



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИИиС
И.Ю. Мезин

04.03.2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Большие и открытые данные

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
очная

| | |
|---------------------|--|
| Институт/ факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра | Прикладной математики и информатики |
| Курс | 4 |
| Семестр | 8 |

Магнитогорск
2021 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

09.02.2021, протокол № 8

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

04.03.2021 г. протокол № 7

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук  С.В. Акманова

Рецензент:

доцент кафедры ВТиП, канд. пед. наук  А.С. Файнштейн

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины «Теория массового обслуживания» является изучение основных понятий и методов исследования теории массового обслуживания (марковской и современной), построение математических моделей реальных систем в виде систем массового обслуживания (СМО), нахождение и интерпретация основных вероятностно-временных характеристик СМО.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Теория массового обслуживания входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математическое моделирование

Практикум на ЭВМ

Информатика

Математический анализ

Теория языков программирования

Алгебра и геометрия

Дискретная математика

Теория вероятностей и математическая статистика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Производственная – преддипломная практика

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теория массового обслуживания» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции |
|----------------|--|
| ОПК-2 | Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач |
| ОПК-2.1 | Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач |
| ОПК-2.2 | Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений прикладных задач |
| ОПК-2.3 | Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач |

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 45,2 акад. часов;
- аудиторная – 44 акад. часов;
- внеаудиторная – 1,2 акад. часов;
- самостоятельная работа – 98,8 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет с оценкой

| Раздел/ тема дисциплины | Семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) | | | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельно й работы | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенци и |
|---|---------|--|-----------|--------------|---------------------------------|---|---|---------------------------|
| | | Лек . | лаб. зан. | практ . зан. | | | | |
| Раздел 1. Введение в теорию массового обслуживания | | | | | | | | |
| 1.1 История зарождения и развития теории систем массового обслуживания. Предмет, методы и задачи теории массового обслуживания. Классификация и структура систем массового обслуживания | 8 | 2 | 2/2И | | 5 | Самостоятельно е изучение учебной и научной литературы | Проверочная работа, устный опрос, обсуждение | ОПК-2.2, ОПК-2.1, ОПК-2.3 |
| 1.2 Математические факты, используемые в теории массового обслуживания: определение вероятности и основные соотношения, биномиальная формула, функция распределения, числовые характеристики случайных величин, дельта-функция, характеристическая функция, производящая функция, закон больших чисел | | 4 | 3/3И | | 12 | Подготовка к лабораторному занятию | Тестирование Лабораторная работа | ОПК-2.2, ОПК-2.3, ОПК-2.1 |
| Итого по разделу | | 6 | 5/5И | | 17 | | | |
| Раздел 2. Математические методы и модели, применяемые в теории массового обслуживания | | | | | | | | |
| 2.1 Марковские процессы.Потоки событий: пуассоновский поток, стационарные потоки Пальма, потоки с последствием | 8 | 3 | 3/3И | | 12 | Подготовка к лабораторному занятию.Поиск дополнительной информации по заданной теме | Лабораторная работа | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |

| | | | | | | | | |
|---|---|----|--------|--|------|---|---|---------------------------------|
| 2.2 Граф состояний. Уравнение Колмогорова | | 2 | 3/3И | | 12 | Самостоятельное изучение учебной и научной литературы. Подготовка к лабораторному занятию | Проверочная работа. Лабораторная работа | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| Итого по разделу | | 5 | 6/6И | | 24 | | | |
| Раздел 3. Модели систем массового обслуживания | | | | | | | | |
| 3.1 Экономико-математическая постановка задач массового обслуживания. Одноканальные системы массового обслуживания: с отказом, с ограничением на длину очереди, без ограничений | 8 | 4 | 3/3И | | 12 | Поиск дополнительной информации по заданной теме. Подготовка к лабораторному занятию | Устный опрос, обсуждение. Лабораторная работа | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| 3.2 Многоканальные системы массового обслуживания: с отказом, с ограничением на длину очереди, без ограничений | | 2 | 2/2И | | 9 | Самостоятельное изучение учебной и научной литературы | Лабораторная работа | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| Итого по разделу | | 6 | 5/5И | | 21 | | | |
| Раздел 4. Анализ систем массового обслуживания | | | | | | | | |
| 4.1 Статистический метод оценивания характеристик систем массового обслуживания | 8 | 2 | 2/2И | | 16 | Самостоятельное изучение учебной и научной литературы | Лабораторная работа | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| 4.2 Анализ систем массового обслуживания в коммерческой и финансовой деятельности | | 3 | 4/4И | | 15 | Поиск дополнительной информации по заданной теме | Проверка конспектов, устный опрос, обсуждение. Лабораторная работа | ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3 |
| Итого по разделу | | 5 | 6/6И | | 36,8 | | | |
| Итого за семестр | | 22 | 22/22И | | 93 | | зао | |
| Итого по дисциплине | | 22 | 22/22И | | 98,8 | | зачет с оценкой | |

5 Образовательные технологии

5.1. С целью успешного усвоения дисциплины «Теория массового обслуживания» и формирования требуемых компетенций предполагается применение различных образовательных технологий (личностно-ориентированные и развивающие), которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе: дифференцированный подход, проблемное обучение, эвристическое обучение, использование системы «Интернет-тренажеры» в сфере образования» и др. Интернет-тренажеры могут быть полезны для самообучения, самоконтроля студентов при подготовке их к промежуточным и итоговым аттестациям и позволяют применять дистанционные технологии обучения.

5.2. Основными формами занятий являются лекции, лабораторные занятия, контрольно-оценочные занятия, консультации. Лекции строятся на основе сочетания информационной и проблемной составляющих, а также элементов беседы и визуализации.

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- обсуждение задач, приводящих к тем или иным математическим понятиям;
- изложение теоретического материала в режиме диалога с целью развития критического мышления студентов и привития им исследовательских умений;
- обсуждение и систематизация теоретических вопросов темы с целью лучшего понимания их взаимосвязи и практического применения.

Лабораторные занятия по данной дисциплине направлены на привитие прочных навыков решения задач по каждой теме и сочетают применение методов обучения в сотрудничестве, дифференцированный подход, классические контрольные и тестовые технологии. При этом предполагается проведение некоторых таких занятий в интерактивной форме (деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций).

Выбирая ту или иную технологию работы со студентами, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать :

- а) цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология;
- б) содержание материала, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью;
- в) условия, в которых она будет использоваться;
- г) направленность её на самообразование и медиаобразование студентов.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Рыков, В. В. Основы теории массового обслуживания (Основной курс: марковские модели, методы марковизации) : учеб. пособие / В.В. Рыков, Д.В. Козырев. — Москва : ИНФРАМ, 2019. — 223 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010945-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1018908> (дата обращения: 21.09.2020). – Режим доступа: по подписке.

2. Соколов, Г. А. Основы теории массового обслуживания для экономистов :

учебник / Г.А. Соколов. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 128 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — www.dx.doi.org/10.12737/7367. - ISBN 978-5-16-010055-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1014752> (дата обращения: 23.09.2020). – Режим доступа: по подписке.

б) Дополнительная литература:

1. Карташевский, В. Г. Основы теории массового обслуживания: Учебник для вузов / В.Г. Карташевский. - Москва : Гор. линия-Телеком, 2013. - 130 с.: ил.; . ISBN 978-5-9912-0346-3, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/430028> (дата обращения: 21.09.2020). – Режим доступа: по подписке.

2. Литвиненкова, З. Н. Теория массового обслуживания : учебное пособие / З. Н. Литвиненкова, Е. А. Осюк. — Санкт-Петербург : СПбГУ ГА, 2017. — 97 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/145786> (дата обращения: 23.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Павский, В. А. Теория массового обслуживания (элементы теории и приложения) : учебное пособие / В. А. Павский. — 2-е изд. — Кемерово : КемГУ, 2017. — 134 с. — ISBN 979-5-89289-141-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/102669> (дата обращения: 23.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Доброхотов, Ю. Н. Основы теории массового обслуживания : учебно-методическое пособие / Ю. Н. Доброхотов ; составитель Ю. Н. Доброхотов. — Чебоксары : ЧГСХА, 2018. — 82 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/139062> (дата обращения: 23.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Козлов, В. Г. Теория массового обслуживания : учебное пособие / В. Г. Козлов. — Москва : ТУСУР, 2012. — 57 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/10921> (дата обращения: 23.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Смагин, Б. И. Основы теории массового обслуживания : учебно-методическое пособие / Б. И. Смагин. — Воронеж : Мичуринский ГАУ, 2007. — 32 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/47271> (дата обращения: 23.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Чамеев, В. В. Аналитические методы исследования технологических процессов лесопромышленного производства с применением теории массового обслуживания : учебное пособие / В. В. Чамеев, В. В. Побединский, А. В. Солдатов. — Екатеринбург : УГЛТУ, 2018. — 120 с. — ISBN 978-5-94984-655-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/142536> (дата обращения: 23.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

| Наименование ПО | № договора | Срок действия лицензии |
|--|---------------------------|------------------------|
| MS Windows 7 Professional(для классов) | Д-1227-18 от 08.10.2018 | 11.10.2021 |
| 7Zip | свободно распространяемое | бессрочно |
| FAR Manager | свободно распространяемое | бессрочно |
| MS Office 2007 Professional | № 135 от 17.09.2007 | бессрочно |

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| Название курса | Ссылка |
|---|---|
| Архив научных журналов «Национальный электронно-информационный конкорциум» (НП НЭИКОН) | https://archive.neicon.ru/xmlui/ |
| Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных | http://scopus.com |
| Международная наукометрическая реферативная и полнотекстовая база данных научных изданий «Web of science» | http://webofscience.com |
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова | http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp |
| Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам | URL: http://window.edu.ru/ |
| Поисковая система Академия Google (Google Scholar) | URL: https://scholar.google.ru/ |
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования | URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp |

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- 1) Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа. Оснащение: мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации;
- 2) Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Оснащение: доска, мультимедийный проектор, экран. Комплекс тестовых заданий для проведения промежуточных и рубежных контролей;
- 3) Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение: шкафы для хранения учебно-методической документации, учебно-наглядных пособий и учебного оборудования;
- 4) Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение: персональные компьютеры с пакетом MS Office и выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Приложение 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Теория массового обслуживания» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает выполнение проверочных и лабораторных работ по изучаемым вопросам дисциплины.

Примерные аудиторные проверочные и лабораторные работы (ПР, АЛР).

ПР№1 «Введение в теорию массового обслуживания»

Задача 1. Результаты регистрации входного потока посетителей магазина в течение дня и значения его характеристик представлены в таблице 1. Дайте подробную характеристику представленного в таблице потока. Рассчитайте итоговые значения λ_{max} и λ_{min} . Найдите среднее значение интенсивности потока посетителей в течение дня. Можно ли вычислить интенсивность потока посетителей для каждого часа работы магазина? Ответ на вопрос обоснуйте.

Таблица 1

Интенсивность потока покупателей

| Интервал времени, ч | Максим. кол-во покупателей, чел. | Максим. интенсивность потока λ_{max} , мин. | Миним. кол-во покупателей, чел. | Миним. интенсивность потока λ_{min} , мин. | Среднее кол-во покупателей, чел. |
|---------------------|----------------------------------|---|---------------------------------|--|----------------------------------|
| 8-9 | 300 | 5 | 200 | 3,3 | 250 |
| 9-10 | 500 | 8,3 | 400 | 6,6 | 450 |
| 10-11 | 800 | 13,3 | 500 | 8,3 | 650 |
| 11-12 | 1000 | 16,6 | 300 | 5 | 650 |
| 12-13 | 700 | 11,6 | 300 | 5 | 500 |
| 13-14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14-15 | 900 | 15 | 200 | 3,3 | 550 |
| 15-16 | 800 | 13,3 | 300 | 5 | 550 |
| 16-17 | 700 | 11,6 | 100 | 1,6 | 400 |
| 17-18 | 800 | 13,3 | 300 | 5 | 550 |
| 18-19 | 500 | 8,3 | 100 | 1,6 | 300 |
| 19-20 | 400 | 6,6 | 300 | 5 | 350 |
| Итого | 7400 | $\lambda_{max} =$ | 3000 | $\lambda_{min} =$ | 5200 |

Задача 2. Результаты наблюдения за работой консультантов специализированного магазина аудио- и видеотехники по времени обслуживания покупателей приведены в таблице 2. Определите среднее время и интенсивность обслуживания покупателей.

Таблица 2

Интервалы и частота обслуживания покупателей

| Номер интервала | Интервал обслуживания, мин. | Частота |
|-----------------|-----------------------------|---------|
| 1 | 0-5 | 27 |
| 2 | 5-10 | 23 |

| | | |
|---|-------|----|
| 3 | 10-15 | 18 |
| 4 | 15-20 | 11 |
| 5 | 20-25 | 8 |
| 6 | 25-30 | 3 |

Задача 3. Результаты наблюдения за потоком клиентов в коммерческом банке и проведение регистрации их количества представлены в таблице 3. Определите интенсивность потока клиентов за час работы банка, а также среднее время обслуживания и интенсивность обслуживания клиентов в банке при заданном распределении времени обслуживания (таблица 4).

Таблица 3

Интенсивности потока клиентов коммерческого банка

| Дни Часы | Пн. | Вт. | Ср. | Чт. | Пт. | Сб. |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 9-10 | 13 | 18 | 15 | 19 | 13 | 29 |
| 10-11 | 13 | 18 | 15 | 19 | 13 | 29 |
| 11-12 | 19 | 32 | 23 | 21 | 26 | 58 |
| 12-13 | 31 | 38 | 38 | 24 | 48 | 69 |
| 13-14 | 39 | 44 | 46 | 52 | 53 | 102 |
| 14-15 | 47 | 57 | 59 | 39 | 71 | 117 |
| 15-16 | 51 | 58 | 63 | 40 | 89 | 128 |
| 16-17 | 76 | 69 | 71 | 49 | 97 | 97 |
| 17-18 | 89 | 83 | 86 | 67 | 103 | 84 |
| 18-19 | 96 | 97 | 98 | 71 | 128 | 76 |

Таблица 4

Интервалы и частота обслуживания покупателей

| Номер интервала | Интервал времени обслуживания, мин. | Частота |
|-----------------|--|---------|
| 1 | 0-5 | 29 |
| 2 | 5-10 | 48 |
| 3 | 10-15 | 26 |
| 4 | 15-20 | 9 |
| 5 | 20-25 | 5 |
| 6 | 25-30 | 3 |
| 7 | 30-35 | 2 |
| 8 | 35-40 | 1 |

АЛР №1 «Моделирование пуассоновского потока требований»

Цель работы: изучить свойства и характеристики пуассоновского (простейшего) потока. Сравнить теоретические и модельные значения полученных характеристик.

Порядок выполнения работы

1. Сгенерировать случайные равномерно распределённые числа $r_i(0,1)$.
2. Вычислить $\lambda = 10 \cdot m/N_n$ (треб/мин), где N_n – номер по журналу, m - номер группы.
3. По формуле $Z_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(r_i)$, где $i = 1, 2, \dots$, получите Z_i для промежутков между требованиями.
4. На промежутке $[T_1, T_2]$, $T_1 = N + 1$, $T_2 = N + 5$ мин., получить последовательность t_k моментов поступления требований, где $t_k = T_1 + \sum_{i=1}^k Z_i$ до тех пор, пока $t_k \leq T_2$.

Полученные результаты занести в таблицу 1.

Таблица 1

| r_i | Z_i | t_k |
|-------|-------|-------|
| r_1 | z_1 | t_1 |
| r_2 | z_2 | t_2 |
| ... | ... | ... |

5. Провести статистическую обработку полученных результатов, для этого разделить заданный интервал на 25 равных промежутков длиной

$$\tau = \frac{T_2 - T_1}{25} \text{ (МИН).}$$

Для каждого промежутка определить $x(\tau)$ - количество требований, попавших в промежуток длиной τ , занести в таблицу 2.

Таблица 2

| | | | | |
|-----------------|---|---|-----|----|
| Номер интервала | 1 | 2 | ... | 25 |
| $X_N(\tau)$ | | | ... | |

По таблице 2 определить параметры статистического распределения случайной величины и занести их в таблицу 3.

Таблица 3

| | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-----|---|
| $X_k(\tau)$ | 0 | 1 | 2 | ... | k |
| n_k | n_1 | n_2 | n_3 | ... | k |

$\sum n_k = N$, где n_k – количество интервалов, в которое попало k требований.

6. Определить модельное значение параметра потока: $a = \bar{x}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_k x_k(\tau) n_k$ – мат. ожидание числа требований в k -том интервале, откуда следует $a = \bar{\lambda} \tau \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{a}{\tau}$.

7. Для заданного (λ) и модельного значения ($\bar{\lambda}$) определить:

1. Вероятность отсутствия требования $P_0(t)$ за промежуток $t = T_2 - T_1$.
2. Вероятность поступления одного требования $P_1(t)$.
3. Вероятность поступления четырёх требований $P_4(t)$.
4. Вероятность поступления не менее пяти требований $P_{\geq 5}(t) = 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4)$.
5. Вероятность поступления менее трёх требований $P_{< 3}(t) = P_0 + P_1 + P_2$.
6. Вероятность поступления не более семи требований $P_{\leq 7}(t) = P_0 + \dots + P_7$.
7. Вероятность, что промежуток между требованиями z_k
 $P\{0,1 < z_k < 0,5\} = F(0,5) - F(0,1)$.

Сделать выводы.

АЛР №2 « Суммирование случайных процессов»

Цель работы: исследовать сумму двух простейших потоков и определить характеристики результирующего потока.

Порядок выполнения работы

Используя методику 1-6 АЛР №2 промоделировать два простейших потока с $\lambda = 9 \frac{m}{N_n}$ и $\lambda = 13 \frac{m}{N_n}$, где N_n – номер по журналу, m - номер группы. Полученные данные занести в таблицу 1.

Таблица 1

| № интервала | I | ... | N |
|-------------|---|-----|---|
| $x_1(\tau)$ | | | |
| $x_2(\tau)$ | | | |
| x_1+x_2 | | | |

2. Получить суммарный поток, складывая $x(\tau)$ соответствующих интервалов. Построить графики $x_1(n)$, $x_2(n)$, $x(n)$, где n - номер интервала, x_1 , x_2 , x - количество вызовов, попавших в интервал для I, II и суммарного потока соответственно.

3. Используя методику п. 3.7 л. р. №1 получить $\lambda_{\text{сум}}$ модельное для суммарного потока $x(n)$.

4. Сравнить полученное значение $\lambda_{\text{сум}}$ и $\lambda_1 + \lambda_2$.

5. Рассчитать оценки дисперсии и математического ожидания случайной величины $x(\tau)$ - количество вызовов суммарного потока, попавших в интервал τ .

Сделать выводы.

ПР№2 «Граф состояний. Уравнение Колмогорова»

Задание 1. По заданной матрице переходных вероятностей постройте размеченный граф состояний. Определите вероятность задержки системы в состоянии S_3 и S_1 .

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,3 |
| 0 | 0,5 | 0,1 | 0,4 |
| 0,1 | 0,5 | 0,3 | 0,1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

Задание 2. Работу кассового аппарата в узле расчёта магазина можно описать следующими состояниями: S_0 –устройство полностью исправно, S_1 - имеются незначительные неисправности, позволяющие работать,

S_2 - устройство сломано, требуется ремонт, S_3 - устройство списано, ремонту не подлежит. Переходные вероятности из одного состояния в другое следующие: $P_{01} = 0,3$, $P_{02} = 0,2$, $P_{03} = 0,4$, $P_{10} = 0,1$, $P_{12} = 0,3$, $P_{13} = 0,2$, $P_{20} = 0,3$, $P_{23} = 0,4$. Найдите вероятности задержки в каждом состоянии, постройте размеченный граф и матрицу переходных вероятностей.

Задание 3. В кондитерском цехе работают три мастера. Первый – пекарь – занимается исключительно приготовлением теста и выпечкой коржей для тортов. Второй – кондитер – приготовлением кремов и оформлением тортов. Третий – ученик кондитера – помогает и пекарю, и кондитеру, а также занимается упаковкой тортов и выдачей заказов. В среднем в день пекарь и кондитер выпекают и оформляют два торта. Ученик может упаковать и выдать 5 тортов. Заказы на изготовление тортов поступают нерегулярно, в среднем на три торта в день, причём если на данный день уже есть заказы, то клиенты уходят в другие кондитерские. Постройте размеченный граф, описывающий работу в кондитерском цехе. Запишите систему уравнений Колмогорова и вычислите финальное распределение вероятностей.

АЛР №3 «Исследование СМО с отказами»

Цель работы: исследовать систему массового обслуживания с отказами и ее характеристики качества.

Порядок выполнения работы

1. Построить график распределения P_k для N -канальной СМО с отказами, если на вход системы поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda = 10 \frac{m}{N_n N}$ и обслуживание требований производится с интенсивностью $\nu = 5 \frac{m}{N_n N}$, где m -номер группы, N -количество каналов обслуживания, N_n -номер по списку. Число каналов обслуживания определяется по вариантам из таблицы 1.

Таблица 1

| | | | | |
|---------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| N_n , | 1,5,9,13,17,21 | 2,6,10,14,18,22 | 3,7,11,15,19,23 | 4,8,12,16,20,24 |
| N | 4 | 5 | 6 | 3 |

2. Определить характеристики качества обслуживания:

1. Вероятность отказа $P_{отк}$.
2. Среднее число занятых узлов $M_{зан}$.
3. Среднее число свободных узлов $M_{св}$.
4. Относительную пропускную способность Q .
5. Абсолютную пропускную способность A .
6. Коэффициент занятости узлов K_z .

Сделать выводы.

АЛР №4 « Моделирование реального процесса обслуживания СМО с отказами »

Цель работы: сравнить значения характеристик качества СМО с явными потерями, полученными в результате моделирования и рассчитанными по первой формуле Эрланга.

Порядок выполнения работы

1. Начальные условия моделирования.

Параметр поступающего потока $\lambda = 10 \frac{m}{N_n N}$ (выз/мин), где N_n - номер по журналу

m – номер группы, N -количество каналов.

Среднее время обслуживания и число каналов определяется вариантом из табл. 1.

Таблица 1

| | | | | | | |
|-------------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| N_n , вар | 1,7,13 | 2,8,14 | 3,9,15 | 4,10,16 | 5,11,17 | 6,12,18 |
| N | 5 | 4 | 6 | 6 | 3 | 5 |
| h ,сек | 40 | 55 | 75 | 112 | 33 | 80 |

В начале моделирования в системе занято 2 канала.

2. Порядок моделирования.

Моделирование осуществлять на интервале $[t_1, t_2]$ мин., где $t_1 = N_n + 1$, $t_2 = N_n + 200$, а N_n - номер по журналу.

Поступление вызова моделируется аналогично лабораторной работе №1, запоминается в массиве переменной $t_{пост}$ и подсчитывается счетчиком $K_{выз}$.

Процесс обслуживания моделируется по показательному закону распределения согласно выражению

$$\xi = -\frac{1}{\nu} \ln r ; \nu = \frac{1}{h}.$$

Время освобождения канала определяется так: $t_{осв.i} = t_{пост} + \xi$.

Полученными данными заполняется таблица 2.

Таблица 2

| r | z | ξ | $t_{пост}$ | $t_{осв}$ | N канала |
|----|----|---------|------------|---------------|----------|
| r1 | - | ξ_1 | - | $t_1 + \xi_1$ | 1 |
| r2 | - | ξ_2 | - | $t_2 + \xi_2$ | 2 |
| r3 | z1 | ξ_3 | tn1 | $t_3 + \xi_3$ | 3 |
| | | | | | Потеря |

Каналы занимаются последовательно. Если к моменту поступления требования заняты все каналы, то оно теряется и подсчитывается количество потерянных требований $K_{пот}$.

3. Определить модельную вероятность отказа требования:

$$\bar{P}_{отк} = \frac{K_{пот}}{K_{выз}}$$

где $K_{пот}$ - количество потерянных требований; $K_{выз}$ - общее количество требований.

Определить $P_{отк}$ по I формуле Эрланга:

$$P_{отк} = P_N = \frac{\rho^N / N!}{\sum_{k=0}^N \rho^k / k!},$$

где $\rho = \lambda h$.

Сделать выводы.

АЛР №5 «Исследование N-канальной СМО с отказами»

Цель работы: Изучить СМО с ожиданием и её характеристики.

Порядок выполнения работы

1. Построить график вероятности состояний P_k от k для N -канальной СМО с ожиданием, если на вход поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda = 15 \frac{m}{N_n N}$ и обслуживание требований производится с интенсивностью $\nu = 5 \frac{m}{N_n N}$, где N_n – номер по списку, m – номер группы, N - число каналов обслуживания. Число каналов обслуживания определяется из таблицы 1.

Таблица 1.

| | | | | |
|-------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| N_n | 1,5,9,13,17,21 | 2,6,10,14,18,22 | 3,7,11,15,19,23 | 4,8,12,16,20,24 |
| N | 3 | 4 | 5 | 6 |

2. Определить характеристики качества обслуживания.
1. Вероятность наличия очереди P_k .
2. Вероятность занятости всех узлов системы $P_{зан}$.
3. Среднее число требований в системе $M_{ТР}$.
4. Среднюю длину очереди $M_{оч}$.
5. Среднее число свободных узлов $M_{св}$.
6. Среднее число занятых узлов $M_{зан}$.
7. Среднее время ожидания $T_{ож}$.
8. Общее время пребывания требований в очереди за единицу времени $T_{оож}$.
9. Среднее время пребывания требований в системе $T_{тр}$.
10. Суммарное время, которое проводят все требования в системе за единицу вре-

мени, $T_{стр}$.

Сделать выводы.

АЛР №6 «Моделирование реального процесса обслуживания СМО с неограниченной очередью»

Цель работы: Сравнить значения характеристик качества СМО с неограниченной очередью, полученные в результате моделирования и теоретического расчёта.

Порядок выполнения работы

1. Начальные условия моделирования.

Параметр поступающего потока $\lambda = 12 \frac{m}{N_n N}$ (выз/мин), где N_n - номер по журналу.

Среднее время обслуживания и число каналов определяется вариантом из табл. 1

Таблица 1.

| | | | | | | |
|-------------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| N_n , вар | 1,7,13 | 2,8,14 | 3,9,15 | 4,10,16 | 5,11,17 | 6,12,18 |
| N | 3 | 6 | 5 | 4 | 4 | 7 |
| h,сек | 45 | 60 | 90 | 60 | 90 | 120 |

В начале моделирования все каналы в системе свободны.

Порядок моделирования

1. Моделирование осуществляется на интервале $[t_1, t_2]$ мин., где $t_1 = N_n + 1$, $t_2 = N_n + 200$, а N_n - номер по журналу.

Поступление требования моделируется аналогично лабораторной работе №1, записывается в массиве переменной $t_{пост}$ и подсчитывается счетчиком $K_{тр}$.

2. Процесс обслуживания моделируется по показательному закону распределения по формулам

$$\xi = -\frac{1}{\nu} \ln r ; \nu = \frac{1}{h}.$$

Время освобождения канала определяется так: $t_{осв,i} = t_{пост} + \xi$.

Каналы занимаются последовательно. Если к моменту поступления требования заняты все каналы, то требование идет в накопитель и подсчитывается количество поступивших в накопитель K_n требований.

3. Построить графики работы каналов.

4. Построить график работы накопителя.

$$\bar{P}_{оч} = \frac{K_n}{K_{mp}},$$

5. Определить модельную вероятность наличия очереди

где K_n - количество требований в накопителе; K_{mp} - общее количество требований.

Определить $P_{оч}$ по формуле $P_{оч} = \frac{\rho^{N+1}}{N!(N-\rho)} P_0$,

где $\rho = \lambda h$,

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^N \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{N+1}}{N!(N-\rho)}}.$$

Сделать выводы.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции | Оценочные средства |
|--|--|--|
| ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач | | |
| ОПК-2.1 | Производит научные исследования для совершенствования и реализации новых математических методов решения прикладных задач | <p><i>Владеет основным содержанием дисциплины в рамках следующих теоретических вопросов:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Привести классификацию систем массового обслуживания. 2. Перечислить показатели эффективности СМО. 3. Перечислить основные показатели качества обслуживания в СМО. 4. Описать метод нахождения вероятности потери требования. 5. В чем заключается способ нахождения функции распределения времени ожидания требования? 6. Как найти распределение длины интервала занятости прибора? 7. Описать метод нахождения распределения длины очереди. 8. Дать определение марковских случайных процессов и перечислить их основные свойства. 9. Записать уравнения Колмогорова и пояснить их содержательное значение. 10. Перечислить этапы построения марковской модели обслуживания и проиллюстрировать их на примере. 11. В чем заключается метод вложенных цепей Маркова. Привести пример. 12. Дать определение относительного и абсолютного приоритетов. Пояснить на примерах. 13. Как определяется нагрузка СМО? |

| | | |
|---------|--|--|
| | | <p>14. Указать отличительные особенности нелокального описания входных потоков.</p> <p>15. Дать определение потоков насыщения и провести их классификацию.</p> <p>16. Пояснить понятие стратегии механизма обслуживания.</p> <p>17. Как рассчитывается вероятность блокировки системы?</p> <p>18. Сформулируйте теорему для редуцирующего потока.</p> <p>19. Объясните причины возникновения самоподобных свойств телекоммуникационного трафика.</p> <p>20. Выведите выражение для производящей функции пуассоновского распределения.</p> |
| ОПК-2.2 | Оценивает результаты новых научных разработок по совокупности методологических признаков для выбора оптимальных решений прикладных задач | <p>Владеет фундаментальными методами и способами решения классических задач дисциплины, способен выбрать оптимальное решение следующих вопросов:</p> <p>1. По каким свойствам классифицируются случайные потоки?</p> <p>2. Для каких потоков совпадают значения параметра потока и интенсивности?</p> <p>3. По какому закону должен быть распределён промежуток между соседними требованиями в простейшем потоке?</p> <p>5. По какому закону должна быть распределена случайная величина, характеризующая количество требований простейшего потока, попавших в некоторый промежуток?</p> <p>6. Какой способ проверки соответствия реального потока простейшему используют:</p> <p>а) если измерены промежутки между требованиями потока;</p> <p>б) если подсчитано число требований, попавших в промежутки равной длины?</p> <p>7. Как определить пропускную способность отдельных каналов при:</p> <p>а) случайном занятии;</p> <p>б) последовательном занятии?</p> <p>8. Как можно охарактеризовать явление «взрыва» в СМО с ожиданием?</p> |

| | | |
|---------|--|---|
| | | <p>9. Каковы условия существования установившегося режима?</p> <p>10. Как вывести основные характеристики качества системы?</p> <p>Исходя из результатов новых научных разработок, способен выполнить:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) расчёт показателей эффективности одноканальной СМО с отказами; 2) расчёт показателей эффективности многоканальной СМО с отказами; 3) расчёт показателей эффективности одноканальной СМО с ограниченной очередью; 4) расчёт показателей эффективности одноканальной СМО с неограниченной очередью; 5) расчёт показателей эффективности многоканальной СМО с ограниченной очередью; 6) расчёт показателей эффективности многоканальной СМО с неограниченной очередью. |
| ОПК-2.3 | Систематизирует и обобщает опыт для обоснования выбора оптимального решения прикладных задач | <p style="text-align: center;">Примеры прикладных задач на принятие оптимального решения</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Какое оптимальное число каналов обслуживания должна иметь СМО, если интенсивность потока заявок равна 4, среднее число заявок, обслуженных в единицу времени равно 2, штраф за каждый отказ равен 5, а стоимость простоя одной линии равна 1? 2. Сколько равноценных независимых конвейерных линий должен иметь цех, чтобы обеспечить ритм работы, при котором вероятность ожидания обработки изделий должна быть меньше 0,03 (каждое изделие выпускается одной линией). Известно, что интенсивность поступления заказов изделий 30 изделий в час, а интенсивность обработки изделия линией – 36 изделий в час. 3. Имеется простейшая трехканальная СМО с отказами. На нее поступает поток заявок с интенсивностью 4 заявки в минуту. Время обслуживания заявки одним каналом 0.5 минут. Определить, выгодно ли с точки зрения пропускной способности СМО заставить все три канала обслуживать заявки сразу? Как это скажется на среднем времени пребывания заявки в СМО? 4. Определите число взлётно-посадочных полос для самолётов с учётом требования, что вероятность ожидания должна быть меньше, чем 0,05. При этом интенсивность входного потока 27 самолётов в сутки, а интенсивность их обслуживания – 30 самолётов в сутки. |

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория массового обслуживания» проводится в форме зачета с оценкой (8 семестр) и включает в себя выполнение теоретических заданий, позволяющие оценить уровень усвоения знаний обучающихся, а также выполнение лабораторных работ, выявляющие степень сформированности умений и владений.

Усвоенные знания и освоенные умения проверяются при помощи письменных контрольных работ, электронного тестирования, умения и владения проверяются в ходе выполнения лабораторных работ.

Показатели и критерии оценивания при зачете с оценкой:

Критерии оценки (в соответствии с формируемыми компетенциями и планируемыми результатами обучения):

- на оценку **«отлично»** – студент должен показать высокий уровень знаний и интеллектуальные навыки решения нестандартных задач и лабораторных заданий;
- на оценку **«хорошо»** – студент должен показать знания и интеллектуальные навыки решения сложных стандартных задач и лабораторных заданий;
- на оценку **«удовлетворительно»** – студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения несложных стандартных задач и лабораторных заданий;
- на оценку **«неудовлетворительно»** – студент не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач и лабораторных заданий.