



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

14.02.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки (специальность)
03.03.02 Физика

Направленность (профиль/специализация) программы
Моделирование физических процессов и преподавание физики

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
очная

| | |
|---------------------|--|
| Институт/ факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра | Прикладной математики и информатики |
| Курс | 1, 2 |
| Семестр | 1, 2, 3 |

Магнитогорск
2022 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 03.03.02 Физика (приказ Минобрнауки России от 07.08.2020 г. № 891)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
08.02.2022 протокол № 7


Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕНС
04.02.2022 г. протокол № 6

Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:
Зав. кафедрой Физики

 М.Б. Арцуино

Рабочая программа составлена:
доцент кафедры ПМФИ, канд. физ.-мат. наук  Н.Н. Казина

Рецензент:
доцент кафедры ДТиП, канд. физ.-мат. наук  А.С. Файзитшейн

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ являются формирование профессиональных компетенций, необходимых для изучения основ теории дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, приобретение прочных вычислительных навыков решения задач из всех разделов математического анализа, а также для решения задач из других естественнонаучных курсов учебного плана данного направления.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Математический анализ входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дисциплина «Математический анализ» относится к блоку Б.1 базовой части комплекса математических и естественнонаучных дисциплин программы 03.03.02 – «Физика», и изучается студентами на 1 и 2 курсах (первый, второй и третий семестры).

Дисциплина «Математический анализ» изучается в числе первых дисциплин, относящихся к математическому циклу. Она использует знания и навыки, полученные в рамках школьной программы. Курс математического анализа является одной из основных, базисных дисциплин направления «Физика». Она изучается параллельно с «Алгеброй и геометрией» и обеспечивает возможность успешного изучения дисциплин: «Векторный и тензорный анализ», «Теория функций комплексного переменного», «Физика». Логическим продолжением этих дисциплин являются дисциплины, «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения».

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Линейная алгебра

Вычислительная физика

Учебная - ознакомительная практика

Дифференциальные уравнения

Математическое моделирование физических процессов

Методы математической физики

Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математический анализ» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции |
|----------------|--|
| ОПК-1 | Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности; |
| ОПК-1.1 | Способен использовать базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности |
| ОПК-1.2 | Способен применять различные способы и приёмы решения стандартных профессиональных задач на основе базовых знаний в |

| | |
|---------|--|
| | области физико-математических и естественных наук |
| ОПК-2 | Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные; |
| ОПК-2.1 | Способен планировать научные исследования физических объектов, явлений, систем и процессов. |
| ОПК-2.2 | Способен выполнять запланированные экспериментальные исследования физических объектов, явлений, систем и процессов |
| ОПК-2.3 | Способен составлять, обрабатывать и анализировать результаты экспериментальных и теоретических исследований, составлять отчеты. |

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц 432 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 292,2 акад. часов;
- аудиторная – 230 акад. часов;
- внеаудиторная – 62,2 акад. часов;
- самостоятельная работа – 32,7 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 107,1 акад. час

Форма аттестации - экзамен

| Раздел/ тема дисциплины | Семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) | | | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельной работы | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенции |
|---|---------|--|-----------|-------------|---------------------------------|---|---|---------------------------|
| | | Лек. | лаб. зан. | практ. зан. | | | | |
| 1. Раздел 1. Общие понятия о функции | | | | | | | | |
| 1.1 Тема 1.1. Определение функции. Способы задания функции: четность, нечетность, периодичность, возрастание, убывание, ограниченность, | 1 | 6 | | 6 | | Изучение материала. Составление конспекта. Решение задач. | Проверка конспектов. Проверка ИДЗ. Промежуточный зачет. | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1 |
| Итого по разделу | | 6 | | 6 | | | | |
| 2. Раздел 2. Предел функции и ее непрерывность | | | | | | | | |
| 2.1 Тема 2.1. Предел функции. Определение предела функции. Единственность предела функции. Свойства пределов функции. Предел монотонной функции. Предел композиции функций. Сравнение функций в окрестности заданной точки. Замечательные пределы. Тема 2.2. Непрерывность. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонние пределы и точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных | 1 | 12/10И | | 12/12И | | Изучение материала. Составление конспекта. Решение задач. | Проверка конспектов. Проверка ИДЗ. Промежуточный зачет. | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1 |
| Итого по разделу | | 12/10И | | 12/12И | | | | |

| | | | | | | | |
|---|----|--------|--------|------|---|---|---------------------------------|
| 3. Раздел Дифференциальное исчисление функций одной | 3. | | | | | | |
| 3.1 Тема 3.1. Производная и дифференциал. Определение производной и дифференциала. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Правила нахождения производных. Производная обратной и сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Тема 3.2. Основные теоремы дифференциального исчисления Дифференциальные теоремы о среднем: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Тема 3.3. Исследование функций. Признаки монотонности функций. Локальные экстремумы функций. Выпуклость и точки | 1 | 18 | 18 | 32,2 | Изучение материала. Составление конспекта. Решение задач. | Проверка конспектов. Проверка ИДЗ. Промежуточный зачет. | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1 |
| Итого по разделу | | 18 | 18 | 32,2 | | | |
| Итого за семестр | | 36/10И | 36/12И | 32,2 | | экзамен | |
| 4. Раздел исчисление функций одной перемен-ной | 4. | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|---|----|--|--------|------|---|---|---------------------------|
| <p>4.1 Тема 4.1. Неопределенный интеграл. Первообразная и её свойства. Неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Тема 4.2. Приёмы и методы интегрирования. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Интегралы, не берущиеся в элементарных функциях. Тема 4.3. Определенный интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функций. Свойства интегрируемых функций. Тема 4.4. Основные теоремы интегрального исчисления. Интегральная теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Тема 4.5. Применение определенного интеграла. Понятие площади и объема. Вычисление площадей. Площадь фигуры в полярных координатах. Вычисление длины кривой. Площадь поверхности вращения. Объем тел вращения. Физические приложения определенного интеграла.</p> | 2 | 34 | | 34/22И | 36,3 | Изучение материала. Составление конспекта. Решение задач. | Проверка конспектов. Проверка ИДЗ. Промежуточный зачет. | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1 |
| Итого по разделу | | 34 | | 34/22И | 36,3 | | | |
| Итого за семестр | | 34 | | 34/22И | 36,3 | | экзамен | |
| 5. Раздел 5. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных | | | | | | | | |

| | | | | | | | |
|--|---|---------|---------|------|---|---|---------------------------------|
| 5.1 Тема 5.1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | 3 | 18 | 27/20И | | | | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1 |
| Тема 5.2. Интегральное исчисление функций нескольких переменных | | | | | | | |
| Итого по разделу | | 18 | 27/20И | | | | |
| 6. Раздел 6. Ряды | | | | | | | |
| 6.1 Тема 6.1. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов | 3 | 18 | 27/14И | 14,2 | Изучение материала. Составление конспекта. Решение задач. | Проверка конспектов. Проверка ИДЗ. Промежуточный зачет. | ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1 |
| Тема 6.2. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды и их свойства. Разложение функций в степенные ряды. Приложения функциональных рядов. Тригонометрические ряды Фурье. | | | | | | | |
| Итого по разделу | | 18 | 27/14И | 14,2 | | | |
| Итого за семестр | | 36 | 54/34И | 14,2 | | экзамен | |
| Итого по дисциплине | | 106/10И | 124/68И | 82,7 | | экзамен | |

5 Образовательные технологии

При проведении занятий и организации самостоятельной работы студентов используются:

- Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические работы, контрольная работа и др.. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студентов в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации

- Интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Гурьянова К. Н. Математический анализ: учеб. Пособие / К.Н., Гурьянова, У.А. Алексеева, В.В. Бояршинов-Урал. федер. ун-т. - Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 330 с. - URL: http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/28697/1/978-5-7996-1340-2_2014.pdf. — Режим доступа: свободный

2. Дубровин В.Т. Лекции по математическому анализу: учебное пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. / В.Т. Дубровин. – Казань: Казан. ун-т, 2012. Ч.1. – 180 с.: илл. - URL: <https://kpfu.ru/docs/F471329804/kniga1.pdf>. — Режим доступа: свободный

3. Математика: учеб. пособие / Ю.М. Данилов, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева ; под ред. Л.Н. Журбенко, Г.А. Никоновой. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102130-9. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/989799>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Никитин А.А. Математический анализ: углубленный курс / А.А. Никитин, В.В. Фомичев. - 2-е изд., испр. и доп. учебник и практикум для академического бакалавриата. - Москва-Юрайт., 2019. - URL: <https://urait.ru/viewer/matematicheskiy-analiz-uglublennyy-kurs-450313#page/2/> - Режим доступа: свободный

2. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102288-7. – Текст:

электронный. – URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/989802>.— Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. (В 2-х частях) [Текст] / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - М.: Высшая школа, 1986-2009. ISBN: 978-5-488-02201-0. - более 1000 шт.

4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 2 — 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115730> (дата обращения: 06.10.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1.Дубровский, В.В.Введение в математический анализ: учебно-методический комплекс/В.В.Дубровский,Ю.А.Извеков,А.А.Родчиков[Самостоятельное ЭИ] № рег. свид. 31500 21.05.2013 N гос.рег. 0321302202.-0,9Мб

2.Бондаренко, Т.А.Ряды и их приложения/Т.А.Бондаренко,В.В.Дубровский,Г.А.Каменева,А.А.Родчиков[Самостоятельное ЭИ] рег. свид. №32701 06.08.2013 N гос.рег. 0321302202.-0,65Мб

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

| Наименование ПО | № договора | Срок действия лицензии |
|--|-------------------------|------------------------|
| MS Windows 7 Professional(для классов) | Д-1227-18 от 08.10.2018 | 11.10.2021 |
| 7Zip | свободно | бессрочно |
| MS Office 2007 Professional | № 135 от 17.09.2007 | бессрочно |
| FAR Manager | свободно | бессрочно |

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

| Название курса | Ссылка |
|--|---|
| Электронная база периодических изданий East View Information Services, | https://dlib.eastview.com/ |
| Поисковая система Академия Google (Google Scholar) | URL: https://scholar.google.ru/ |
| Российская Государственная библиотека. Каталоги | https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/ |
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова | https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru |

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Примерный перечень вопросов к экзамену в 1-м семестре

1. Действительные числа.
2. Способы задания и простейшие свойства функции.
3. Числовая последовательность. Монотонные последовательности. Предел последовательности.
4. Теорема о единственности предела последовательности.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Классификация бесконечно малых последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей.
6. Критерий существования предела последовательности на языке бесконечно малых.
7. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного последовательностей.
8. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип стягивающихся сегментов. Предел функции в точке.
9. Геометрическая интерпретация предела функции. Правила нахождения пределов функций. Теорема о пределе промежуточной функции.
10. Первый замечательный предел. Односторонние и бесконечно большие пределы функции.
11. Предел сложной функции. Число "е" и связанные с ним пределы.
12. Определения непрерывности функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Классификация точек разрыва функции и их геометрическая интерпретация.
13. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций.
14. Первая теорема Вейерштрасса.
15. Вторая теорема Вейерштрасса. Первая теорема Больцано-Коши.
16. Вторая теорема Больцано-Коши.
17. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.
18. Физический и геометрический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл и приближенные вычисления с помощью дифференциала.
19. Непрерывность дифференцируемой функции.
20. Производная суммы и разности функций.
21. Производная произведения функций. Производная частного двух функций. Производная сложной функции.
22. Производная обратной функции. Производная параметрически заданной функции.
23. Производная показательной функции. Производная логарифмической функции. Производная степенной функции.
24. Производные тригонометрических функций. Производные обратных тригонометрических функций.
25. Теорема Ролля.

26. Теорема Лагранжа.
27. Вычисление угла между двумя кривыми. Условие постоянства функции в интервале. Условие монотонности функции в интервале.
28. Экстремумы функции и их нахождение. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
29. Теорема Коши. Правило Лопиталья. Производные высших порядков и их приложения.
30. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора.
31. Формулы Тейлора для функций $y=e^x$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\ln(1+x)$

Примерный перечень вопросов к экзамену во 2-м семестре

1. Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Таблица основных неопределенных интегралов.
3. Интегрирование по частям и заменой переменной в неопределенном интеграле.
4. Типовые интегралы.
5. Схема интегрирования рациональных функций.
6. Интегрирование простейших иррациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
9. Аддитивная функция промежутка. Плотность. Суммы Дарбу и Римана. Интеграл Римана. Условия интегрируемости.
10. Свойства определенного интеграла.
11. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
12. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Приближенные вычисления определенного интеграла.
14. Интегрирование по частям и заменой переменной в определенном интеграле.
15. Вычисление площадей плоских фигур.
16. Вычисление объема тела вращения.
17. Вычисление длины дуги.
18. Вычисление момента инерции стержня.
19. Вычисление момента инерции кольца.
20. Вычисление работы переменной силы.
21. Несобственные интегралы.

Примерный перечень вопросов к экзамену с оценкой в 3-м семестре

1. Типы точек и множеств на плоскости и в пространстве.
2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
3. Свойства функций нескольких переменных непрерывных на замкнутом множестве.
4. Частные производные функций нескольких переменных.
5. Производная функции нескольких переменных по направлению.
6. Градиент функции нескольких переменных и его свойства.
7. Производная сложной функции нескольких переменных.
8. Производные высших порядков ФНП
9. Экстремумы функции нескольких переменных.

10. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла I рода.
11. Свойства и вычисление криволинейного интеграла I рода.
12. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла II рода.
13. Свойства и вычисление криволинейного интеграла II рода.
14. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
15. Свойства и вычисление двойного интеграла.
16. Приложения двойного интеграла.
17. Формула Грина
18. Лемма и теорема о независимости криволинейного интеграла 2-го рода от формы пути интегрирования
19. Тройной интеграл, его свойства и вычисление.
20. Поверхностные интегралы.
21. Общие понятия о числовом ряде.
22. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда.
23. Свойства сходящихся рядов.
24. Достаточное условие сходимости положительных рядов.
25. Признаки сравнения положительных рядов.
26. Признак Даламбера.
27. Признак Коши.
28. Интегральный признак Маклорена-Коши.
29. Признак Лейбница.
30. Теорема об абсолютно сходящемся ряде
31. Общие понятия о функциональном ряде.
32. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов.
33. Свойства равномерно сходящихся рядов.
34. Теорема Абеля.
35. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
36. Свойства степенных рядов.
37. Ряд Тейлора.
38. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
39. Приложения рядов Маклорена

Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 1-м семестре

I. ПРЕДЕЛЫ

Задание 1. Найти предел числовой последовательности:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 - (3+n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-n)^3 + (4+n)^3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^2 - (4+n)^2}{(5-n)^2 + (5+n)^2}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (3+n)^3}{(4-3n)^3 + (4+3n)^3}$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-2n)^2 - (3+2n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$$

Задание 2. Найти предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x+1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 3x - 2)}{x + x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 + x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$$

Задание 3. Найти предел функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(1+x))}$$

II. ПРОИЗВОДНАЯ

Задание 4. Найти производную функции:

1. $y = (x^3 + 4)/x^2$

2. $y = (x^2 - x + 1)/(x - 1)$

3. $y = 2/(x^2 + 2x)$

4. $y = 4x^2/(3 + x^2)$

5. $y = 12x/(x^2 + 9)$

Задание 5. Найти производную функции :

1. $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$

2. $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}$

3. $y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}$

4. $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$

5. $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$

Задание 6. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой x_0 :

1. $y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2$

2. $y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2$

3. $y = x - x^3$ $x_0 = -1$

4. $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32$, $x_0 = 4$

5. $y = x + \sqrt{x^3}$, $x_0 = 1$

Задание 7. Вычислить приближенно значение функции в точке x с помощью дифференциала функции:

1. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 7,76$

2. $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}$, $x = 1,012$

3. $y = (x + \sqrt{5 - x^2})/2$, $x = 0,98$

4. $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}$, $x = 0,97$

5. $y = x^{11}$, $x = 1,021$

Задание 8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

1. $y = 4x^2 + 1$, $[-2;3]$

2. $y = x^3 + 3x$, $[-4;2]$

3. $y = (x + 2)^2$, $[-1;4]$

4. $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}$, $[0;2]$

5. $y = x^{11}$, $[-1;2]$

Задание 9. Построить график функции с помощью производной функции первого порядка :

1. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$

2. $y = 3x - x^3$

3. $y = x^2(x-2)^2$

4. $y = (x^3 - 9x^2)/4 + 6x - 9$

5. $y = 2 - 3x^2 - x^3$

Задание 10. Найти производную третьего порядка функции:

1. $y = \lg(5x+2)$

2. $y = 4^{3x+2}$

3. $y = \sqrt{x}$

4. $y = 7^{5x+2}$

5. $y = 4/x$

Перечень практических заданий для подготовки к экзамену во 2-м семестре

III. ИНТЕГРАЛЫ

Задание № 11. Найти неопределенный интеграл

1. $\int (x + 3x^3 - 2)dx$

2. $\int (3x + 3x^{12} - 13x^{31})dx$

3. $\int (2x + 2x^6 - 5)dx$

4. $\int (23x + 3x^7 - 2x^3)dx$

5. $\int (x + 3x^5 - 2x^7)dx$

Задание № 12. Найти неопределенный интеграл

1.
$$\int (x + 3) \sin 2x dx$$

2.

3.
$$\int (5x + 8) \sin 9x dx$$

4.

$$\int (4x - 9) \sin 6x dx$$

5.
$$\int (x + 3) e^{4x} dx$$

Задание № 13. Найти неопределенный интеграл

1.
$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x + 5}{x + 3} dx$$

2.
$$\int \frac{x^3 + 6x^2 - 4x + 5}{x + 1} dx$$

3.
$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 - 4x - 3}{x + 5} dx$$

4.
$$\int \frac{7x^3 + 3x^2 - 4x + 8}{x - 4} dx$$

5.
$$\int \frac{2x^3 + 8x^2 - 4x + 4}{x - 8} dx$$

Задание № 14. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = (x - 2)^3; y = 4x - 8$

2. $y = (x - 2)^2; x = 4; y = 0$

3. $y = (x - 2)^2; y = 4x + 4; y = 0$

4. $y = (x + 3)^2; y = -x + 9; y = 0$

5. $y=(x-4)^2$; $x=0$; $y=0$

Задание № 15. Вычислить объем тела, полученного от вращения вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной линиями:

1. $y=(x-5)^2$; $x=0$; $y=0$

2. $y=(x-1)^3$; $x=0$; $y=0$

3. $y=(x-2)^2$; $y=4x+4$; $y=0$

4. $y=(x-2)^3$; $y=4x-8$

5. $y=(x-5)^3$; $y=125(x-1)$; $y=0$

6. $y=(x+6)^3$; $x=0$; $y=0$

Задание № 16. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах:

1. $\rho=3e^{3\varphi/4}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

2. $\rho=2e^{4\varphi/3}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

3. $\rho=5e^\varphi$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

4. $\rho=5e^{5\varphi/12}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

5. $\rho=6e^{12\varphi/5}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

6. $\rho=3e^{3\varphi/4}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$

7. $\rho=4e^{4\varphi/3}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$

8. $\rho=7e^\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$

9. $\rho=5e^{5\varphi/12}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$

10. $\rho=12e^{12\varphi/5}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$

Задание № 17. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$1. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$$

$$2. \int_{-2}^{-1} \frac{2dx}{\sqrt{x^2-6x-7}}$$

$$3. \int_3^{+\infty} \frac{dx}{4-x^2}$$

$$4. \int_4^5 \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2-3x-4}}$$

$$5. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x}$$

Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 3-м семестре

V. РЯДЫ

Задание № 24. Исследовать на сходимость ряд

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^3 + 3n + 5}{n^4 + 7n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$$

Задание № 25. Исследовать на сходимость ряд

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+2n)^n}{(2+n)^{n+2}}$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5+2n)^n}{(2+n)^n}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$$

Приложение 2

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

В качестве промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» студенты сдают в каждом семестре (1, 2, 3) экзамен.

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции | Оценочные средства |
|---|--|--|
| ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности | | |
| ОПК-1.1 | Способен использовать базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности | <p>Примерный перечень вопросов к экзамену в 1-м семестре</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Действительные числа. 2. Способы задания и простейшие свойства функции. 3. Числовая последовательность. Монотонные последовательности. Предел последовательности. 4. Теорема о единственности предела последовательности. 5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Классификация бесконечно малых последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. 6. Критерий существования предела последовательности на языке бесконечно малых. 7. Теорема о пределе суммы, разности, произведения и частного последовательностей. 8. Теорема о пределе промежуточной последовательности. Принцип стягивающихся сегментов. Предел функции в точке. 9. Геометрическая интерпретация предела функции. Правила нахождения пределов функций. Теорема о пределе промежуточной функции. 10. Первый замечательный предел. Односторонние и бесконечно большие пределы функции. 11. Предел сложной функции. Число "е" и связанные с ним пределы. 12. Определения непрерывности функции в точке. Свойства непрерывных функций в точке. Классификация точек разрыва функции и их геометрическая интерпретация. 13. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного непрерывных функций. |

| | | |
|---------|---|---|
| | | <p>14. Первая теорема Вейерштрасса.</p> <p>15. Вторая теорема Вейерштрасса.</p> <p>Первая теорема Больцано-Коши.</p> <p>16. Вторая теорема Больцано-Коши.</p> <p>17. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.</p> <p>18. Физический и геометрический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл и приближенные вычисления с помощью дифференциала.</p> <p>19. Непрерывность дифференцируемой функции.</p> <p>20. Производная суммы и разности функций.</p> <p>21. Производная произведения функций. Производная частного двух функций. Производная сложной функции.</p> <p>22. Производная обратной функции. Производная параметрически заданной функции.</p> <p>23. Производная показательной функции. Производная логарифмической функции. Производная степенной функции.</p> <p>24. Производные тригонометрических функций. Производные обратных тригонометрических функций.</p> <p>25. Теорема Ролля.</p> <p>26. Теорема Лагранжа.</p> <p>27. Вычисление угла между двумя кривыми. Условие постоянства функции в интервале. Условие монотонности функции в интервале.</p> <p>28. Экстремумы функции и их нахождение. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <p>29. Теорема Коши. Правило Лопиталья. Производные высших порядков и их приложения.</p> <p>30. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора.</p> <p>31. Формулы Тейлора для функций $y=e^x$, $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\ln(1+x)$</p> |
| ОПК-1.2 | Способен применять различные способы и приёмы решения стандартных профессиональных задач на основе базовых знаний в области физико-математических и естественных наук | <p>Примерный перечень вопросов к экзамену во 2-м семестре</p> <p>32. Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства.</p> <p>33. Таблица основных неопределенных интегралов.</p> <p>34. Интегрирование по частям и заменой переменной в неопределенном интеграле.</p> <p>35. Типовые интегралы.</p> <p>36. Схема интегрирования рациональных функций.</p> <p>37. Интегрирование простейших иррациональных функций.</p> |

38. Интегрирование тригонометрических функций.
39. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
40. Аддитивная функция промежутка. Плотность. Суммы Дарбу и Римана. Интеграл Римана. Условия интегрируемости.
41. Свойства определенного интеграла.
42. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
43. Формула Ньютона-Лейбница.
44. Приближенные вычисления определенного интеграла.
45. Интегрирование по частям и заменой переменной в определенном интеграле.
46. Вычисление площадей плоских фигур.
47. Вычисление объема тела вращения.
48. Вычисление длины дуги.
49. Вычисление момента инерции стержня.
50. Вычисление момента инерции кольца.
51. Вычисление работы переменной силы.
52. Несобственные интегралы.

Примерный перечень вопросов к экзамену в 3-м семестре

53. Типы окрестностей точек и множеств на плоскости и в пространстве.
54. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
55. Свойства функций нескольких переменных непрерывных на замкнутом множестве.
56. Частные производные функции нескольких переменных.
57. Производная функции нескольких переменных по направлению.
58. Градиент функции нескольких переменных и его свойства.
59. Производная сложной функции нескольких переменных.
60. Производные высших порядков ФНП
61. Экстремумы функции нескольких переменных.
62. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла I рода.
63. Свойства и вычисление криволинейного интеграла I рода.
64. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла II рода.
65. Свойства и вычисление криволинейного интеграла II рода.
66. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
67. Свойства и вычисление двойного интеграла.
68. Приложения двойного интеграла.
69. Формула Грина

| | | |
|--|--|--|
| | | <p>70. Лемма и теорема о независимости криволинейного интеграла 2-го рода от формы пути интегрирования</p> <p>71. Тройной интеграл, его свойства и вычисление.</p> <p>72. Поверхностные интегралы.</p> <p>73. Общие понятия о числовом ряде.</p> <p>74. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда.</p> <p>75. Свойства сходящихся рядов.</p> <p>76. Достаточное условие сходимости положительных рядов.</p> <p>77. Признаки сравнения положительных рядов.</p> <p>78. Признак Даламбера.</p> <p>79. Признак Коши.</p> <p>80. Интегральный признак Меклорена-Коши.</p> <p>81. Признак Лейбница.</p> <p>82. Теорема об абсолютно сходящемся ряде</p> <p>83. Общие понятия о функциональном ряде.</p> <p>84. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов.</p> <p>85. Свойства равномерно сходящихся рядов.</p> <p>86. Теорема Абеля.</p> <p>87. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.</p> <p>88. Свойства степенных рядов.</p> <p>89. Ряд Тейлора.</p> <p>90. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.</p> <p>91. Приложения рядов Маклорена</p> |
| <p>ОПК-2: Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные</p> | | |
| <p>ОПК-2.1</p> | <p>Способен планировать научные исследования физических объектов, явлений, систем и процессов.</p> | <p>Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 1-м семестре</p> <p style="text-align: center;">I. ПРЕДЕЛЫ</p> <p>Задание 1. Найти предел числовой последовательности:</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 - (3+n)^2}{(4-n)^2 + (4+n)^2}$ <p>Задание 2. Найти предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$ |

Задание 3. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$

II. ПРОИЗВОДНАЯ

Задание 4. Найти производную функции:

$$y = (x^3 + 4) / x^2$$

Задание 5. Найти производную функции:

$$y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$$

Задание 6. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой x_0 :

$$1. y = (4x - x^2) / 4, \quad x_0 = 2$$

Задание 7. Вычислить приближенно значение функции в точке x с помощью дифференциала функции:

$$1. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76$$

Задание 8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

$$1. y = 4x^2 + 1, \quad [-2; 3]$$

Задание 9. Построить график функции с помощью производной функции первого порядка:

$$1. y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$$

Задание 10. Найти производную третьего порядка функции:

$$1. y = \lg(5x + 2)$$

| | | |
|---------|--|--|
| ОПК-2.2 | Способен выполнять запланированные экспериментальные исследования физических объектов, явлений, систем и процессов | <p>Перечень практических заданий для подготовки к экзамену во 2-м семестре</p> <p style="text-align: center;">III. ИНТЕГРАЛЫ</p> <p>Задание № 11. Найти неопределенный интеграл</p> $\int (x + 3x^3 - 2) dx$ <p>Задание № 12. Найти неопределенный интеграл</p> $\int (x + 3)e^{4x} dx$ <p>Задание № 13. Найти неопределенный интеграл</p> $\int \frac{2x^3 + 8x^2 - 4x + 4}{x - 8} dx$ <p>Задание № 14. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:</p> $y = (x - 2)^3; \quad y = 4x - 8$ <p>Задание № 15. Вычислить объем тела, полученного от вращения вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной линиями:</p> $y = (x - 5)^2; \quad x = 0; \quad y = 0$ <p>Задание № 16. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах:</p> $\rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ <p>Задание № 17. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость</p> |
|---------|--|--|

| | | |
|---------|--|---|
| | | $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$ <p style="text-align: center;">IV. РЯДЫ</p> <p>Задание № 18. Исследовать на сходимость ряд</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^2 + 2n + 5}{7n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$ <p>Задание № 19. Исследовать на сходимость ряд</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$ |
| ОПК-2.3 | Способен составлять и обрабатывать результаты экспериментальных и теоретических исследований, составлять отчеты. | <p>Перечень практических заданий для подготовки к экзамену в 3-м семестре</p> <p>Определить способ решения задач и применить его:</p> <p>1. Найти предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$ <p>2. Найти производную функции :</p> $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$ <p>3. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке с абсциссой x_0:</p> $y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2$ |

| | | |
|--|--|---|
| | | <p>4.Найти неопределенный интеграл</p> $\int (x + 3)e^{4x} dx$ <p>5.Исследовать на сходимость ряд</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{n^5 + 3n^3 + 6n^2 + 7}$ |
|--|--|---|

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Показатели и критерии оценивания экзамена:

Критериями успешного освоения программы курса являются:

- умение интерпретировать понятия и утверждения, применять к решению задач изученную теорию;
- усвоение методов и приемов решения основных задач дисциплины;
- приобретение навыков работы с наиболее часто встречающимися объектами математического анализа.
- знание основных теоретических положений, формулировок и доказательств ряда теорем.

Показатели и критерии оценивания знаний студента по дисциплине экзамене:

- на оценку **«отлично»** – студент должен показать высокий уровень знаний не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам, оценки и вынесения критических суждений;
- на оценку **«хорошо»** – студент должен показать знания не только на уровне воспроизведения и объяснения информации, но и интеллектуальные навыки решения проблем и задач, нахождения уникальных ответов к проблемам;
- на оценку **«удовлетворительно»** – студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения простых задач;
- на оценку **«неудовлетворительно»** – студент не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.