



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

04.03.2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

***ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА***

Направление подготовки (специальность)  
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль/специализация) программы  
Обогащение полезных ископаемых

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения  
заочная

|                     |  |
|---------------------|--|
| Институт/ факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра             | Прикладной математики и информатики      |
| Курс                | 1  |

Магнитогорск  
2021 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 21.05.04 Горное дело (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 987)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
09.02.2021, протокол № 8

Зав. кафедрой  Ю.А.Извсков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
04.03.2021 г. протокол № 7

Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:

Зав. кафедрой Геологии, маркшейдерского дела и обогащения полезных ископаемых

 И.А. Гришин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук  Е. М. Гугина

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. пед. наук  М. Б. Аркулис

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022 - 2023 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

## 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» являются:

ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами теории вероятностей и математической статистики,

ознакомление студентов с пакетами прикладных программ, направленными на решение вероятностных и статистических задач,

формирование компетенций, направленных на использование вероятностных и статистических методов при решении научных и прикладных задач по сбору, обработке, анализу и обмену данными например, в геолого-промышленной оценке запасов месторождений твердых полезных ископаемых и горных отводов, при проведении анализа затрат на реализацию технологических процессов при проектировании, строительстве и эксплуатации предприятий по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых и др. Особое внимание при этом уделяется развитию цифровых компетенций при работе с информацией и обработке данных (вводные компетенции, относящиеся к технологии Big Data).

## 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Изучение дисциплины базируется на знаниях и умениях, сформированных в результате изучения дисциплин

Высшая математика

Информатика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Анализ данных

Инвестиционный анализ и управление рисками

Экономика предприятия

Производственная научно-исследовательская работа

Экономика и менеджмент горного производства

Выполнение, подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции   |
|----------------|--|
| УК-1           | Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий   |
| УК-1.1         | Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними  |
| УК-1.2         | Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению |

|        |  |
|--------|--|
| УК-1.3 | Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения |
|--------|--|

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 6,4 акад. часов;
- аудиторная – 6 акад. часов;
- внеаудиторная – 0,4 акад. часов;
- самостоятельная работа – 133,7 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

– подготовка к зачёту – 3,9 акад. час

Форма аттестации - зачет

| Раздел/ тема дисциплины  | Курс | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) |           |             | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельной работы | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенции        |
|--|------|--|-----------|-------------|---------------------------------|----------------------------|---|------------------------|
|  |      | Лек.   | лаб. зан. | практ. зан. |                                 |                            |   |                        |
| 1. Случайные события   |      |  |           |             |                                 |                            |   |                        |
| 1.1 Элементы комбинаторики. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности   | 1    | 0,5  |           | 0,5         | 25,7                            | Выполнение РГР             | тестирование на образовательном портале                         | УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3 |
| 1.2 Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.  |      | 0,5  |           | 0,5         | 25                              | Выполнение РГР             | тестирование  | УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3 |
| Итого по разделу   |      | 1  |           | 1           | 50,7                            |                            |   |                        |
| 2. Случайные величины  |      |  |           |             |                                 |                            |   |                        |
| 2.1 Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения, функция распределения и плотность. Числовые характеристики случайных величин.                | 1    | 0,5  |           | 0,5         | 27                              | Выполнение РГР             | Тест  | УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3 |
| 2.2 Основные законы распределения случайных величин. Нормальный закон распределения.   |      |  |           |             | 17                              | Выполнение РГР             | Тест  | УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3 |
| 2.3 Системы случайных величин  |      |  |           |             | 10                              | Выполнение РГР             | Тест  | УК-1.1, УК-1.2,        |
| Итого по разделу   |      | 0,5  |           | 0,5         | 54                              |                            |   |                        |
| 3. Математическая статистика   |      |  |           |             |                                 |                            |   |                        |
| 3.1 Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение, эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Использование пакета STATISTIKA | 1    | 0,5  |           |             | 3                               | Выполнение РГР             | Защита РГР  | УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3 |

|                     |  |     |  |          |       |  |                       |                              |
|---------------------|--|-----|--|----------|-------|--|-----------------------|------------------------------|
| 3.2                 | Статистические точечные и интервальные оценки параметров распределения. Методы получения статистических оценок. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Использование пакета STATISTIKA  |     |  | 0,5      | 9     | Выполнение РГР   | Защита РГР            | УК-1.1,<br>УК-1.2,<br>УК-1.3 |
| 3.3                 | Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости и мощность критерия. Критерии значимости и критерии согласия. Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении. Использование пакета STATISTIKA |     |  | 1/0,6И   | 8     | Выполнение РГР   | Защита РГР            | УК-1.1,<br>УК-1.2,<br>УК-1.3 |
| 3.4                 | Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная корреляция, коэффициент корреляции. Использование пакета STATISTIKA   |     |  | 1/И      | 9     | Выполнение РГР   | Защита РГР            | УК-1.1,<br>УК-1.2,<br>УК-1.3 |
| Итого по разделу    |  | 0,5 |  | 2,5/1,6И | 29    |  |                       |                              |
| 4. Зачет            |  |     |  |          |       |  |                       |                              |
| 4.1                 | Подготовка к зачету  | 1   |  |          |       | Изучение рекомендованной литературы, подготовка к тестированию | Итоговое тестирование | УК-1.1,<br>УК-1.2,<br>УК-1.3 |
| Итого по разделу    |  |     |  |          |       |  |                       |                              |
| Итого за семестр    |  | 2   |  | 4/1,6И   | 133,7 |  | зачёт                 |                              |
| Итого по дисциплине |  | 2   |  | 4/1,6И   | 133,7 |  | зачет                 |                              |

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию ; «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии.

Организация образовательного процесса с применением специализированных



программных сред и технических средств работы с информацией (информационная среда университета MOODUS MOODLE).

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Коган, Е. А.. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е. А. Коган, А. А. Юрченко. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 250 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-014235-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1052969> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 271 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9888-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451059> (дата обращения: 04.06.2021).

### **б) Дополнительная литература:**

1. Ананьевский, С. М. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб:СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/940734> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
2. Березинец, И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике / И. В. Березинец ; Высшая школа менеджмента СПбГУ. — 9-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Высшая школа менеджмента, 2013 — 163 с. - ISBN 978-5-9924-0088-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/492718> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
3. Джабраилов, А. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебно-методическое пособие / Джабраилов А.Ш. - Волгоград:Волгоградский государственный аграрный университет, 2017. - 72 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1007877> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
4. Корчагин, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / В. В. Корчагин, С. В. Белокуров, Р. В. Кузьменко. - Воронеж : Воронежский институт ФЦИН России, 2019. - 162 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1086219> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
5. Постовалов, С. Н. Математическая статистика : конспект лекций / С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова, В. С. Карманов. - Новосибирск : НГПУ, 2014. - 140 с. - ISBN 978-5-7782-2531-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/546037> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.
6. Практикум по теории вероятностей: случайные события и величины / Ю.А. Костиков, А.В. Мокряков, В.Ю. Павлов и др. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 63 с. ISBN 978-5-16-103255-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/515183> (дата обращения: 04.06.2021). – Режим доступа: по подписке.

**в) Методические указания:**

1. Гугина Е.М. Лабораторный практикум по статистике с применением EXCEL: Метод. указ. для лабораторных работ по математической статистике.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009 – 40 с.

2. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

3. Савушкина Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. – 17 с.

4. Анисимов А.Л. Проверка статистических гипотез: Учебное пособие [Электронный ресурс] / А.Л. Анисимов. - М.: ФГУП НТИ «Информрегистр», 2018. – № 0321801318. Объем 1,18 Мб

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:****Программное обеспечение**

| Наименование ПО                           | № договора                   | Срок действия лицензии |
|---|------------------------------|------------------------|
| MS Windows 7 Professional(для классов)    | Д-1227-18 от 08.10.2018      | 11.10.2021             |
| MS Office 2007 Professional               | № 135 от 17.09.2007          | бессрочно              |
| 7Zip                                      | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| STATISTICA v.6                            | К-139-08 от 22.12.2008       | бессрочно              |
| MathCAD v.15 Education University Edition | Д-1662-13 от 22.11.2013      | бессрочно              |
| Браузер Mozilla Firefox                   | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| Браузер Yandex                            | свободно распространяемое    | бессрочно              |

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

| Название курса  | Ссылка  |
|---|---|
| Международная коллекция научных протоколов по различным отраслям знаний Springer Protocols                | <a href="http://www.springerprotocols.com/">http://www.springerprotocols.com/</a>                   |
| Международная база полнотекстовых журналов Springer Journals  | <a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>                                   |
| Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных научных изданий                        | <a href="http://scopus.com">http://scopus.com</a>   |
| Международная наукометрическая реферативная и полнотекстовая база данных научных изданий «Web of science» | <a href="http://webofscience.com">http://webofscience.com</a>                                       |
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова   | <a href="http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp">http://magtu.ru:8085/marcweb2/Default.asp</a>   |
| Российская Государственная библиотека. Каталоги   | <a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a> |
| Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам                                    | URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>                                      |
| Поисковая система Академия Google (Google Scholar)  | URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>                            |

|  |  |
|--|--|
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a> |
|--|--|

## **9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрена внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

**Задание: при решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).**

**Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)**

### Примерный вариант РГР (раздел – комбинаторика)

1. В первенстве страны по футболу участвуют 16 команд. Сколькими способами могут распределиться 3 медали (золотая, серебряная, бронзовая)?
2. В аудитории имеется 10 лампочек. Сколько существует разных способов ее освещения, при которых горит ровно 3 лампочки?
3. Сколькими способами можно распределить 10 различных задач по комбинаторике между 10 студентами?
4. В группе из 10 юношей и 15 девушек нужно выбрать делегацию из 5 человек. Сколькими способами это можно сделать, если: а) выбираются 2 юноши и 3 девушки, б) должны быть выбраны хотя бы две девушки?
5. Найдите коэффициент при  $x^2$  в разложении  $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^{11}$ .

### Примерный вариант РГР

#### раздел «Случайные события»

(исходные числовые данные по вариантам выдает преподаватель)

**Задача 1.** Бросаются две игральные кости. Определить вероятность того, что: а) сумма числа очков не превосходит  $N$ ; б) произведение числа очков не превосходит  $N$ ; в) произведение числа очков делится на  $N$ .

**Задача 2.** Имеются изделия  $n$  сортов, причем число изделий  $i$ -го сорта равно  $n_i$ ,  $i=1,2,3,4$ . Для контроля наудачу берутся  $m$  изделий. Определить вероятность того, что среди них  $m_1$  первосортных,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$  второго, третьего и четвертого сорта соответственно ( $\sum_{i=1}^4 m_i = m$ ).

**Задача 3.** Среди  $n$  лотерейных билетов  $k$  выигрышных. Наудачу взяли  $m$  билетов. Определить вероятность того, что среди них  $l$  выигрышных.

**Задача 4.** В лифт  $k$ -этажного дома сели  $n$  пассажиров ( $n < k$ ). Каждый независимо от других с одинаковой вероятностью может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Определить вероятность того, что а) все вышли на разных этажах; б) по крайней мере, двое сошли на одном этаже.

**Задача 5.** В круг радиуса  $R$  наудачу бросается точка. Определить вероятность того, что она попадет водну из двух непересекающихся фигур, площади которых равны  $S_1$  и  $S_2$  (фигуры лежат в круге).

**Задача 6.** В двух партиях  $k_1$  и  $k_2$  % доброкачественных изделий соответственно. Наудачу вбирают по одному изделию из каждой партии. Какова вероятность обнаружить среди них: а) хотя бы одно бракованное; б) два бракованных; в) одно доброкачественное и одно бракованное?

**Задача 7.** Вероятность того, что цель поражена при одном выстреле первым стрелком, равна  $p_1$ , вторым –  $p_2$ . Первый сделал  $n_1$ , второй –  $n_2$  выстрелов. Определить вероятность того, что цель не поражена.

**Задача 8.** Два игрока  $A$  и  $B$  поочередно бросают монету. Выигравшим считается тот, у кого раньше выпадет герб. Первый бросок делает игрок  $A$ , второй –  $B$ , третий –  $A$  и т.д.

1. Найти вероятность указанного ниже события.

Варианты 1-8. Выиграл  $A$  до  $k$ -го броска.

Варианты 9-15. Выиграл  $A$  не позднее  $k$ -го броска.

Варианты 16-23. Выиграл  $B$  до  $k$ -го броска.

Варианты 24-31. Выиграл  $B$  не позднее  $k$ -го броска.

2. Каковы вероятности выигрыша для каждого игрока при сколь угодно длительной игре?

**Задача 9.** Урна содержит  $M$  занумерованных шаров с номерами от 1 до  $M$ . Шары извлекаются по одному без возвращения. Рассматриваются следующие события:

$A$  – номера шаров в порядке поступления образуют последовательность  $1, 2, \dots, M$ ;

$B$  – хотя бы один раз совпадет номер шара и порядковый номер извлечения;

$C$  – нет ни одного совпадения номера шара и порядкового номера извлечения.

Определить вероятности событий  $A, B, C$ . Найти предельные значения вероятностей при  $M \rightarrow \infty$ .

**Задача 10.** Из 1000 ламп  $n_i$  принадлежит  $i$ -й партии,  $i=1,2,3$ ,  $\sum_{i=1}^3 n_i = 1000$ . В первой партии 6%, во второй – 5%, в третьей – 4% бракованных ламп. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа – бракованная.

### Примерный вариант РГР Раздел «Случайные величины»

1. Случайное отклонение размера детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами  $a$  и  $\sigma$ . Стандартными являются те детали, для которых отклонения от номинала лежат в интервале  $(a - \alpha, a + \alpha)$ . Запишите формулу плотности распределения и постройте график плотности распределения.

Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее  $\beta$  среди них была хотя бы одна стандартная?

$$a = 0,2, \quad \sigma = 0,1, \quad \alpha = 0,1, \quad \beta = 0,99.$$

2. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы:

$$f_1(x) = \begin{cases} c, & x \in [0; 4], \\ 0, & x \notin [0; 4], \end{cases} \quad f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-2)^2}{2}}.$$

Найдите  $M(2X + 5Y + 1)$ ,  $M(X - 3Y^2)$ ,  $D(2X - 3Y + 4)$ ,  $D(XY)$ .

Найдите законы распределения случайных величин  $Z_1 = 5X - 30$  и  $Z_2 = 5Y - 30$ .

3. Среднее значение длины детали равно 50 см, а дисперсия равна 0,1. Пользуясь неравенством Чебышева, оцените вероятность того, что приготовленная деталь окажется по своей длине не менее 49,5 и не более 50,5 см.

4. Закон распределения системы дискретных случайных величин  $(X, Y)$  задан таблицей. Найдите а) законы распределения составляющих, б) их математические ожидания и дисперсии, в) корреляционный момент и коэффициент корреляции  $r_{x,y}$ , г) вероятность попадания случайной величины  $(X, Y)$  в область  $D = \{-\infty < x < \infty, -1 < y < 3\}$ .

|                  |      |      |      |      |
|------------------|------|------|------|------|
| $X \backslash Y$ | 1    | 2    | 3    | 4    |
| -2               | 0,03 | 0,02 | 0,06 | 0,04 |
| 0                | 0,03 | 0,1  | 0,1  | 0,09 |
| 2                | 0,05 | 0,08 | 0,2  | 0,2  |

6. Задана плотность распределения  $f(x, y)$  системы двух случайных величин  $(X, Y)$ . Найдите а) коэффициент  $A$ , б)  $M(X)$  и  $M(Y)$ ,  $D(X)$  и  $D(Y)$ , в) корреляционный момент и коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

$$f(x, y) = \begin{cases} A(2x + y), & \text{в обл. } D, \\ 0, & \text{вне обл. } D. \end{cases} \quad D = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}.$$

7. Известно, что  $Y = 5X - 30$ ,  $M(X) = 4$ ,  $D(X) = 9$ . Найдите  $M(Y)$ ,  $D(Y)$ ,  $K_{xy}$ ,  $r_{xy}$ .

8. Известны законы распределения случайных величин  $X$ ,  $Y$
- $$f_1(x) = \begin{cases} c, & x \in [0; 4], \\ 0, & x \notin [0; 4], \end{cases}$$
- $$f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-2)^2}{2}}$$
- и  $r_{xy} = 0,6$ . Найдите  $M(Y^2 - 2XY + 5X - 2)$ ,  $D(X - 3Y + 4)$ .

**Примерный вариант РГР (раздел – Статистика)**

1. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$ , используя данные пяти наблюдений. Построить точки и выборочную линию регрессии.

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 2,3 | 3,5 | 3,9 | 4,9 | 6,4 |
| $y$ | 2,2 | 4,3 | 6,1 | 6,7 | 7,5 |

2. По корреляционной таблице построить эмпирические линии регрессии  $Y$  по  $X$ ,  $X$  по  $Y$  и обе выборочные прямые линейной регрессии. Вычислить коэффициент корреляции и корреляционное отношение.

|                  |   |    |    |    |
|------------------|---|----|----|----|
| $X \backslash Y$ | 1 | 2  | 3  | 4  |
| -2               | 3 | 2  | 6  | 4  |
| 0                | 3 | 10 | 10 | 9  |
| 2                | 5 | 8  | 20 | 20 |

3. Вычислите выборочные множественные и частные коэффициенты корреляции по найденным парным коэффициентам  $r_{12} = 0,71$ ,  $r_{13} = 0,28$ ,  $r_{23} = 0,51$ .

4 Для изучения количественного признака  $X$  из генеральной совокупности извлечена выборка  $x_1, \dots, x_n$  объема  $n$ , имеющая данное статистическое распределение.

- 1). Постройте полигон частот.
- 2). Постройте эмпирическую функцию распределения.
- 3). Постройте гистограмму относительных частот.
- 4). Найдите выборочное среднее  $\bar{x}$ , выборочную дисперсию  $D_b$ , выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_b$ , исправленную дисперсию  $s^2$  и исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ .
- 5). При данном уровне значимости  $\alpha$  проверьте по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.
- 6). В случае принятия гипотезы о нормальном распределении найдите доверительные интервалы для математического ожидания  $a$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$  при данном уровне надежности  $\gamma = 1 - \alpha$ .

|       |   |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|---|----|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 9 | 13 | 17 | 21 | 25 | 29 | 33 | 37 |
| $n_i$ | 5 | 10 | 19 | 23 | 25 | 19 | 12 | 7  |

$\alpha = 0,01$

5. По выборке объема  $n=35$  найден средний вес  $\bar{x} = 190$  г изделий, изготовленных на первом станке; по выборке объема  $m=40$  найден средний вес  $\bar{y} = 180$  г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии известны:  $D(X) = 70 \sigma^2$ ,  $D(Y) = 80 \sigma^2$ . Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе

- а)  $H_1 : M(X) \neq M(Y)$ ,  
б)  $H_1 : M(X) > M(Y)$ .

6. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 15$ :

143, 121, 135, 132, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 133, 148, 133, 134.

Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 55$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы: а)  $H_1 : \sigma^2 \neq 55$ , б)  $H_1 : \sigma^2 > 55$  или  $H_1 : \sigma^2 < 55$  в зависимости от полученного значения  $\sigma^2$ .

7. Найдите выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла по данным ранга объектов выборки объема  $n = 10$ :

|       |   |   |   |   |   |   |   |    |   |    |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|----|---|----|
| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 |
| $y_i$ | 7 | 6 | 5 | 4 | 1 | 2 | 3 | 10 | 8 | 9. |

Проверьте гипотезы о значимости выборочных коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, предварительно описав схему и правило проверки гипотезы.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Код индикатора   | Индикатор достижения компетенции  | Оценочные средства  |
|--|---|---|
| <b>УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</b> |   |   |
| УК-1.1   | Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними | <p>- расчетно-графическая работа (РГР) по разделам курса (примерный вариант представлен в Приложении 1).</p> <p>- Вопросы для подготовки к зачету:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.</li> <li>2. Основные понятия теории вероятностей: испытание, событие, вероятность события.</li> <li>3. Действия над событиями. Алгебра событий.</li> <li>4. Теоремы сложения и умножения вероятностей.</li> <li>5. Вероятность появления хотя бы одного события.</li> <li>6. Формула полной вероятности и формула Байеса.</li> <li>7. Схема Бернулли, формула Бернулли, наивероятнейшее число появлений события А в схеме Бернулли.</li> <li>8. Приближенные формулы в схеме Бернулли.</li> <li>9. Дискретная случайная величина и способы её задания. Функция распределения.</li> <li>10. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.</li> <li>11. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства. Среднее квадратическое отклонение.</li> <li>12. Непрерывная случайная величина. Свойства функции распределения.</li> <li>13. Плотность вероятности непрерывной случайной величины и её свойства.</li> <li>14. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.</li> <li>15. Равномерный и показательный законы распределения непрерывных случайных величин.</li> <li>16. Нормальный закон распределения и его свойства</li> <li>17. Понятие о законе больших чисел. Теорема Бернулли.</li> <li>18. Задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка.</li> <li>19. Статистическое распределение. Полигон и гистограмма.</li> <li>20. Эмпирическая функция распределения.</li> <li>21. Точечные оценки неизвестных параметров распределения. Требования, предъявляемые к точечным оценкам.</li> <li>22. Метод максимума правдоподобия для получения точечных оценок.</li> <li>23. Выборочная средняя и дисперсия.</li> <li>24. Интервальные оценки параметров распределения.</li> <li>25. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины.</li> <li>26. Доверительный интервал для среднего квадратического</li> </ol> |



| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции   | Оценочные средства  |
|----------------|--|---|
|                |  | <p>отклонения нормально распределенной случайной величины.</p> <p>27. Оценка вероятности биномиального распределения по относительной частоте.</p> <p>28. Статистические проверки статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода.</p> <p>29. Понятие о критериях проверки статистических гипотез. Критерии значимости и критерии согласия.</p> <p>30. Критическая область, уровень значимости, мощность критерия.</p> <p>31. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.</p> <p>32. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической нормальной дисперсией генеральной совокупности.</p> <p>33. Сравнение двух средних генеральных совокупностей.</p> <p>34. Сравнение выборочной средней с гипотетической нормальной средней генеральной совокупности.</p> <p>35. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события.</p> <p>36. Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении.</p> <p>37. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии.</p> <p>38. Выборочный коэффициент корреляции.</p> <p>39. Корреляционная зависимость, выборочные прямые регрессии.</p> <p>40. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.</p> <p>- Представить обзор сервисов, цифровых инструментов для визуализации, изучения свойств, анализа прикладных задач, решаемых средствами математической статистики<br/>– результат (скриншоты или ...) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.</p> |
| УК-1.2         | Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и | <p>- использует ресурсы интернета для просмотра, поиска, отбора, визуализации и анализа данных (открытые базы данных, порталы и сайты, напр. Росстат, TAdviser и др.).</p> <p><i>Оценочные средства достижение индикатора:</i></p> <p><b>Примерный вариант задания:</b></p> <p>Изучить (узнать) возможности сервисов, цифровых инструментов для визуализации, анализа прикладных задач, решаемых средствами математической статистики:</p> <p><b>Задача 1.</b> По выборке объемом <math>n=100</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Построить интервальный вариационный ряд.</li> <li>2) Построить графики: полигон частот; гистограмму относительных частот (графическую оценку плотности распределения); полигон накопленных относительных частот (эмпирическую функцию распределения).</li> <li>3) Определить выборочные характеристики распределения:</li> </ol>   |

| Код индикатора   | Индикатор достижения компетенции   | Оценочные средства  |                  |            |            |            |            |            |          |            |   |   |  |  |  |   |            |  |    |   |   |  |    |            |  |   |    |   |  |    |            |  |  |   |   |  |    |
|------------------|--|---|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------|------------|---|---|--|--|--|---|------------|--|----|---|---|--|----|------------|--|---|----|---|--|----|------------|--|--|---|---|--|----|
|                  | проектирует процессы по их устранению  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- выборочное среднее</li> <li>- выборочную дисперсию</li> <li>- выборочное среднее квадратическое отклонение</li> <li>- выборочный коэффициент асимметрии</li> <li>- выборочный эксцесс</li> <li>- выборочные моду и медиану</li> <li>- коэффициент вариации</li> </ul> <p>4) Исходя из полученных в ходе работы данных, охарактеризовать распределение исследуемого признака. Ответить на вопрос: каков смысл полученных характеристик? (в сноске ячейки с номером варианта --- в первой строке --- указано, какая характеристика измерена).</p> <p><b>Задача 2.</b> По данным задачи 1 выполнить следующие задания:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Проверить гипотезу о нормальном распределении случайной величины <math>X</math> с помощью критерия Пирсона (хи-квадрат) на 5% -ном уровне значимости;</li> <li>2) Построить теоретическую кривую нормального распределения гистограмме выборочных (эмпирических) частот.</li> <li>3) Записать формулу плотности распределения данных.</li> </ol> <p>Результат (скриншоты или ...) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.</p>  |                  |            |            |            |            |            |          |            |   |   |  |  |  |   |            |  |    |   |   |  |    |            |  |   |    |   |  |    |            |  |  |   |   |  |    |
| УК-1.3           | Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения | <p>Умеет решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной задачи, аргументировать свой выбор; строить простейшие математические модели реальных процессов и ситуаций; применять компьютерные математические программы для решения задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- обладает навыками отбора и обработки информации,</li> <li>- навыками и методиками обобщения результатов решения задач на основе теоретических положений теории вероятностей и математической статистики.</li> </ul> <p><b>Примерное задание</b></p> <p>Исследуется СВЯЗЬ между расходами по компании по добыче (разработке) сырья (<math>X</math>, тыс. руб.) и объемами продаж сырья перерабатывающим заводам (<math>Y</math>, тыс. руб.) и ЗАВИСИМОСТЬ объема продаж <math>Y</math> от расходов на добычу <math>X</math>. Сведения по 60 случайно отобраным компаниям сгруппированы в корреляционную таблицу</p> <table border="1" data-bbox="592 1686 1369 2105"> <thead> <tr> <th><math>Y \backslash X</math></th> <th>[0; 0,3)</th> <th>[0,3; 0,6)</th> <th>[0,6; 0,9)</th> <th>[0,9; 1,2)</th> <th>[1,2; 1,5)</th> <th><math>n_{xj}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>[0,9; 1,8)</th> <td>2</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3</td> </tr> <tr> <th>[1,8; 2,7)</th> <td></td> <td>11</td> <td>6</td> <td>1</td> <td></td> <td>18</td> </tr> <tr> <th>[2,7; 3,6)</th> <td></td> <td>1</td> <td>20</td> <td>2</td> <td></td> <td>23</td> </tr> <tr> <th>[3,6; 4,5)</th> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td>9</td> <td></td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table> | $Y \backslash X$ | [0; 0,3)   | [0,3; 0,6) | [0,6; 0,9) | [0,9; 1,2) | [1,2; 1,5) | $n_{xj}$ | [0,9; 1,8) | 2 | 1 |  |  |  | 3 | [1,8; 2,7) |  | 11 | 6 | 1 |  | 18 | [2,7; 3,6) |  | 1 | 20 | 2 |  | 23 | [3,6; 4,5) |  |  | 1 | 9 |  | 10 |
| $Y \backslash X$ | [0; 0,3)   | [0,3; 0,6)  | [0,6; 0,9)       | [0,9; 1,2) | [1,2; 1,5) | $n_{xj}$   |            |            |          |            |   |   |  |  |  |   |            |  |    |   |   |  |    |            |  |   |    |   |  |    |            |  |  |   |   |  |    |
| [0,9; 1,8)       | 2  | 1   |                  |            |            | 3          |            |            |          |            |   |   |  |  |  |   |            |  |    |   |   |  |    |            |  |   |    |   |  |    |            |  |  |   |   |  |    |
| [1,8; 2,7)       |  | 11  | 6                | 1          |            | 18         |            |            |          |            |   |   |  |  |  |   |            |  |    |   |   |  |    |            |  |   |    |   |  |    |            |  |  |   |   |  |    |
| [2,7; 3,6)       |  | 1   | 20               | 2          |            | 23         |            |            |          |            |   |   |  |  |  |   |            |  |    |   |   |  |    |            |  |   |    |   |  |    |            |  |  |   |   |  |    |
| [3,6; 4,5)       |  |   | 1                | 9          |            | 10         |            |            |          |            |   |   |  |  |  |   |            |  |    |   |   |  |    |            |  |   |    |   |  |    |            |  |  |   |   |  |    |

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции | Оценочные средства  |   |    |    |    |    |
|----------------|----------------------------------|---|---|----|----|----|----|
|                |                                  | [4,5; 5,4)  |   |    |    | 4  | 4  |
|                |                                  | [5,4; 6,3)  |   |    |    | 1  | 2  |
|                |                                  | пу  | 2 | 13 | 27 | 17 | 60 |
|                |                                  | <p>Требуется:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Построить диаграмму рассеяния выборки.</li> <li>2) Вычислить ковариацию и коэффициент корреляции.</li> <li>3) Проверить значимость линейного коэффициента корреляции при уровне значимости <math>\alpha=0,05</math>.</li> <li>4) Определить доверительный интервал и стандартную ошибку линейного коэффициента корреляции.</li> <li>5) Сделать вывод о силе и направлении связи расходов по добыче с объемами продаж.</li> <li>6) Найти уравнение линейной регрессии <math>Y</math> на <math>X</math>: <math>Y=b_0+b_1 X</math>; построить на графике поля корреляций линию регрессии.</li> <li>7) Вычислить коэффициент детерминации <math>R^2</math>.</li> <li>8) Проверить адекватность построенной модели исходным данным. Для этого проверить: <ul style="list-style-type: none"> <li>- значимость уравнения регрессии в целом (значимость коэффициента детерминации <math>R^2</math> по F-критерию Фишера;</li> <li>- значимость коэффициентов регрессии <math>b_0</math> и <math>b_1</math> с помощью критерия Стьюдента;</li> <li>- построить на уровне значимости <math>\alpha</math> доверительные интервалы для коэффициентов <math>b_0</math> и <math>b_1</math> уравнения регрессии.</li> </ul> </li> <li>9) Дать содержательную интерпретацию: <ul style="list-style-type: none"> <li>- коэффициентов регрессии <math>b_0</math> и <math>b_1</math>;</li> <li>- коэффициента детерминации;</li> <li>- качества модели на основании показателя <math>R^2</math> и относительной ошибки аппроксимации MAPE.</li> </ul> </li> <li>10) Рассчитать по построенной модели прогнозное значение объема продаж <math>Y_{пр}</math> для расходов по добыче, больших среднего значения <math>X</math> на 10%.</li> </ol> |   |    |    |    |    |

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в форме зачета и включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений.

**Показатели и критерии оценивания зачета:**

- для **сдачи зачета** обучающийся показывает сформированность компетенции УК-1, т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;
- **зачет не сдан**, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.