



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

04.03.2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки (специальность)

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль/специализация) программы

10.05.03 специализация N 8 "Разработка автоматизированных систем в защищенном исполнении"

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения

очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск
2021 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем (приказ Минобрнауки России от 26.11.2020 г. № 1457)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
09.02.2021, протокол № 8

Зав. кафедрой  Ю.И. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
04.03.2021 г. протокол № 7

Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:
Зав. кафедрой Информатики и информационной безопасности

 И.И. Баранкова

Рабочая программа составлена:
доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук  С.В. Булычева

Рецензент:
зав. кафедрой Физики, канд. пед. наук  М.Б. Аркулис

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

- развитие математического мышления;
- формирование навыков решения геометрических задач в различных системах координат;
 - ознакомление с основами классической и современной алгебры;
 - ознакомление с различными алгебраическими структурами (полями, векторными пространствами) и их приложениями в решении различных практических задач;
 - обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике;
 - воспитание у студентов математической и технической культуры, которая предполагает четкое осознание необходимости и важности математической подготовки для современного специалиста.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Алгебра и геометрия входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объёме программы средней школы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Дискретная математика

Теория вероятностей, математическая статистика

Математический анализ

Основы теории оптимизации

Математическое моделирование распределенных систем

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Алгебра и геометрия» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;
ОПК-3.1	Применяет математические методы для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Владеет навыками типовых расчетов различных разделов высшей математики
ОПК-3.3	Строит математические модели процессов в профессиональной деятельности

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 94,1 акад. часов;
- аудиторная – 90 акад. часов;
- внеаудиторная – 4,1 акад. часов;
- самостоятельная работа – 14,2 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. час

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Линейная алгебра								
1.1 Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений.	1	6		12/2,9И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению задач ТР, - защита ТР	
1.2 Линейные пространства. Базис. Евклидовы пространства.		4		16/8И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	
1.3 Линейные операторы.		4		4/2И	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	

1.4 Квадратичные формы.		2		4/2И	0,2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	
Итого по разделу		16		36/14,9И	6,2			
2. Векторная алгебра								
2.1 Векторы и операции над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	1	4		4/3И	1	- подготовка к практическим занятиям, - подготовка к АКР №1 «Векторная алгебра»	- проверка АКР	
Итого по разделу		4		4/3И	1			
3. Аналитическая геометрия								
3.1 Системы координат на плоскости. Прямая на плоскости. Кривые на плоскости.	1	2		2/1И	1	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 2 «Аналитическая геометрия на плоскости»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	
3.2 Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.		4		4	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	
3.3 Преобразование координат: параллельный перенос, поворот. Классификация линий 2-го порядка. Приведение уравнений линий 2-го порядка к каноническому виду		2		4	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 3 «Кривые второго порядка»	- проверка ИДЗ, - консультации по решению ИДЗ	
3.4 Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения. Эллипсоид, гиперboloиды, параболоиды.		4		2		- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности второго порядка»	- консультации по решению ИДЗ	
3.5 Классификация поверхностей второго порядка. Приведение к каноническому виду общего уравнения поверхности второго порядка.		4		2	2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение ИДЗ № 4 «Поверхности 2-го порядка»	- проверка индивидуальных заданий, - консультации по решению ИДЗ	
Итого по разделу		16		14/1И	7			
Итого за семестр		36		54/18,9И	14,2		экзамен	

Итого по дисциплине	36		54/18,9 И	14,2		экзамен	
---------------------	----	--	--------------	------	--	---------	--

5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- - информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- - семинар (защита ТР) – беседа преподавателя и студентов, обсуждение заранее подготовленных сообщений по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы.
- - практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проблемного обучения. Организация образовательного процесса предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности студентов.

Формы учебных занятий:

- - проблемная лекция – изложение материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.
- - лекция «вдвоем» (бинарная лекция) – изложение материала в форме диалогического общения двух студентов (заранее подготовившихся) или студента и преподавателя (например, реконструкция диалога исторических личностей – свидетелей открытия какого-либо научного факта; «ученого» и «практика» и т.д.).
- - практическое занятие в форме практикума – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.
- - самостоятельная работа (с консультациями преподавателя) на основе кейс-метода – обучение в контексте моделируемой ситуации, воспроизводящей реальные условия научной, производственной. Обучающиеся должны проанализировать ситуацию, разобраться в сути проблем, предложить возможные решения и выбрать лучшее из них. Кейсы базируются на реальном фактическом материале или же приближены к реальной ситуации.

3. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МОДУС MOODLE).

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий:

- Лекция-визуализация – изложение содержания сопровождается презентацией (демонстрацией учебных материалов, представленных в различных знаковых системах, в т.ч. иллюстративных, графических, аудио- и видеоматериалов).
- Практическое занятие в форме презентации – представление результатов проектной или исследовательской деятельности с использованием специализированных программных сред.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся
Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации
Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
а) Основная литература:

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 422 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432050> — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 233 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/433810> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник/ Ефимов Н. В., 14-е изд., исправ. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 240 с. ISBN 978-5-9221-1419-6, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/537806> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Ефимов, Н. В. Квадратичные формы и матрицы / Н.В. Ефимов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 168 с. ISBN 978-5-9221-1049-5, 500 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/414063> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Шафаревич, И. Р. Линейная алгебра и геометрия / И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/544772> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-16-100523-1. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/1015326> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 288 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: : <https://www.biblio-online.ru/bcode/438307> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 281 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03009-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: : <https://www.biblio-online.ru/bcode/431960> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

7. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 150

с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/456440> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

8. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 302 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/436999> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

9. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учеб. пособие / Б.М. Рудык. - М. : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN . - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/101010> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Абрамова, И.М. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии: Методические указания для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2008. – 16 с.

2. Вахрушева, И.А. Кривые и поверхности 2 порядка. Полярная система координат. Практикум – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009. – 19 с.

3. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MathWorks MathLab v.2014 Classroom License	К-89-14 от 08.12.2014	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp

Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: http://window.edu.ru/
Российская Государственная библиотека. Каталоги	https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp
Международная наукометрическая реферативная и полнотекстовая база данных научных изданий «Web of science»	http://webofscience.com
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных	http://scopus.com
Международная база полнотекстовых журналов Springer Journals	http://link.springer.com/
Международная база научных материалов в области физических наук и инжиниринга	http://materials.springer.com/
Международная база справочных изданий по всем отраслям знаний SpringerReference	http://www.springer.com/references
Международная реферативная база данных по чистой и прикладной математике	http://zbmath.org/
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных научных изданий «Springer Nature»	https://www.nature.com/siteindex
Архив научных журналов «Национальный электронно-информационный конкорциум» (НИ НЭИКОН)	https://archive.neicon.ru/xmlui/
Информационная система - Банк данных угроз безопасности информации ФСТЭК	https://bdu.fstec.ru/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа
- Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации
- Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки (персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета)
- Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

АКР №1 « Векторная алгебра»

1. Сторона ромба равна $5\sqrt{10}$, две его противоположные вершины – $P(4; 9)$ и $Q(-2; 1)$. Вычислить площадь этого ромба.
2. Даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Найти длины векторов \vec{c} и \vec{d} , построенных по векторам \vec{a} и \vec{b} ; косинус угла между векторами \vec{a} и \vec{d} . Проверить коллинеарность векторов \vec{c} и \vec{b} .

$$\vec{a} = (4; 3; -1) \text{ и } \vec{b} = (2; 2; -2), \quad \vec{c} = \vec{a} - 4\vec{b} \text{ и } \vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b},$$
3. Найти координаты вектора \vec{x} , перпендикулярный векторам $\vec{a} = (3; -1; 1)$ и $\vec{b} = (2; -3; 2)$, и удовлетворяющий условию $\vec{x} \cdot (\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) = 1$.
4. Даны вершины $\triangle ABC$. Вычислить его площадь и длину высоты, опущенной из вершины B на сторону AC .

$$A(-1; 2; 3), B(6; 2; -2), C(-1; 2; 0)$$
5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{p} и \vec{q} , если $\vec{p} = \vec{a} - 5\vec{b}$ и $\vec{q} = 2\vec{a} + \vec{b}$, где \vec{a} и \vec{b} – единичные взаимно перпендикулярные векторы.
6. Доказать, что точки A, B, C и D лежат в одной плоскости. $A(-1; -2; 0)$, $B(0; -4; 1)$, $C(2; -1; -2)$, $D(6; 12; -13)$

Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

ИДЗ №1 «Линейные пространства и операторы. Квадратичные формы»

Задача 1. Для указанного множества векторов определить, является ли это множество линейным пространством над полем действительных чисел относительно обычных операций сложения векторов и умножения вектора на число. В случае отрицательного ответа указать, какие именно аксиомы линейного пространства не выполняются.

- Все векторы плоскости, каждый из которых лежит на одной из осей координат Ox или Oy .

Задача 2. Проверить линейность оператора $A\vec{x}$, где $\vec{x} = (x_1; x_2; x_3)$

$$A\vec{x} = (6x_1 - 5x_2x_3; -3x_1; 2x_3),$$

Задача 4. Найти собственные числа и собственные векторы оператора A . Записать матрицу оператора в базисе из собственных векторов

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Дана матрица линейного оператора A в базисе $(\bar{e}_1; \bar{e}_2; \bar{e}_3)$: $\bar{e}_1 = (1; 0; 0)$, $\bar{e}_2 = (0; 1; 0)$, $\bar{e}_3 = (0; 0; 1)$. Найти матрицу этого оператора в новом базисе $(\bar{e}'_1; \bar{e}'_2; \bar{e}'_3)$, если

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3; \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3; \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 6. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$, $Ax = (x_1 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $Bx = (x_2, 2x_3, x_1)$. Найти результат работы составного оператора $(A^2 - B)x$ и матрицу этого составного оператора.

Задача 7. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2.$$

Задача 8. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием. Выписать это преобразование.

$$4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

ИДЗ №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

- Даны уравнения двух сторон параллелограмма $2x - y + 2 = 0$, $x + 3y - 6 = 0$ и точка пересечения диагоналей $O(-1; 4)$. Составить уравнения диагоналей параллелограмма.
- Дано: $M_1(-2; 2)$; $M_2(2; 6)$; $\phi = 45^\circ$; $\vec{S} = (5; -3)$; $\vec{n} = (7; 2)$;
 $L_1: x - 3y - 7 = 0$; $L_2: x + 3y + 5 = 0$.

(а) Написать общие уравнения прямых, проходящих через

- точку M_1 под углом ϕ к оси Ox ;
- точки M_1 и M_2 ;
- точку M_1 параллельно вектору \vec{S} ;
- точку M_2 перпендикулярно вектору \vec{n} ;
- точку M_1 параллельно прямой L_1 ;
- точку M_2 перпендикулярно прямой L_2 .

(б) Найти расстояние от точки M_1 до прямой L_2

(в) Найти точку пересечения прямых 5) и 6), найти угол между ними с точностью до $0,1^\circ$.

- Построить линию в полярной системе координат $\rho = 4 + \sin \varphi$

ИДЗ №3 «Кривые второго порядка»

Задача 1. Постройте фигуру, ограниченную линиями

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1, \quad x \geq 0, \quad y^2 = -x + 5$$

Задача 2. Приведите уравнения к каноническому виду и постройте кривые. Найдите, если есть, фокусы, эксцентриситеты, вершины линий, директрисы, асимптоты.

1) $x^2 + y^2 - 5y = 0;$

2) $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0;$

3) $4x^2 - y^2 - 16x + 6y + 23 = 0;$

4) $2x^2 + 8x - y + 1 = 0;$

5) $4x^2 - y^2 + 24x + 10y + 11 = 0;$

6) $x = -1 + \sqrt{4(y+2)};$

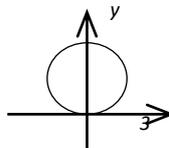
7) $y = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 9};$

8) $y = \frac{8x+3}{2x-4}.$

Задача 3. Запишите уравнение кривой $\rho = \rho(\varphi)$ в декартовой системе координат. Выбрав удобную систему, постройте линию.

$$\rho = \frac{-3}{2 \sin \varphi + 5 \cos \varphi}.$$

Задача 4. Запишите уравнение данной окружности в декартовой системе координат и полярной системе координат.



Задача 5. Построить область, ограниченную линиями

$$\rho \leq 5 - 3 \cos \varphi; \quad \rho \geq 2 \sin \varphi,$$

ИДЗ №4 «Поверхности второго порядка»

1. Выделением полных квадратов и переносом начала координат упростить уравнение поверхности $x^2 - 2y^2 + 4z^2 + 2x - 12y + 8z - 3 = 0$.

2. Найти преобразованное уравнение поверхности

$$3x^2 + 2y^2 + 9z^2 + 4xy - 2xz - 4x + 8z = 0$$

при перенесении начала координат в точку $O_1 = (-1, 2, -1)$.

3. Привести к каноническому виду уравнения поверхностей, определить вид поверхностей, изобразить ее схематически

(а) $y^2 + 2z^2 + 4xy - 4yz + 2 = 0,$

(б) $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 8xz - 4yz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0.$

Примерные варианты типовых расчетов (ТР):

ТР №1 «Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Вычислить определитель 4-го порядка двумя способами:

а) Разложением по элементам строки или столбца

б) С помощью элементарных преобразований

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 7 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -4 \\ 5 & -2 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений тремя способами:

а) По формулам Крамера.

б) Матричным методом.

в) Методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -3; \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений на совместность. Решить системы уравнений методом Гаусса. В неопределенных системах найти общее и одно частное решения, сделать проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

4. Найти общее решение и фундаментальную систему решений, если она существует.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Решить матричное уравнение (найти матрицу X).

$$\left[4E - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 17 \\ 10 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2$$

6. Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$$\bar{a} = (1, 4, 6), \quad \bar{b} = (1, -1, 1), \quad \bar{c} = (1, 1, 3).$$

7. Найти координаты вектора \vec{x} в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если он задан в стандартном базисе (e_1, e_2, e_3) .

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e'_2 = 2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3, \\ x = (6, -1, 3) \end{cases}$$

ТР №2 «Плоскость и прямая в пространстве»

1. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $A(1, 3, -4)$ параллельно:

а) прямой $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-1}$;

б) вектору $a(1, -4, 3)$;

в) оси Ox ;

г) оси Oy .

2. Будут ли прямые $l_1: \begin{cases} x-2y+z=3, \\ y+2z=1 \end{cases}$ и $l_2: \begin{cases} x=3t-1, \\ y=4, \\ z=-2t \end{cases}$ лежать в одной плоскости?

3. При каких значениях a и b плоскость $ax-4y+bz-1=0$ перпендикулярна прямой, проходящей через две точки $M_1(0;1;2)$, $M_2(1;0;-2)$. Построить эту плоскость.

4. Написать параметрические и канонические уравнения прямой $l_1: \begin{cases} 5x-y+9=0, \\ x+y-2z=0. \end{cases}$

5. Найти угол между плоскостями $2x-y+3z+5=0$ и $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
ОПК-2	способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники	
Знать	<ul style="list-style-type: none"> - основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии - возможности координатного метода для исследования различных геометрических объектов - аналитические способы описания алгебраических структур и геометрических объектов 	<p>Теоретические вопросы для экзамена</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матрицы. Действия над матрицами. 2. Определители матриц, их свойства (любые два с док-вом). 3. Минор, алгебраическое дополнение. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу), понижением порядка. 4. Обратная матрица, теорема о существовании и единственности обратной матрицы (док-во). 5. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы. Ранг матрицы. Свойства ранга. Теорема о рангах эквивалентных матриц (без док-ва). 6. Ступенчатая матрица. Теорема о ранге ступенчатой матрицы (док-во). 7. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (определения: совместной, несовместной СЛАУ, решения СЛАУ). Условия совместности СЛАУ. 8. Матричная запись СЛАУ. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы. 9. Формулы Крамера (вывод). 10. Определенные и неопределенные СЛАУ. Метод Гаусса. 11. Однородные СЛАУ. Фундаментальная система решений. 12. Векторы. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Деление отрезка в данном отношении. 13. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов. Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b}. Механический смысл скалярного произведения. 14. Скалярное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (вывод).

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>15. Векторное произведение векторов, его свойства. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условие коллинеарности двух векторов.</p> <p>16. Векторное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (вывод).</p> <p>17. Смешанное произведение векторов, его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности трех векторов.</p> <p>18. Смешанное произведение в базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (вывод).</p> <p>19. Уравнение прямой на плоскости. Способы задания. Основные задачи.</p> <p>20. Преобразование координат на плоскости: параллельный перенос, поворот.</p> <p>21. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.</p> <p>22. Уравнение плоскости в пространстве. Способы задания. Основные задачи.</p> <p>23. Уравнение прямой в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи.</p> <p>24. Поверхности второго порядка: цилиндрические, конические и поверхности вращения.</p> <p>25. Классификация поверхностей второго порядка</p> <p>26. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду</p>
Уметь	<p>- сопоставлять реальную задачу с определенной областью математических знаний,</p> <p>- распознавать возможность аналитического решения задачи,</p> <p>- самостоятельно разрабатывать алгоритм решения задачи,</p> <p>- применять типичные математические модели линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности;</p>	<p>Примерные практические задания для экзамена:</p> <p>1. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x - 4y - 2z = -3, \\ 3x + y + z = 5, \\ 3x - 5y - 6z = -7. \end{cases}$</p> <p>2. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - y - z = 0, \\ 3x + 4y + z = 0. \end{cases}$</p> <p>3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,2)$ параллельной прямой $5x + 2y + 20 = 0$.</p> <p>4. Вычислить $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и $\vec{a} \times \vec{b}$, если $\vec{a} = (1,1,1)$, $\vec{b} = (0,2,1)$.</p> <p>5. Написать уравнение прямой AB, если $A(-1,2)$, $B(2,-1)$</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>- корректно обосновывать необходимость предложенного метода решения задачи;</p> <p>- формализовать задачу и находить ее решение, используя свойства математических объектов алгебры и геометрии;</p> <p>- интерпретировать формально (математически) полученный результат</p>	<p>6. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,0)$ параллельной прямой $\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{-1}$.</p> <p>7. Показать, что прямые $2x - y - 20 = 0$ и $-x - 2y - 3 = 0$ перпендикулярны.</p> <p>8. Показать, что прямые $2x - y + 4 = 0$ и $-4x + 2y - 10 = 0$ параллельны.</p> <p>9. Написать уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки 2 и 3.</p> <p>10. В какой точке прямая, проходящая через точки $A(3,-2)$ и $B(-1,2)$, пересекает ось Oy.</p> <p>11. Найти расстояние между прямыми $4x-3y-7=0$ и $4x-3y+3=0$.</p> <p>12. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $M(2,1,-1)$ и $K(3,3,-1)$.</p> <p>13. Провести прямую через точку $A(2,0,-1)$ перпендикулярно плоскости $3x+4y-z+4=0$.</p> <p>14. Провести плоскость через точку $A(2,0,-1)$ параллельно плоскости $3x+4y-z+4=0$.</p> <p>15. Провести плоскость через точки $A(1,0,2)$, $B(-1,2,0)$, $C(3,3,2)$.</p> <p>16. Доказать, что прямые взаимно перпендикулярны: $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{3}$ и $\begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0. \end{cases}$</p> <p>17. Доказать, что прямые параллельны: $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ и $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$.</p> <p>18. Найти угол между прямой, проходящей через точку $A(-1,0,-5)$ и точку $B(1,2,0)$, и плоскостью $x-3y+z+5=0$.</p> <p>19. Определить тип и построить линию: $x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$, $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$., $y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$, $y = \frac{3x-3}{2x+5}$, $y = -6 + \sqrt{4(x-3)^2 - 100}$</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства																							
		20. Привести к каноническому виду уравнение поверхности. Определить ее вид. $y^2 + 2z^2 + 4xy - 4yz - 4yz + 2 = 0.$																							
Владеть	<ul style="list-style-type: none"> - методами работы с алгебраическими и геометрическими объектами, - методами построения и изучения математических моделей конкретных явлений и процессов для решения расчетных и исследовательских задач; - практическими навыками доказательства суждений; - умением теоретически обосновывать выводы; - математическими методами описания реальных процессов в профессиональной деятельности. 	<p>Примерные прикладные задачи и задания</p> <p>Задача 1. В каких задачах аналитической геометрии используются квадратичные формы?</p> <p>Задание 2. Собственные числа матриц используются для классификации кривых второго порядка и поверхностей второго порядка. Опишите алгоритм.</p> <p>Задание 3. Подготовьте доклад на тему:</p> <p>- Кривые третьего порядка; кривые четвертого порядка; трансцендентные кривые.</p> <p>Задача 4. Создайте анимационный график, изображающий построение кривых в полярной системе координат</p> <p>Задача 5. Создайте анимационный график, изображающий построение кривых, заданных параметрически.</p> <p>Задача 6. Предприятие специализируется по выпуску изделий трех видов: А, В, С; при этом используется сырье трех типов: S_1, S_2, S_3. Нормы расхода каждого вида сырья на единицу изделия каждого вида и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей:</p> <table border="1" data-bbox="947 1066 2018 1257"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Вид сырья</th> <th colspan="3">Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.</th> <th rowspan="2">Запасы сырья на один день, усл. ед.</th> </tr> <tr> <th>А</th> <th>В</th> <th>С</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>S_1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>1400</td> </tr> <tr> <td>S_2</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1300</td> </tr> <tr> <td>S_3</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1100</td> </tr> </tbody> </table> <p>Найти ежедневный объем выпуска изделий каждого вида.</p> <p>Получить систему уравнений и решить ее тремя способами: по формулам Крамера, с помощью</p>	Вид сырья	Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.			Запасы сырья на один день, усл. ед.	А	В	С	S_1	2	3	1	1400	S_2	4	1	2	1300	S_3	1	2	3	1100
Вид сырья	Расходы сырья на единицу продукции, усл. ед.			Запасы сырья на один день, усл. ед.																					
	А	В	С																						
S_1	2	3	1	1400																					
S_2	4	1	2	1300																					
S_3	1	2	3	1100																					

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>обратной матрицы и методом Гаусса.</p> <p>Задача 7. Предприятие выпускает m видов изделий с использованием k видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей $A_{m \times k}$. Стоимость единицы сырья задана матрицей C. Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска Q и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц A, C, Q.</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \ 2 \ 3 \ 8) \quad Q = (20 \ 100 \ 50 \ 100)$ <p>Задача 8. Верно ли утверждение: всякую кривую, заданную в полярной системе координат, можно представить аналитически в виде функции в декартовой системе координат. Приведите доказательство .</p> <p>Задача 9. Изучите способы описания поверхностей в цилиндрической и сферической системах координат.</p> <p>Задача 10. Когда у однородной системы линейных алгебраических уравнений существует отличное от нулевого решение? Зачем нужна фундаментальная система решений?</p>