int \frac{3x-4}{\sqrt{x^2-6x+13}} dx, \quad \text{е) } \int x \sin(2x) dx, \quad \text{ж) } \int x \arcsin x dx, \quad \text{з) } \int \frac{x-1}{x^3+1} dx, \quad \text{и) } \\ & \int \frac{x-3}{(x^2-4)^2} dx. \end{aligned}$$

**АКР №4 «ФНП: дифференцирование»**

1. Найти и построить область определения функции  $z = \frac{\ln(x^2 y)}{\sqrt{y-x}}$ .
2. Найти частные производные функции  $z = x \cdot \arctg \frac{y}{1+x^2}$ .
3. Найти производную сложной функции  $z = x^2 y - y^2 x$ , где  $x = u \cos v$ ;  $y = u \sin v$ .
4. Найти производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  неявной функции  $e^z - x^2 y \sin xyz = 0$ .
5. Найти экстремум функции двух переменных  $z = 4(x-y) - x^2 - y^2$ .

**АКР №5 «Обыкновенные дифференциальные уравнения»**

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примере г) решить задачу Коши):

$$\text{а) } \sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0, \quad \text{б) } 20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx, \quad \text{в) }$$

$$y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy},$$

$$\text{г) } \begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения (в примере г) решить задачу Коши):

а)  $y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5$  , б)  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$  ,

в)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x)$  ,

г) 
$$\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$$

**АКР №6 «Комплексные числа»**

1. Выполнить действия в алгебраической форме.

1).  $(5-3i) \cdot (2-7i)$  , 2).  $\frac{4-3i}{3+4i}$  , 3).  $\frac{(1-3i)^2}{7-i}$  , 4).  $\frac{4-9i}{3i}$  ,  
 5).  $\frac{(2+3i) \cdot i^{10}}{3-5i}$  .

2. Изобразить комплексные числа на плоскости и записать их в тригонометрической форме.

1).  $6i$  , 2).  $-7$  , 3).  $1-i$  , 4).  $-\sqrt{3}-i$  , 5).  $7+4i$  .

3. Найти  $z^{15}$  , если  $z = 1-i$  .

4. Найти все значения  $\sqrt[3]{-\sqrt{3}-i}$  и изобразить их на комплексной плоскости.

5. Решить уравнение  $z^2 + 6z + 25 = 0$  .

**Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):**

**ИДЗ №1 «Применение производной для исследования функций»**

1. Найдите промежутки монотонности и экстремумы функции  $y = \frac{3x}{x^2 + 9}$  .

2. Постройте график функции с помощью производной первого порядка  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 11$  .

3. Найдите промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции  $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$  .

4. Найдите асимптоты и постройте схематично график функции  $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$  .

5. Проведите полное исследование функции и постройте график  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$  .

6. Проведите полное исследование функции и постройте график

$y = \frac{\ln x}{x}$  .

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15$  на отрезке  $[\frac{1}{2}; 2]$  .

**ИДЗ №2 «Неопределенный интеграл»**

Вычислить неопределенные интегралы



$$1. \int \left( \frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt[3]{x}}{5} + 1 \right) dx$$

$$2. \int \left( \frac{2}{3+x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x^2-3}} \right) dx$$

$$3. \int \left( \frac{3}{\sqrt{2-7x}} - \frac{4}{\sin\left(\frac{2x}{5}-1\right)} \right) dx$$

$$4. \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 6}{\sin^2 x} dx$$

$$5. \int x(3x^2+1)^4 dx$$

$$6. \int \frac{2x-1}{x^2+2x+10} dx$$

$$7. \int \sqrt{1-e^x} e^x dx$$

$$8. \int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx,$$

$$9. \int x e^{-3} dx,$$

$$10. \int \frac{dx}{x(x^2+1)},$$

$$11. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}},$$

$$12. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x},$$

$$13. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-1}}.$$

### ИДЗ №3 «Определенный интеграл и его приложения»

$$1. \int_1^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx. \quad 2. \int_2^{\pi} \ln \sin x dx$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$1) 3x - y = 4, \quad y^2 = 6x$$

$$2) r = \cos 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$3) \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t; \end{cases} \quad y = 3(y \geq 3).$$

3. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$1) y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

$$2) \rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$3) \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ x = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры,

ограниченной графиками функций  $x = 3 - y^2$ ,  $x = y^2 + 1$

### ИДЗ №4 «Кратные интегралы»

1. Вычислить повторный интеграл  $\int_{-2}^2 dy \int_0^{y^2} (2x+y) dx$ .

2. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле:  $\int_1^4 dy \int_{\frac{1}{y}}^{\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}} f(x;y) dx$ .

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ , где D – область, ограниченная линиями

$$y = \frac{1}{x}, y = x, x = 4.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями  $r = 1, r = 2 \cos \phi$  (вне окружности

$$r = 1).$$

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{6}{x}$  и  $x + y - 7 = 0$ .

6. Вычислить тройной интеграл  $\int_R (x^2 + 3y^2) dx dy dz$ ;  $R: 0 \leq z \leq 3x, x + y \leq 1, y \geq 0$  по фигуре R, ограниченной поверхностями.

7. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$z = 8 - x - y, x = 0, y = x^2, y = 4, z = 0.$$

8. Найти статические моменты относительно координатных осей пластинки, ограниченной параболой  $y = x^2 (y \geq 0)$ , прямой  $x = 9$ , если плотность распределения массы в каждой точке равна ординате этой точки.

9. Найдите моменты инерции  $I_x, I_y, I_0$  однородной пластинки ( $\delta = 1$ ), ограниченной осями координат и прямой  $y = 2 - 0,5x$ .

### ИДЗ №5 «Числовые ряды»

1. Доказать сходимость и найти сумму ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$ .

2. Исследовать на сходимость ряды:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n \sqrt{n}}{n \sqrt{n}}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^{2n}$ ,

$$д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)\sqrt{\ln(n+5)}} .$$

3. Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}} , б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln(n+1)} , в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n+1)}{3n+2} .$$

4. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n(2n+1)}$  с точностью до 0.001.

**ИДЗ №6 «Функциональные ряды»**

1. Найти область сходимости степенного ряда:

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n (x+1)^n}{3n+2} , б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-3)^{2n}}{\sqrt{2n+1}} , в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^{2n+1}}{n^2} .$$

2. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням  $x$  :

$$а) (3+e^{-x})^2 , б) 7/(12+x-x)^2 , в) \ln(1-x-20x^2) .$$

3. Вычислить интеграл с точностью до 0.001:

$$а) \int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}} , б) \int_0^{0.2} \sin(25x^2) dx .$$

4. Найти приближённо решение задачи Коши в виде отрезка ряда Тейлора по степеням

$$x \text{ с четырьмя ненулевыми коэффициентами: } \begin{cases} y'' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases} .$$

5. Разложить в ряд Фурье функцию, периодическую с периодом  $2\pi$  , заданную на

отрезке  $[-\pi, \pi]$  формулой  $f(x) = \begin{cases} x+\pi, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases} .$

**Примерные варианты расчетно-графических работ (РГР):**

**РГР №1 «Предел. Непрерывность»**

1. Найдите пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x^2 + 2x - 1)}{x - 1}, \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 2)}{x^2 - 5x + 6}, \quad 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{5 - x}}{3 - \sqrt{8 + x}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2} \cdot \ln(1 + 4x)}{x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{6}}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow 4} \left[ \frac{3}{x - 4} - \frac{1}{x^2 - 16} \right]; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x - 1}{5x + 6} \right)^{8 + 15x}.$$

2. Исследуйте функцию на непрерывность, выясните характер точек разрыва, сделайте чертеж графика функции

$$-\frac{1}{x-1}, \quad x < 1,$$

$$(x-1)^2, \quad 1 \leq x \leq 3,$$

$$4, \quad x > 3.$$

$$1) f(x) = 8^{\frac{1}{x+5}}, \quad 2) f(x) = \begin{matrix} \zeta \\ \zeta \zeta \zeta \zeta \zeta \\ \zeta \end{matrix}$$

### РГР №2 «Производная. Вычисление»

1. Найти производные и дифференциалы первого порядка

$$1) y = \frac{7 \cos x}{5x + 1},$$

$$2) y = (2 + 5x)^4 - 3 \cos 7x,$$

$$3) y = \frac{7}{3} - 4x \cdot \arcsin x,$$

$$4) y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}.$$

2. Найти производную функции, заданной неявно

$$e^y - 5xe^x - 2xy + 11 = 0.$$

3. Найти производную функции, заданной параметрически

$$x = 3 \cos t - 5,$$

$$y = 4t^3 + 5.$$

$$\begin{matrix} \zeta \\ \zeta \zeta \zeta \\ \zeta \end{matrix}$$

4. Найти производные первого порядка функции

$$y = x^2 e^{2x}.$$

### РГР №3 «Производная высших порядков. Приложения производной»

1. Найдите  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  функций: а)  $\begin{matrix} x=3t-t^3, \\ y=3t^2; \end{matrix}$  б)  $y=5^{\sqrt{x}}$ .
2. а) Напишите уравнение касательной к параболе  $y=x^2-4x+2$  в точке с абсциссой  $x_0=0$ . Постройте график и касательную.

б) Напишите уравнение касательной к кривой  $x^2+y^2-4x+2y-164=0$  в ее точке с координатами (7; 11). Постройте кривую и ее касательную.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке

$$f(x)=2x^3-6x^2-18x+7 \quad x \in [-2; 2]$$

4. Исследуйте функцию  $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2$  на экстремум и постройте ее схематический график.

5. Проведите полное исследование и постройте график функции  $y=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ .

6. Вычислите пределы, используя правило Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3-8x^2+13x-10}{x^3-2x^2+3x-6}$  ;

б)  $\lim_{x \rightarrow +0} x \cdot \ln(e^x-1)$  .

7. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением

$s=\frac{1}{3}t^3+2t^2-3$ , где  $s$  — путь в м, а  $t$  — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени  $t=4$  с .

**РГР №4 «Частные производные»**

1. Найти область определения функции  $z=\frac{\ln(1-x^2-y^2)}{1-\sqrt{y}}$ .

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

А)  $z=x^{\frac{1}{y}}$  (1;1)      Б)  $z=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{y})$  (1;1) .



3. Найти  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , если  $u = xy + \sin(x+y)$ .

4. Вычислить приближенно  $\sqrt{5 \cdot e^{0,02} + 2,03^2}$ .

**РГР №5 «Экстремум ФНП»**

1. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 2$ .

2. Найти производную функции  $z = \frac{\ln x}{y} - \frac{\ln y}{x}$  в направлении вектора (1;1).

3. При каких  $k > 0$  градиент функции  $z = (2x + ky)^2$  перпендикулярен прямой  $x + y = 2$ . ?

4. Найти экстремальное значение функции  $z = 2x + y - y^2 - x^2$  при условии  $x + 2y = 1$ .

5. Найти наибольшее значение функции:

А)  $z = x - 2y + 5$   $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1; \end{cases}$  Б)  $z = \ln(x^2 + y^2)$   $\begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$

**РГР №6 «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка»**

Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примерах г), д) решить задачу Коши):

1)  $\sqrt{4 - x^2} y' + xy^2 + x = 0$ , 2)  $20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx$ , 3)

$y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}$ ,

4)  $\begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}$ , 5)  $\begin{cases} x y' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$ , 6)  $\frac{y}{x^2} dx - \frac{xy + 1}{x} dy = 0$ .

**РГР №7 «ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами. Системы ДУ»**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1)  $y''' - x \ln x = y''$ , 2)  $(1 + x^2) y'' + 2x y' = 12x^2$ .

2. Найти решение задачи Коши:  $\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}$ .

3. Найти общее решение дифференциального уравнения (в примере д) решить задачу Коши):

1)  $y'' - 2y' + y = xe^x$ , 2)  $y'' + 4y' + 5y = x^2$

- 3)  $y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5$  , 4)  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x+6)e^x$  ,  
 5)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x)$  , 6)  $y''' - 64\{y' = 128\cos 8x - 64e^{8x}i\}$  ,  
 7)  $\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$  .

4. Решите систему ДУ первого порядка двумя способами - подстановки и методом Эйлера

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t \\ x' = y - 6x + e^{-2t} \end{cases}$$

**РГР №8 «ФКП»**

1. Найти все комплексные числа, удовлетворяющие заданным условиям  $z^2 - z^3 = \bar{z}^2$ .  
 . Найденные числа записать в тригонометрической и показательной формах.
2. Вычислить значения функций:  $\cos i, \ln(3+4i), e^{1-i\frac{\pi}{2}}$  ,  $\arcsin i$  .
3. Найти корни уравнения  $\sin z = 3i$  и изобразить их на комплексной плоскости.
4. Найти образ линии  $l$  при отображении  $w = \frac{z}{z-i}$  .

## 7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Структурный элемент компетенции  | Планируемые результаты обучения  | Оценочные средства  |
|--|--|---|
| <p><b>ОПК-2 – способность корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники</b></p> |  |   |
| <p>Знать</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные положения теории пределов функции;</li> <li>- основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных,</li> <li>- основные понятия теории функций комплексной переменной;</li> <li>- основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений</li> <li>- основные понятия теории числовых и функциональных рядов</li> </ul> | <p><b>Теоретические вопросы для экзамена</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Функция. Способы задания. Область определения. Основные элементарные функции, их свойства, графики.</li> <li>2. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы.</li> <li>3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними. Свойства бесконечно малых функций.</li> <li>4. Теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей.</li> <li>5. Замечательные пределы.</li> <li>6. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и основные теоремы о них. Применение к вычислению пределов.</li> <li>7. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.</li> <li>8. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций непрерывных на отрезке.</li> <li>9. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.</li> <li>10. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке.</li> <li>11. Производная суммы, разности, произведения, частного функций. Производная сложной и обратной функций.</li> <li>12. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.</li> <li>13. Производные высших порядков.</li> </ol> |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства  |
|---------------------------------|---------------------------------|---|
|                                 |                                 | <p>14. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах.</p> <p>15. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.</p> <p>16. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа и Коши.</p> <p>17. Правило Лопиталья.</p> <p>18. Условия монотонности функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия экстремума функции.</p> <p>19. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <p>20. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.</p> <p>21. Асимптоты графика функции.</p> <p>22. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.</p> <p>23. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям.</p> <p>24. Интегрирование рациональных функций.</p> <p>25. Интегрирование тригонометрических функций.</p> <p>26. Интегрирование иррациональных функций.</p> <p>27. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его свойства.</p> <p>28. Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.</p> <p>29. Вычисление определенного интеграла (замена переменной, интегрирование по частям). Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.</p> <p>30. Несобственные интегралы.</p> <p>31. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.</p> <p>32. Область определения ФНП. Предел, непрерывность. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p> <p>33. Частные производные первого порядка, их геометрическое истолкование.</p> <p>34. Частные производные высших порядков.</p> <p>35. Дифференцируемость и полный дифференциал функции.</p> <p>36. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы</p> |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства   |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
|                                 |                                 | <p>высших порядков.</p> <p>37. Производная сложной функции. Полная производная.</p> <p>38. Инвариантность формы полного дифференциала.</p> <p>39. Дифференцирование неявной функции.</p> <p>40. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>41. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.</p> <p>42. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.</p> <p>43. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.</p> <p><b>Экзамен во 2 семестре</b></p> <p>44. Двойной интеграл: основные понятия и определения.</p> <p>45. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.</p> <p>46. Основные свойства двойного интеграла.</p> <p>47. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.</p> <p>48. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.</p> <p>49. Приложения двойного интеграла.</p> <p>50. Тройной интеграл: основные понятия, свойства.</p> <p>51. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.</p> <p>52. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.</p> <p>53. Геометрический и физический смысл, приложения тройного интеграла.</p> <p>54. Дифференциальные уравнения: основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.</p> <p>55. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.</p> <p>56. Уравнения с разделяющимися переменными.</p> <p>57. Однородные дифференциальные уравнения 1 порядка.</p> <p>58. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.</p> <p>59. Уравнение в полных дифференциалах.</p> <p>60. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.</p> |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства  |
|---------------------------------|---------------------------------|---|
|                                 |                                 | <p>61. Уравнения, допускающие понижение порядка.</p> <p>62. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2, n-го порядков.</p> <p>63. Интегрирование ЛОДУ с постоянными коэффициентами.</p> <p>64. Линейные неоднородные ДУ. Структура общего решения ЛНДУ.</p> <p>65. Метод вариации произвольных постоянных.</p> <p>66. Интегрирование ЛНДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p> <p>67. Системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Метод исключения для решения нормальных систем дифференциальных уравнений.</p> <p>68. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства рядов.</p> <p>69. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.</p> <p>70. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Признаки сравнения. Признак Даламбера.</p> <p>71. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши.</p> <p>72. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда.</p> <p>73. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.</p> <p>74. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды.</p> <p>75. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.</p> <p>76. Тригонометрические ряды. Определение коэффициентов тригонометрического ряда. Условие разложимости функций в ряд Фурье.</p> <p>77. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряды Фурье для функции произвольного периода. Разложение в ряд Фурье непериодических функций.</p> <p>78. Комплексные числа. Операции над комплексными числами.</p> |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения   | Оценочные средства   |
|---------------------------------|---|--|
|                                 |   | 79. Функции комплексной переменной.<br>80. Производная ФКП<br>81. Интеграл от ФКП<br>82. Степенные ряды с комплексными членами.<br>83. Ряд Тейлора<br>84. Ряд Лорана. Изолированные особые точки.<br>85. Элементы теории вычетов<br><b>Зачет в 3 семестре</b>  |
| Уметь                           | - решать задачи по изучаемым теоретически разделам;<br><br>- обсуждать способы эффективного решения дифференциальных уравнений и их систем; определять эффективность решения задачи, полученного с помощью численных методов; распознавать эффективные результаты обработки экспериментальных данных от неэффективных | <b>Примерные практические задания для экзамена и зачета:</b><br><br>1. Вычислите пределы:<br>$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \arcsin 2x}{\cos x - \cos^3 x}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$ 2. Найдите $\frac{dy}{dx}$ для функций: а) $y=e^{4x-x^2}$ . б) $y=\ln(\sin 2t)$ , $x=ctg 2t$ .<br>3. Вычислить: а) $\sqrt[3]{-\sqrt{3}+i}$ , б) $(1-i)^{28}$ .<br>4. Найти неопределённый интеграл: а) $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$ , б) $\int \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2} dx$ , в) $\int (2x+5) \cdot e^x dx$ .<br>5. Вычислить определенный интеграл $\int_2^{\sqrt{20}} \frac{xdx}{\sqrt{x^2+5}}$ . |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства   |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
|                                 |                                 | <p>6. Вычислить определенный интеграл <math>\int_0^1 4x \cdot \arcsin x dx</math>.</p> <p>7. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: <math>x=4, y^2=4x</math>.</p> <p>8. Изменить порядок интегрирования <math>\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx</math>.</p> <p>9. Вычислить <math>\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}</math>, <math>D: x \in [0, 1], y \in [0, \sqrt{1-x^2}]</math>.</p> <p>10. Найти и построить область определения функции <math>u = \sqrt{9-x^2-y^2} + (x-y)^3</math>.</p> <p>11. Найти полный дифференциал функции: <math>z = x^3 \ln y - \sin 2xy</math>.</p> <p>12. Найти частные производные первого порядка функции:<br/> <math>z = 5x^2 y^3 + \ln(x+4y)</math>.</p> <p>13. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности <math>z = \sqrt{x^2 + y^2}</math> в точке (3, 4, 5).</p> <p>14. Исследовать на экстремум функцию <math>z = x^2 - 2xy + 4y^3</math></p> |



| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения  | Оценочные средства  |
|---------------------------------|--|---|
|                                 |  | <p>15. Решите задачу Коши: <math>y \cos^2 x \, dy = (y^2 + 1) \, dx</math>, <math>y(0) = 0</math>.</p> <p>16. Найдите общее решение дифференциального уравнения <math>y'' + y' = e^{2x}</math>.</p> <p>17. Решить однородную систему дифференциальных уравнений:</p> $\begin{cases} x' = 6x - y, \\ y' = x + 4y. \end{cases}$ <p>18. Исследовать на сходимость ряд:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$ <p>19. Разложить в ряд Фурье функцию, периодическую с периодом <math>4</math>, заданную на отрезке <math>[-2, 2]</math> формулой <math>f(x) = \begin{cases} x^2, &amp; -2 \leq x \leq 0 \\ x, &amp; 0 \leq x \leq 2 \end{cases}</math>.</p> <p>20. Вычислить: <math>\arcsin i</math>.</p> |
| Владеть                         | <p>- практическими навыками использования математических понятий и методов (изучаемых разделов математики) при решении прикладных задач;</p> <p>- способами оценивания значимости и практической пригодности полученных результатов;</p> | <p><b>Примерные прикладные задачи и задания</b></p> <p><b>Задача 1.</b> Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением <math>s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3</math>, где <math>s</math> — путь в м, а <math>t</math> — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени <math>t = 4</math> с.</p> <p><b>Задание 2.</b> Составьте алгоритм решения линейного однородного дифференциального</p>  |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения   | Оценочные средства  |
|---------------------------------|---|---|
|                                 | <p>-навыками построения и решения математических моделей прикладных задач</p> | <p>уравнения с постоянными коэффициентами.</p> <p><b>Задача 3.</b> К графику функции <math>f(x) = 3 - x^2</math> в его точке с абсциссой <math>x_0 = 1</math> проведена касательная. Найти площадь треугольника, образованного касательной и отрезками, отсекаемыми ею на осях координат.</p> <p><b>Задача 4.</b> Найти центр масс однородного тела <math>(\gamma = 1)</math>, ограниченного поверхностями <math>y^2 + z^2 = 4x</math>.</p> <p><b>Задача 5.</b> Найти наибольшее и наименьшее значения функции <math>z = 5x^2 + 8y - 2x + 1</math> в замкнутой области <math>D</math>, ограниченной линиями <math>x = 4, y^2 = 4x</math>.</p> <p><b>Задание 6.</b> Подумайте, с помощью средств какого раздела математики можно решить следующую задачу.</p> <p>«Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 6 до 18 часов с постоянной скоростью уборки снега 400 (м<sup>3</sup>/ч). Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением <math>\frac{dS}{dt} = 120t - 5t^2</math>, где <math>S(t)</math> – объем снега (в м<sup>3</sup>), выпавшего за время <math>t</math> (в часах), <math>0 \leq t \leq 24</math>. В момент времени <math>t = 0</math> на улицах города лежит 1000 м<sup>3</sup> снега. Установите соответствие между временем <math>t</math> и объемом снега, лежащего на улицах города <math>S(t)</math>.»</p> |

| Структурный элемент компетенции | Планируемые результаты обучения | Оценочные средства                                       |
|---------------------------------|---------------------------------|--|
|                                 |                                 | Составьте математическую модель этой задачи и решите её. |

## **б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математический анализ» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена (2 семестр) и в форме зачета (3 семестр).

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и два практических задания.

### **Показатели и критерии оценивания экзамена:**

- на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.

### **Показатели и критерии оценивания зачета:**

- **«зачтено»** - обучающийся показывает сформированность компетенции ОПК-2 по разделам 3-го семестра, т.е. показывает соответствующие знания (по крайней мере, на уровне воспроизведения и объяснения информации) и интеллектуальные навыки решения предложенных в таблице п.7а) задач;
- **«не зачтено»** - результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Никитин, А. А. Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 460 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00464-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-uglublennyy-kurs-450313> .

2. Никитин, А. А. Математический анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 353 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8585-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-sbornik-zadach-450261> .

### **б) Дополнительная литература:**

1. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-sbornik-zadaniy-454528> .

2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-v-2-ch-chast-1-v-2-kn-kniga-1-452409> .

3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/matematicheskiy-analiz-v-2-ch-chast-1-v-2-kn-kniga-2-452410> .

### **в) Методические указания:**

1. Акманова, З.С. Неопределенный интеграл: Тетрадь-конспект – МГТУ, 2008. – 23 с.

2. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. – 19 с.

3. Горячева, Н.А. Теория функций комплексного переменного: Методические указания и варианты индивидуальных заданий для студентов всех специальностей— Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 28 с.

4. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методические указания для

студентов – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 12 с.

5. Изосов А.В. Гармонический анализ: Методические указания и варианты заданий для самостоятельной работы и контроля знаний студентов. – МГТУ, 2009. – 24 с.

6. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.

7. Маяченко Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 20 с.

#### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

##### Программное обеспечение

| Наименование ПО                        | № договора                   | Срок действия лицензии |
|--|------------------------------|------------------------|
| MS Windows 7 Professional(для классов) | Д-1227-18 от 08.10.2018      | 11.10.2021             |
| FAR Manager                            | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| 7Zip                                   | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| MS Office 2007 Professional            | № 135 от 17.09.2007          | бессрочно              |
| Браузер Mozilla Firefox                | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| Браузер Yandex                         | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |

##### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| Название курса   | Ссылка   |
|--|--|
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a> |
| Поисковая система Академия Google (Google Scholar)   | URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>                     |
| Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам                           | URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>                               |

#### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий