



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЭиАС  
В.Р. Храмшин

г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА***

Направление подготовки (специальность)

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль/специализация) программы

10.05.03 специализация N 8 "Разработка автоматизированных систем в защищенном исполнении"

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт энергетики и автоматизированных систем
Кафедра	Информатики и информационной безопасности
Курс	1
Семестр	2

Магнитогорск  
2021 год


Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем (приказ Минобрнауки России от 26.11.2020 г. № 1457)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Информатики и информационной безопасности  
19.02.2021, протокол № 9

Зав. кафедрой  И.И. Баранкова

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЭиАС  
03.03.2021 г. протокол № 5

Председатель  В.Р. Храмшин

Рабочая программа составлена:  
ст. преподаватель кафедры ИиИБ, канд. техн. наук  М.В.  
Коновалов

Рецензент:  
начальник УИТиАСУ, канд. техн. наук  К.А. Рубан

## Лист актуализации рабочей программы

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Информатики и информационной безопасности

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.И. Баранкова

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Информатики и информационной безопасности

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.И. Баранкова

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Информатики и информационной безопасности

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.И. Баранкова

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Информатики и информационной безопасности

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.И. Баранкова

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Информатики и информационной безопасности

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.И. Баранкова

---

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Информатики и информационной безопасности

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ И.И. Баранкова

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Целями освоения дисциплины Теория вероятностей и математическая статистика является ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов и их использование при решении научных и прикладных задач. Изучение законов больших чисел и их применимости при исследовании массовых явлений; изучение методики обработки статистических данных, оценок параметров распределения, теории проверки статистических гипотез; реализация основных алгоритмов исследования средствами программного обеспечения и вычислительной техники.

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Теория вероятностей, математическая статистика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математический анализ

Информатика

Алгебра и геометрия

Языки программирования

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Дискретная математика

Основы теории оптимизации

Математическое моделирование распределенных систем

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей, математическая статистика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;
ОПК-3.1	Применяет математические методы для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Владеет навыками типовых расчетов различных разделов высшей математики
ОПК-3.3	Строит математические модели процессов в профессиональной деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 54,15 акад. часов;
- аудиторная – 51 акад. часов;
- внеаудиторная – 3,15 акад. часов;
- самостоятельная работа – 54,15 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. час

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Теория вероятностей								
1.1 Основные понятия. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности	2	2	2		4	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС. Выполнение индивидуального задания	ИДЗ-1 Компьютерное тестирование	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
1.2 Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли.		2	3		6	Подготовка к АКР-1	АКР-1	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
1.3 Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения, функция распределения и плотность. Математическое ожидание и дисперсия, начальные и центральные моменты.		2	3		6	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС. Выполнение индивидуального задания	ТР-1	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
1.4 Неравенство и теорема Чебышёва. Нормальное и другие распределения. Центральная предельная теорема.		2	4		6	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС.	Компьютерное тестирование	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3

1.5 Многомерные случайные величины. Функции случайных величин и законы их распределения.		2	4		8	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС.	ТР-1	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу		10	16		30			
2. Математическая статистика								
2.1 Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение, эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.	2	1	5		6	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС. Выполнение индивидуального домашнего задания	АКР-2	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
2.2 Статистические точечные и интервальные оценки параметров распределения. Методы получения статистических оценок. Доверительные интервалы для		1	1		4	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС	ТР-2	
2.3 Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости и мощность критерия. Критерии значимости и критерии согласия Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном		3	6		6,15	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС. Выполнение индивидуального задания	ТР-2	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
2.4 Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная корреляция, коэффициент корреляции.		2	6		2	Изучение учебной литературы, работа с материалами образовательного портала и ЭБС. Индивидуальное домашнее задание	ИДЗ-2	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу		7	18		18,15			
3. Экзамен								
3.1 Подготовка к экзамену	2				6	Подготовка к экзамену	Экзамен	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу					6			
Итого за семестр		17	34		54,15		экзамен	
Итого по дисциплине		17	34		54,15		экзамен	

## **5 Образовательные технологии**

Для реализации предусмотренных видов учебной работы в качестве образовательных технологий в преподавании дисциплины «Теория вероятности и математическая статистика» используются традиционная и модульно-компетентностная технологии.

1. Для формирования новых теоретических и фактических знаний используются лекции: обзорные – для рассмотрения общих вопросов математической логики и теории алгоритмов, для систематизации и закрепления знаний; информационные – для ознакомления с основными принципами математической логики, формализации понятия алгоритма, основными понятиями теории сложности алгоритмов; проблемные – для развития исследовательских навыков и изучения способов решения задач.

2. Для приобретения новых фактических знаний и практических умений используются практические занятия: компьютерный практикум; разбор результатов тематических контрольных работ, анализ ошибок, совместный поиск вариантов рационального решения учебной проблемы.

3. Для приобретения новых теоретических и фактических знаний, когнитивных и практических умений используется самостоятельная работа: самостоятельное изучение учебной литературы, конспектов лекций; подготовка к аудиторным контрольным работам; выполнение индивидуальных домашних заданий; выполнение курсовой работы.

Методологической основой образовательной технологии является концепция развивающего учебного взаимодействия в сочетании с концепцией Computational Thinking (Мышление компьютерной эры).

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

– регулярный анализ студенческих работ, сопоставление вариантов, дискуссии о выборе вариантов;

Текущий, промежуточный и рубежный контроль проводится путем анализа выполненных студентами работ.

В ходе проведения всех лабораторных занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении контрольных работ и лабораторных расчетов.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Корчагин, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / В. В. Корчагин, С. В. Белокуров, Р. В. Кузьменко. - Воронеж : Воронежский институт ФСИН России, 2019. - 162 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1086219> (дата обращения: 08.10.2020). – Режим доступа: по подписке.

2. Сапожников П. Н. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Сапожников П. Н., Макаров А. А., Радионова М. В. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (Переплёт 7БЦ). - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=548242> . - Загл. с экрана. - ISBN 978-5-906818-47-8.

3. Колемаев В. А. Теория вероятностей и математическая статистика

[Текст] : учебник / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Кно-рус, 2013. - 376 с. : табл. - ISBN 978-5-406-02819-3. (10 экземпляров)

**б) Дополнительная литература:**

1. Зарецкая, М.А. Случайные процессы: Уч. пособие [Текст] / М.А. Зарецкая. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011.

2. Павлов С. В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие / С. В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с.: 70x100 1/32. - (Карманное учебное пособие). (обложка, карм. формат). - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=217167> . - Загл. с экрана. - ISBN 978-5-369-00679-5.

**в) Методические указания:**

1. Кимайкина, Н.И. Теория вероятностей. Математическая статистика. Учебные кар-ты. Часть 3: Методическая разработка для обучающихся всех специальностей [Текст] / Н.И. Кимайкина. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорского гос. техн. ун-та Г.И. Носова, 2011 г.

2. Кобелькова, Е.В. Теория вероятностей: Рабочая тетрадь по математике для обучающихся всех специальностей. - Магнитогорск: Изд-во Магнитогорского гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2011.– 16 с.

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Windows 7 Professional (для классов)	Д-757-17 от 27.06.2017	27.07.2018
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно
MS Windows XP Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2003 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Linux Calculate	свободно распространяемое ПО	бессрочно

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
----------------	--------



Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной собственности»	URL: <a href="http://www1.fips.ru/">http://www1.fips.ru/</a>

### **9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

- Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа. Оснащение: мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.
- Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Оснащение: мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.
- Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение: персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
- Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение: шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

## Приложение 1

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

#### ОПК-3.1:

Аудиторная самостоятельная работа обучающихся на практических занятиях осуществляется под контролем преподавателя в виде решения задач и выполнения упражнений, которые определяет преподаватель для обучающихся.

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде изучения литературы по соответствующему разделу с проработкой материала и выполнения домашних заданий с консультациями преподавателя.

#### Тест по теории вероятностей.

Задания и варианты ответов

1. В коробке 5 одинаковых изделий, из которых 2 окрашенных. Наудачу вынимают одно изделие. Вероятность, что это изделие не окрашено, равна 1)  $2/5$  2)  $2/7$  3)  $3/7$  4)  $5/7$  5)  $3/5$
2. В коробке находятся 10 теннисных мячей, из которых 6 новых. Наудачу извлекают 2 мяча. Вероятность, что вынуто оба новых мяча, равна 1)  $1/3$  2)  $6/10$  3)  $4/10$  4)  $1/45$  5)  $6/45$
3. Обучающийся отвечает на 2 экзаменационных вопроса. Вероятность ответить на первый вопрос равна 0,5, на второй - 0,7. Вероятность того, что обучающийся ответит хотя бы на один вопрос, равна 1) 0,85 2) 0,5 3) 0,15 4) 0,35 5) 0,2
4. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6. Произведено 3 выстрела. Вероятность одного попадания равна 1) 0,288 2) 1,8 3) 0,6 4) 0,096 5) 0,216
5. Вероятность суммы двух случайных событий вычисляется по формуле  
1)  $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$  2)  $P(A+B)=P(A)+P(B)$  3)  $P(A+B)=P(A)+P(B/A)$  4)  $P(A+B)=P(A)P(B)$  5)  $P(A+B)=P(B)+P(A/B)$
6. Случайная величина  $X$  имеет биномиальное распределение с параметрами  $n=9$  и  $p=1/3$ . Тогда сумма математического ожидания и дисперсии случайной величины  $X$  равна 1)  $28/3$  2) 4 3) 6 4) 3 5) 5
7. Функция распределения случайной величины  $F(x)$  выражается через ее плотность распределения  $f(x)$  следующим образом 1)  $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$  2)  $F(x) = \int_0^x f(x) dx$  3)  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$  4)  $F(x) = \int_x^{\infty} f(x) dx$  5)  $F(x) = \int_0^{\infty} f(x) dx$
8. Задана таблица распределения дискретной случайной величины

x	1	4	7	10

p	0,2	0,3	0,2	0,3
---	-----	-----	-----	-----

Если  $F(x)$  – функция распределения вероятности, а  $M$  – мат. ожидание случайной величины, то сумма  $M+F(5)$  равна 1) 6,2 2) 1,3 3) 6,4 4) 12 5) 5,5

9. Случайная величина  $X$  равномерно распределена на  $[0,4]$ . Сумма вероятности попасть в интервал  $[0,2]$  и мат. ожидания равна 1) 2,2 2) 4,2 3) 2,5 4) 0,6 5) 5

10. Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 3, и дисперсией, равной 4. Тогда плотность распределения вероятностей

случайной величины  $X$  имеет вид 1)  $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{32}}$  2)  $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}$  3)

4)  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{4}}$  5)  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$  6)  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{4}}$

11. Задана функция распределения случайной величины  $X$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{x\sqrt{x-1}}{7}, & 1 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ f_0(x), & 1 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Функция плотности распределения равна 3)  $\sqrt{x}/14$  4)  $x/7$  5)  $x/14$  2)  $2x/7$ , где  $f_0(x)$  равно 1)  $1/14$  2)

12. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^3}{4}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

. Вероятность, что случайная величина  $X$  примет значения из интервала  $[1,2]$  равна 1)  $3/4$  2)  $15/16$  3)  $1/16$  4)  $1/5$  5)  $3/2$

13. Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $M=10$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma=2$ . По таблице значений функции Лапласа вероятность, что случайная величина  $X$  примет значение из интервала  $(14;16)$  равна 1) 0,49865; 2) 1; 3) 0,02145; 4) 0,4772; 5) 0,97585.

14. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону с параметром распределения  $\lambda=3$ . Вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадет в интервал  $(2,3)$  равна 1)  $e^{-9} - e^{-6}$ , 2)  $e^{-3}$ , 3)  $e^6 - e^9$ , 4)  $3e^{-3x}$ , 5)  $e^{-6} - e^{-9}$

15. Математическое ожидание дискретной случайной величины.

16. Дать определение условной вероятности.

17. Теорема сложения совместных событий.

## АКР 1 по теории вероятностей

### Случайные события

#### Вариант

1. Три стрелка делают по одному выстрелу по мишени. Пусть  $A_i$  — попадание  $i$ -го стрелка в мишень  $i = \overline{1, 2, 3}$ . Выразите через  $A_i$  следующие события:  $B$  — три попадания,  $C$  — ровно два попадания,  $D$  — хотя бы одно попадание.
2. Какова вероятность того, что четырехзначное число, в десятичной записи которого используются по одному разу цифры 5, 2, 3, 1, делится на 4?
3. В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное количество денежных знаков, равна 0,0001. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено а) три ошибочно упакованных пакета, б) не более трех пакетов.
4. В цехе работают 20 станков, из них 10 марки А, 6 марки В и 4 марки С. Вероятность того, что качество детали окажется отличным, для этих станков соответственно равна: 0,9; 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?
5. В одном ящике 5 белых и 10 красных шаров, в другом ящике 10 белых и 5 красных шаров. Найти вероятность того, что будет вынут хотя бы один белый шар, если из каждого ящика вынута по одному шару.

#### ТР 1

### Случайные величины и их числовые характеристики

#### Вариант

1. Вероятность попадания в корзину при каждом броске мяча  $p = 0,3$  и не зависит от результатов предыдущих бросков. Составьте ряд распределения случайной величины
  - 1)  $X$  — числа сделанных бросков, если мяч бросается в корзину до первого попадания, но число бросков не больше 6;
  - 2)  $Y$  — количества попаданий мяча в корзину, если число бросков равно 6.
2. Задан ряд распределения случайной величины  $X$ . Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Постройте функцию распределения.

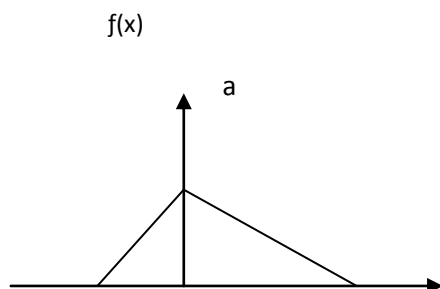
$x_i$	3	5	7	9
$p_i$	0,3	0,4	0,2	0,1

Найдите закон распределения случайной величины  $Y = 5X - 30$ .

3. Для непрерывной случайной величины задана функция распределения  $F(x)$ . Найдите плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Вычислите вероятность того, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания будет не более среднего квадратического отклонения. Постройте графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{x-2}, & x \leq 2, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{2-x}, & x > 2. \end{cases}$$

4. Для непрерывной случайной величины задана плотность распределения  $f(x)$ . Требуется найти параметр  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.



5. Случайное отклонение размера детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами  $a$  и  $\sigma$ . Стандартными являются те детали, для которых отклонения от номинала лежат в интервале  $(a - \alpha, a + \alpha)$ . Запишите формулу плотности распределения и постройте график плотности распределения.

Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее  $\beta$  среди них была хотя бы одна стандартная?

$$a = 0,2, \quad \sigma = 0,1, \quad \alpha = 0,1, \quad \beta = 0,99.$$

6. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы:

$$f_1(x) = \begin{cases} c, & x \in [0; 4], \\ 0, & x \notin [0; 4], \end{cases} \quad f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-2)^2}{2}}.$$

Найдите  $M(2X + 5Y + 1)$ ,  $M(X - 3Y^2)$ ,  $D(2X - 3Y + 4)$ ,  $D(XY)$ .

Найдите законы распределения случайных величин  $Z_1 = 5X - 30$  и  $Z_2 = 5Y - 30$ .

7. Среднее значение длины детали равно 50 см, а дисперсия равна 0,1. Пользуясь неравенством Чебышева, оцените вероятность того, что приготовленная деталь окажется по своей длине не менее 49,5 и не более 50,5 см.

**ОПК-3.2**

### Вопросы для защиты ТР 1 «Случайные величины»

1. Какая величина называется случайной? Приведите свои примеры случайных величин.
2. Дайте определение и примеры дискретных случайных величин.
3. Дайте определение и примеры непрерывных случайных величин.
4. Что называется законом распределения случайной величины?
5. Как можно задать дискретную случайную величину?
6. Как можно задать непрерывную случайную величину?
7. Что называется функцией распределения случайной величины?
8. Как выглядит график функции распределения дискретной случайной величины?
9. Какими свойствами обладает функция распределения?
10. Что называется плотностью вероятности?
11. Перечислите свойства плотности вероятности.
12. Приведите примеры законов распределения дискретных случайных величин.

13. Приведите примеры законов распределения непрерывных случайных величин.
14. Запишите плотность нормального распределения и изобразите кривую Гаусса. Объясните влияние параметров  $a$  и  $\sigma$  на форму кривой Гаусса.
15. Как вычисляется вероятность попадания случайной величины в заданный промежуток?
16. Как вычисляется вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный промежуток?
17. Что называется «правилом трех сигм»? В чем заключается смысл этого правила?
18. Что называется математическим ожиданием случайной величины? Как вычисляется математическое ожидание для непрерывных и дискретных случайных величин?
19. Укажите основные свойства математического ожидания.
20. Что называется дисперсией случайной величины? Как вычисляется дисперсия для непрерывных и дискретных случайных величин?
21. Укажите основные свойства дисперсии.
22. Выведите формулу  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ , используя свойства математического ожидания.
23. Выведите формулу  $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$  для независимых случайных величин  $X$  и  $Y$ , используя свойства математического ожидания.
24. Выведите формулу  $D(XY) = D(X)D(Y) + M^2(X)D(Y) + M^2(Y)D(X)$  для независимых случайных величин  $X$  и  $Y$ , используя определение дисперсии и свойства математического ожидания.
25. Как и для чего вводится среднее квадратическое отклонение?
26. Чему равны математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение для биномиального закона распределения?
27. Чему равны математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение для равномерного закона распределения?
28. Чему равны математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение для показательного закона распределения?
29. Чему равны математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение для нормального закона распределения?
30. Сформулируйте неравенство Чебышева и объясните его смысл.

### ОПК-3.3

#### ИДЗ 1. Системы случайных величин

##### Вариант I

1. Закон распределения системы дискретных случайных величин  $(X, Y)$  задан таблицей. Найдите а) законы распределения составляющих, б) их математические ожидания и дисперсии, в) корреляционный момент и коэффициент корреляции  $r_{x,y}$ , г) вероятность попадания случайной величины  $(X, Y)$  в область  $D$   
 $D = \{-\infty < x < \infty, -1 < y < 3\}$ .

$y \backslash x$	1	2	3	4
-2	0,03	0,02	0,06	0,04
0	0,03	0,1	0,1	0,09
2	0,05	0,08	0,2	0,2

2. Задана плотность распределения  $f(x, y)$  системы двух случайных величин  $(X, Y)$ . Найдите а) коэффициент  $A$ , б)  $M(X)$  и  $M(Y)$ ,  $D(X)$  и  $D(Y)$ , в) корреляционный момент и коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

$$f(x, y) = \begin{cases} A(2x + y), & \text{в обл. } D, \\ 0, & \text{вне обл. } D. \end{cases} \quad D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}.$$

3. Известно, что  $Y = 5X - 30$ ,  $M(X) = 4$ ,  $D(X) = 9$ . Найдите  $M(Y)$ ,  $D(Y)$ ,  $K_{xy}$ ,  $r_{xy}$ .

Известны законы распределения случайных величин  $X$ ,  $Y$   $f_1(x) = \begin{cases} c, & x \in [0; 4], \\ 0, & x \notin [0; 4], \end{cases}$

$f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-2)^2}{2}}$  и  $r_{xy} = 0,6$ . Найдите  $M(Y^2 - 2XY + 5X - 2)$ ,  $D(X - 3Y + 4)$ .

1. По методу наименьших квадратов подобрать формулу вида  $y = ax + b$ , если имеются данные 9 измерений. Вычисления вести с 4 знаками после запятой, в ответе оставить 2 знака после запятой. Оценить погрешность, возникающую при замене экспериментальных данных вычислением по формуле  $y = ax + b$ .

$x_i$	0	4	10	15	21	29	36	51	68
$y_i$	66,7	71	76,3	80,6	85,7	92,9	99,4	113,6	125,1

2. Задана таблица значений  $x$  и  $y$  и указан вид зависимости  $y = f(x, a, b)$ . Найдите параметры  $a$  и  $b$ , используя метод наименьших квадратов.

$$f(x, a, b) = ax^2 + b$$

$x$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$y$	2,3	2,5	5,8	9,8	10,6

3. Дан ряд экспериментальных точек  $(x_i, y_i)$   $i = \overline{1, n}$  и указан вид зависимости  $y = f(x, a, b, c)$ . Составьте систему для нахождения параметров  $a, b, c$  по методу наименьших квадратов.  $f(x, a, b, c) = ax^3 + bx^2 + cx$ .

4. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$ , используя данные пяти наблюдений. Построить точки и выборочную линию регрессии.

$x$	2,3	3,5	3,9	4,9	6,4
$y$	2,2	4,3	6,1	6,7	7,5

5. По корреляционной таблице построить эмпирические линии регрессии  $Y$  по  $X$ ,  $X$  по  $Y$  и обе выборочные прямые линейной регрессии. Вычислить коэффициент корреляции и корреляционное отношение.

	1	2	3	4
X				

Y \ X				
-2	3	2	6	4
0	3	10	10	9
2	5	8	20	20

6. Вычислите выборочные множественные и частные коэффициенты корреляции по найденным парным коэффициентам  $r_{12} = 0,71$ ,  $r_{13} = 0,28$ ,  $r_{23} = 0,51$ .

7. По выборке при заданном уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности. В случае принятия гипотезы о нормальном распределении найти доверительные интервалы для математического ожидания  $\mu$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$  при уровне надежности  $\gamma = 1 - \alpha$

$x_i$	4	7	10	13	16	19	22	25
$n_i$	6	11	14	22	20	13	9	5

8. По выборке объема  $n = 35$  найден средний вес  $\bar{x} = 190$  г изделий, изготовленных на первом станке; по выборке объема  $m = 40$  найден средний вес  $\bar{y} = 180$  г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии известны:  $D(X) = 70 \sigma^2$ ,  $D(Y) = 80 \sigma^2$ . Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе

а)  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ ,

б)  $H_1: M(X) > M(Y)$ .

9. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 15$ :

143, 121, 135, 132, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 133, 148, 133, 134.

Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить нулевую гипотезу

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 55$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы: а)  $H_1: \sigma^2 \neq 55$ ,

б)  $H_1: \sigma^2 > 55$  или  $H_1: \sigma^2 < 55$  в зависимости от полученного значения  $\sigma^2$ .

10. Найдите выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла по данным ранга объектов выборки объема  $n = 10$ :

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	7	6	5	4	1	2	3	10	8	9.

Проверьте гипотезы о значимости выборочных коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, предварительно описав схему и правило проверки гипотезы.



**11.** Проведено по 4 испытания на каждом из 3 уровней. Результаты приведены в таблице. Методом дисперсионного анализа при значимости  $\alpha = 0,05$  проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями.

	Факторы		
	1	2	3
1	10,4	8,5	8,2
2	10,1	8,6	8,9
3	9,7	8,4	8,5
4	10,2	9,8	8,5

**12.** В таблице приведены данные о величине разрывной нагрузки в зависимости от наладки машины (фактор А) и партии сырья (фактор В). На уровне значимости  $\alpha = 0,05$  требуется выяснить, значимо или нет влияют факторы на величину разрывной нагрузки.

	$A_{11}$					$A_{12}$				
$B_{11}$	190	260	170	170	170	190	150	210	150	150
$B_{12}$	150	250	220	140	180	230	190	200	190	200
$B_{13}$	190	185	135	195	195	150	170	160	170	185

**АКР 2. Дисперсионный анализ**

**Задача 1.** Проведено по  $q = 5$  испытаний на каждом из  $p = 3$  уровней. Результаты приведены в таблице. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями.

№	Уровни фактора		
	1	2	3
1	52	36	43
2	49	42	51
3	45	48	44
4	44	37	47

5	34	37	34
---	----	----	----

**Задача 2.** Решить предыдущую задачу для значений в таблице

№	Уровни фактора		
	1	2	3
1	51	56	59
2	57	56	
3	55	54	
4	52	55	
5	51		
6	54		

## ТР 2. Проверка статистических гипотез

**Задача 1.** В ИДЗ «Корреляция и регрессия» берете найденный выборочный коэффициент корреляции и проверяете его на значимость, предварительно описав схему и правило проверки гипотезы. Принять  $\alpha = 0,05$ ,  $H_1 : r_b \neq 0$ .

**Задача 2.** Двумя методами проведены измерения одной и той же физической величины. Получены следующие результаты:

а) в первом случае 145, 133, 143, 121, 135, 132, 133, 148, 133, 134;

б) во втором случае 128, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 115, 120.

Можно ли считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений, если принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ ? Предполагается, что результаты измерений распределены нормально и выборки независимы.

**Задача 3.** Найдите выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла по данным ранга объектов выборки объема  $n = 10$ :

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	5	7	2	1	4	8	10	3	6	9.

Проверьте гипотезы о значимости выборочных коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, предварительно описав схему и правило проверки гипотезы [1, гл.19, §§25, 26; 2, гл. 13, §§13,14]. Принять  $\alpha = 0,05$ .

**Задача 4.** Для изучения количественного признака  $X$  из генеральной совокупности извлечена выборка  $x_1, \dots, x_n$  объема  $n$ , имеющая данное статистическое распределение.

1). Постройте полигон частот.

2). Постройте эмпирическую функцию распределения.

3). Постройте гистограмму относительных частот.

4). Найдите выборочное среднее  $\bar{x}$ , выборочную дисперсию  $D_B$ , выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_B$ , исправленную дисперсию  $s^2$  и исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ .

5). При данном уровне значимости  $\alpha$  проверьте по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

6). В случае принятия гипотезы о нормальном распределении найдите доверительные интервалы для математического ожидания  $a$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$  при данном уровне надежности  $\gamma = 1 - \alpha$ .

$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37
$n_i$	5	10	19	23	25	19	12	7

$\alpha = 0,01$

## Приложение 2

### Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
Способностью корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники (ОПК-2)		
Знать	Основные методы исследований, используемых в теории вероятностей и математической статистике  Определения основных понятий, называет их структурные характеристики  Основные законы, правила и определения процессов	Понятие о случайных событиях. Предмет теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Закон устойчивости относительных частот. Статистическая вероятность. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Аксиомы Колмогорова и следствия из них. Полная группа несовместных событий. Принцип практической уверенности. Теоремы сложения. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теоремы умножения. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины. Дискретные случайные величины, их законы, функции распределения. Плотность вероятности непрерывных случайных величин. Свойства плотности вероятности. Математическое ожидание и его свойства. Определение дисперсии, формула для вычисления. Свойства дисперсии. Мода, медиана, асимметрия и эксцесс. Нормальный закон распределения. Правило «трех сигм». Корреляционный момент и его свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Понятие о законе больших чисел. Теорема Бернулли. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее применения. Задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Точечные оценки неизвестных параметров распределения. Требования, предъявляемые к точечным оценкам. Статистические проверки статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода.  Понятие о критериях проверки статистических гипотез. Критерии значимости и критерии согласия.

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении. Выборочный коэффициент корреляции. Корреляционная зависимость, выборочные прямые регрессии. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.
Уметь	<p>Выделять главное, существенное при решении поставленных задач</p> <p>Обсуждать способы эффективного решения поставленных задач</p> <p>Распознавать эффективное решение от неэффективного</p> <p>Объяснять (выявлять и строить) типичные модели поставленных задач</p>	<p>1.Тема: Комбинаторика</p> <p>Задача 1. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?</p> <p>2.Формула Бернулли</p> <p>Задача 2: Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время <math>T</math>. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут:</p> <p>а) три элемента;</p> <p>б) не менее четырех элементов;</p> <p>в) хотя бы один элемент.</p> <p>3.Формула полной вероятности</p> <p>Задача 3. Из 1000 ламп 380 принадлежат к 1 партии, 270 – ко второй партии, остальные к третьей. В первой партии 4% брака, во второй - 3%, в третьей – 6%. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа – бракованная.</p> <p>4.Нормально распределенная случайная величина</p> <p>Задача 4. Автоматический токарный станок настроен на выпуск деталей со средним диаметром 2.00 см и со средним квадратическим отклонением 0.005 см. Действует нормальный закон распределения. Компания технического сервиса рекомендует остановить станок для технического обслуживания и корректировки в случае, если образцы деталей, которые он производит, имеют средний диаметр более 2.01 см, либо менее 1.99 см.</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		<p>1) Найти вероятность остановки станка, если он настроен по инструкции на 2.00 см.</p> <p>2) Если станок начнет производить детали, которые в среднем имеют слишком большой диаметр, а именно, 2.02 см, какова вероятность того, что станок будет продолжать работать?</p> <p>3) Производится измерение некоторой физической величины. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону распределения со среднеквадратическим отклонением, равным 10. Систематические ошибки измерения отсутствуют. (Это означает, что математическое ожидание ошибки равно нулю.) Найти вероятность того, что модуль ошибки измерения меньше 15.</p>
Владеет	<p>Практическим и навыками использования элементов теории вероятностей и математической статистики на других дисциплинах, на занятиях в аудитории</p> <p>Способами демонстрации умения анализировать ситуацию при решении предлагаемых задач</p> <p>Методами решения задач теории вероятностей и математической</p>	<p>Вариационный ряд, графическое изображение, характеристики</p> <p>ЗАДАНИЕ. Дан следующий вариационный ряд</p> <p><math>i</math> 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</p> <p><math>x</math> 1 1 2 2 4 4 4 5 5 5</p> <p>Требуется</p> <p>1) Построить полигон распределения</p> <p>2) Вычислить выборочную среднюю, дисперсию, моду, медиану.</p> <p>3) Построить выборочную функцию распределения</p> <p>4) Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.</p> <p>Критерий Пирсона, нормальное распределение</p> <p>Задание. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности <math>X</math> по результатам выборки:</p> <p><math>X</math> 0,3 0,5 0,7 0,9 1,1 1,3 1,5 1,7 1,9 2,1 2,3</p>

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
	<p>статистика</p> <p>Навыками и методиками обобщения результатов решения, экспериментальной деятельности</p>	<p>N 7 9 28 27 30 26 21 25 22 9 5</p> <p>Простая выборка</p> <p>Задание. Имеются данные средней выработки на одного рабочего Y (тыс. руб.) и товарооборота X (тыс. руб.) в 20 магазинах за квартал. На основе указанных данных требуется</p> <p>1) определить зависимость (коэффициент корреляции) средней выработки на одного рабочего от товарооборота,</p> <p>2) составить уравнение прямой регрессии этой зависимости.</p> <p>Коэффициент корреляции</p> <p>Задание. На основании 18 наблюдений установлено, что на 64% вес X кондитерских изделий зависит от их объема Y. Можно ли на уровне значимости 0,05 утверждать, что между X и Y существует зависимость?</p>

б) Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку «отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, высокий уровень знаний не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач:

дается комплексная оценка предложенной ситуации;

демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять;

последовательное, правильное выполнение всех практических заданий;

умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы.

– на оценку «хорошо» (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций:

дается комплексная оценка предложенной ситуации;

демонстрируются достаточные знания теоретического материала и умение их применять; но допускаются незначительные ошибки, неточности

выполнение всех практических заданий; возможны единичные ошибки, исправляемые самим обучающимся после замечания преподавателя;

затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку «удовлетворительно» (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций:

затруднения с комплексной оценкой предложенной ситуации;

неполное теоретическое обоснование, требующее наводящих вопросов преподавателя;

выполнение заданий при подсказке преподавателя;

затруднения в формулировке выводов.

– на оценку «неудовлетворительно» (2 балла и ниже) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации

неправильная оценка предложенной ситуации;

отсутствие теоретического обоснования выполнения заданий.