



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИИСт
И.Ю. Мезин

14.02.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки (специальность)

23.05.04 Эксплуатация железных дорог

Направленность (профиль/специализация) программы

23.05.04 Промышленный транспорт

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения

заочная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1

Магнитогорск
2022 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 23.05.04 Эксплуатация железных дорог (приказ Минобрнауки России от 27.03.2018 г. № 216)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
08.02.2022, протокол № 7

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
14.02.2022 г. протокол № 6

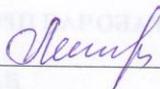
Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:

Зав. кафедрой Логистика и управление транспортными системами

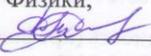
 С.Н. Корнилов

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук  Е.В. Сергеева

Рецензент:

доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук

 Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Математика» является привитие навыков использования математических методов исследования и основ математического моделирования в будущей профессии по инженерному обеспечению деятельности человека в недрах Земли при эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов различного назначения.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Высшая математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания и умения, сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объёме программы средней школы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Физика

Теоретическая механика

Соппротивление материалов

Прикладная механика

Электротехника

Теория вероятностей и математическая статистика

Анализ данных

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Высшая математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен решать инженерные задачи в профессиональной деятельности с использованием методов естественных наук, математического анализа и моделирования
ОПК-1.1	Владеет навыками использования современных информационных технологий для повышения квалификации профессиональной деятельности
ОПК-1.2	Применяет математические и естественнонаучные знания в профессиональной деятельности
ОПК-1.3	Моделирует процессы функционирования систем промышленного транспорта для решения конкретных инженерных задач

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц 180 академических часов, в том числе:

- контактная работа – 8,6 академических часов;
- аудиторная – 6 академических часов;
- внеаудиторная – 2,6 академических часов;
- самостоятельная работа – 162,7 академических часов;
- в форме практической подготовки – 0 академических часов;
- подготовка к экзамену – 8,7 академических часов

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в академических часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Элементы линейной алгебры								
1.1 Линейная алгебра: Матрицы и действия над ними. Определители квадратных матриц, ранг матрицы, обратная матрица. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы.	1			1	20	подготовка к практическим занятиям, самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР №1 «Матрицы. Определители. Системы»	аудиторная контрольная работа (АКР) №1 РГР №1	
Итого по разделу				1	20			
2. Введение в математический анализ								
2.1 Предел и непрерывность функции одной переменной	1			1	20	- подготовка к практическому занятию, - составление учебной карты «Вычисление пределов»	тестирование	
Итого по разделу				1	20			
3. Дифференциальное исчисление функции одной и многих переменных								
3.1 Определение производной функции в точке. Дифференциал, его геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и таблица производных.	1				20	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение РГР № 2 «Дифференциальное исчисление ФОП и ФНП»	РГР №2; тестирование	

3.2 Производные и дифференциалы высших порядков. Осн. теоремы дифференциального исчисления. Формула Тейлора. Правило Лопитала				20	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР № 2	РГР №2	
3.3 Применение производной и дифференциала: при исследовании функций и вычислении приближенных значений				20	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР № 2	РГР №2	
3.4 Дифференцирование ФНП: понятие частных производных, полного дифференциала, экстремум ФНП, элементы теории поля	2		2	2	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР № 2	- РГР №2, - тестирование	
Итого по разделу	2		2	62			
4. Интегральное исчисление функции одной переменной							
4.1 Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов от основных элементарных функций				2	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3 «Неопределенный, определенный и несобственный интеграл»	- РГР №3; - тестирование	
4.2 Основные методы интегрирования. Методы непосредственного интегрирования. Интегрирование заменой переменной и по частям				20	подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	
4.3 Основные методы интегрирования. Интегрирование дробей	1			19	-подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3, - тестирование	
4.4 Основные методы интегрирования. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений					- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	
4.5 Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства. Методы интегрирования. Приложения.				9,3	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	
4.6 Несобственные интегралы. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости.				6,4	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	
Итого по разделу				56,7			

5. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ): ДУ 1-го и высших порядков. Основные понятия, методы решения. Системы ДУ первого порядка.							
5.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ): ДУ 1-го и высших порядков. Основные понятия, методы решения. Системы ДУ первого	1			4	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №4	- РГР №4; - тестирование	
Итого по разделу				4			
Итого за семестр	2		4	162,7		экзамен	
Итого по дисциплине	2		4	162,7		экзамен	

5 Образовательные технологии

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета MOODUS MOODLE).

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Шипачев В. С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-16-101787-6. - Текст: электронный. - URL:

<https://new.znaniium.com/catalog/product/990716> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Ячменев, Л. Т. Высшая математика : учебник / Л. Т. Ячменёв. - Москва : РИОР : Инфра-М, 2020. - 752 с. - (Высшее образование; Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01032-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znaniium.com/catalog/product/1056564> (дата обращения: 28.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

б) Дополнительная литература:

1. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102288-7. — Текст: электронный. — URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/98980> 2.— Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051> (дата обращения: 28.06.2022).- Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 2 — 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115730> (дата обращения: 28.06.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Шипачев В. С. Задачник по высшей математике: учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 10-е изд., стереотип. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 304 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-101831-6. — Текст: электронный. — URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/1042456> (дата обращения: 28.06.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методические указания для студентов – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 12 с.

2. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.

3. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

4. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.

5. Маяченко Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 20 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
-----------------	------------	------------------------

MS Office 2007	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно	бессрочно
FAR Manager	свободно	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Информационная система - Единое окно доступа к информационным	URL: http://window.edu.ru/
Электронная база периодических изданий East View Information	https://dlib.eastview.com/
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база	http://scopus.com
Международная база полнотекстовых журналов Springer Journals	http://link.springer.com/
Международная база справочных изданий по всем отраслям знаний	http://www.springer.com/references
Международная реферативная база данных по чистой и прикладной	http://zbmath.org/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Доска, мультимедийный проектор, экран, Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и/или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся.

Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение задач на практических занятиях.

Примерные варианты расчетно-графических работ (РГР):

РГР № 1. «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии в приложениях к прикладным задачам добывающей промышленности»

Задание №1 (уровень компетенции – «знать», «уметь»). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

Задача 1. Найдите произведение матриц

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \\
 3) \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad 4) \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot (4 \ 2 \ 0), \\
 5) \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad 6) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{array}$$

Задача 2. Вычислите определители

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}, \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 5 & 10 & -1 \\ 0 & 4 & 7 \end{vmatrix}, \quad 3) \begin{vmatrix} 11 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 6 \\ -2 & -7 & 2 \end{vmatrix}, \\
 4) \begin{vmatrix} 1 & 14 & -8 \\ 5 & 0 & -4 \\ 2 & -7 & 2 \end{vmatrix}, \quad 5) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}.
 \end{array}$$

Задача 3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите

1) A_{12} , 2) A_{24} , 3) $\det A$, 4) придумайте самостоятельно определитель 6-го порядка и также вычислите его.

Задача 4. Найдите обратные для матриц

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad 3) A = \begin{pmatrix} 2.1 & -3.4 & 5.2 \\ -5.8 & 6.7 & 8.1 \\ 6.3 & 3.2 & 4.1 \end{pmatrix}$$

и проверить, что $AA^{-1} = E$.

Задача 5. Решите систему а) матричным способом и б) по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -7, \\ 3x + 2y + 5z = 6, \\ 4x + 3y + z = 1. \end{cases}$$

Задача 6. Решите системы методом Гаусса, указывая в каждом случае ранги матриц A и (A/B) . В однородных системах выпишите фундаментальную систему решений там, где она есть.

$$1. \begin{cases} 2x + 4y + 3z = 5, \\ -x + 2z = -3, \\ 6x + 5y + z = 21. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 3x + 7y - 3z = 14, \\ x + 3y + 4z = 2, \\ 2x + 8y + 23z = -4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 3y - 2z = 5, \\ 2x + 5y - 4z = 8, \\ 4x + 11y - 8z = 3. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ -x + 3y + z = 0, \\ 2x + 5y + 3z = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3.4x + 5.3y + 6.1z = 9.2 \\ 6.4x + 2.5y + 8.1z = 3.4 \\ 7.2x + 6.2y + 6.9z = 8.2 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 10x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача 7. Определить тип и построить линию на плоскости и поверхность в пространстве:

А) $x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$,

Б) $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$,

В) $y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$.

Г) Определить тип поверхности и построить:

$$1. z = 4 - x^2; \quad 2. \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1; \quad 3. \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1; \quad 4. \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = -1; \quad 5. \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25}; \quad 6. x^2 - y^2 = z.$$

Задача 8. Постройте кривую в полярной системе координат по точкам с шагом $\Delta\varphi = \frac{\pi}{8}$

$$\rho = 4 + 2 \cos 2\varphi.$$

Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)

1. Предприятие выпускает m видов изделий с использованием k видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей $A_{m \times k}$. Стоимость единицы сырья задана матрицей C . Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска Q и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц A , C , Q .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = (2 \quad 3 \quad 1 \quad 5) \quad Q = (200 \quad 350 \quad 100).$$

2. Имеется n отраслей промышленности, каждая из которых производит свою продукцию. Часть ее идет на внутривыпускное потребление данной отраслью и другими отраслями, а другая Y (конечный продукт) предназначена для личного и

общественного потребления. Пусть x_i – общий (валовой) объем продукции i –й отрасли ($i = \overline{1, n}$); x_{ij} – объем продукции i –й отрасли, потребляемой j –й отраслью в процессе производства ($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$).

В таблице задан баланс n отраслей промышленности за некоторый промежуток времени.

Построить матрицу прямых затрат $A=(a_{ij})_{m \times n}$, где a_{ij} – коэффициенты прямых затрат (доли продукции i –й отрасли, идущих на производство единицы продукции j –й отрасли) и выяснить, является ли она продуктивной. Найти матрицу полных затрат. Найти X_1 – объем валовой продукции каждой отрасли, если конечный продукт должен быть Y_1 . Указать необходимый процент увеличения валовой продукции по каждой отрасли.

Отрасли	Потребление			Валовой выпуск X	Конечный продукт Y_1
	1	2	3		
3. 1	4. 5	5. 10	6. 15	7. 100	8. 60
9. 2	10. 10	11. 10	12. 20	13. 100	14. 80
15. 3	16. 15	17. 5	18. 10	19. 50	20. 30

3. Фирма «Союз» обеспечивает доставку видео- и аудиокассет с четырех складов, расположенных в разных точках города, в четыре магазина. Запас кассет, имеющихся на складах, объемы заказов магазинов и тарифы на доставку представлены в таблице.

Склады	Магазины				Запасы, тыс. шт.
	№1	№2	№3	№4	
Склад №1	2	6	4	3	120
Склад №2	5	1	9	2	240
Склад №3	3	2	2	6	80
Склад №4	4	5	10	3	60
Заказы, тыс. шт.	190	170	110	30	

Определите объемы перевозок, обеспечивающие фирме минимальные затраты.

РГР №2 «Методы дифференциального исчисления функции одной и многих переменных при решении задач прикладного характера»

Задание №1 (знания и умения). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти производные и дифференциалы первого порядка

1) $y = \frac{7 \cos x}{5x + 1},$

2) $y = (2 + 5x)^4 - 3 \cos 7x,$

3) $y = \frac{7}{3} - 4x \cdot \arcsin x,$

4) $y = (\cos x)^{\lg x}.$

2. Найти производную функции, заданной неявно $e^y - 5xe^x - 2xy + 11 = 0.$

3. Найти производную функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = 3 \cos t - 5, \\ y = 4t^3 + 5. \end{cases}$

4. Найти производные первого порядка функции $y = x^2 e^{2x}.$

5. Найдите $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2 y}{dx^2}$ функций: а) $\begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2; \end{cases}$ б) $y = 5^{\sqrt{x}}.$

6. Напишите уравнение касательной к параболе $y = x^2 - 4x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$. Постройте график и касательную.

7. Постройте график данной функции. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке: $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7, \quad x \in [-2; 2].$

8. Постройте график функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$ и исследуйте её на экстремум.

9. Постройте график функции и укажите по графику её асимптоты: $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}.$

10. Проведите полное исследование функции с помощью построенного предварительно графика $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$

11. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением $s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3$, где s — путь в м, а t — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени $t = 4с$.

Функции нескольких переменных:

1. Построить функцию, выяснив её область определения $z = \frac{\ln(1-x^2-y^2)}{1-\sqrt{y}}.$

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

А) $z = x^{\frac{1}{y}} \quad (1;1)$

Б) $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \quad (1;1).$

3. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если $u = xy + \sin(x+y).$

4. Вычислить приближённо $\sqrt{5 \cdot e^{0,02} + 2,03^2}$.

5. Построить поверхность. Найти экстремумы функции $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 2$.

6. Найти экстремальное значение функции $z = 2x + y - y^2 - x^2$ при условии $x + 2y = 1$.

7. Найти наибольшее значение функции в заданной области:

$$\text{А) } z = x - 2y + 5 \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1; \end{cases} \quad \text{Б) } z = \ln(x^2 + y^2) \quad \begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)

1. Завод выпускает спичечные коробки. Расходы на производство одного коробка 1 руб, а цена продажи равна 5 руб. Сколько нужно производить коробков, чтобы прибыль была наибольшей, если t работников завода может производить в месяц $N = -(t-10)^2 + 500$ коробков.
2. Расходы на производство y автомобилей составляют $Q = 0,5y^2 + y + 7$ миллионов рублей в месяц. Если продавать каждый автомобиль за S тысяч рублей, то при продаже всех произведенных за месяц автомобилей завод получит доход $S \cdot y$, а заработает на этом прибыль (доходы минус расходы) - $S \cdot y - Q$. Какую наименьшую цену продажи S нужно установить, чтобы за 3 месяца завод получил прибыль 75 миллионов рублей?
3. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

(Источник: https://shkolkovo.net/catalog/slozhnye_zadachi_prikladnogo_haraktera_naibolshego_na_imenshego_znacheniya_velichiny/page-2

© shkolkovo.net)

4. Решить графическим методом задачу на нахождение оптимального значения функции (плана добычи полезных ископаемых):

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

5. Задана таблица значений x и y и указан вид зависимости $y = f(x, a, b)$.

Найдите параметры a и b , используя метод наименьших квадратов.

$$f(x, a, b) = ax^2 + b$$

x	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
y	2,3	2,5	5,8	9,8	10,6

РГР №3 «Методы интегрального исчисления при решении прикладных задач»

Задание (уровень компетенции – «знать», «уметь»). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1). Вычислить неопределенные интегралы

$$\begin{aligned}
 & 1. \int \left(\frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}}{5} + 1 \right) dx \quad 2. \int \left(\frac{2}{3+x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x^2-3}} \right) dx \quad 3. \int \left(\frac{3}{\sqrt{2-7x}} - \frac{4}{\sin\left(\frac{2x}{5}-1\right)} \right) dx \\
 & 4. \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 6}{\sin^2 x} dx \quad 5. \int x(3x^2+1)^4 dx \quad 6. \int \frac{2x-1}{x^2+2x+10} dx \quad 7. \int \sqrt{1-e^x} e^x dx \\
 & 8. \int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx, \quad 9. \int x e^{-3} dx, \quad 10. \int \frac{dx}{x(x^2+1)}, \quad 11. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}}, \\
 & 12. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}, \quad 13. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-1}}.
 \end{aligned}$$

2) Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx, \quad 2. \int_2^{\pi} \ln \sin x dx \quad 3. \int_3^5 \frac{x^2 - 3x + 7}{x^4 + 7x^2 + 8} dx, \quad 4. \int_1^{\infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^4 + 8x^2 + 9} dx.$$

3). Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$1) \quad 3x - y = 4, \quad y^2 = 6x$$

$$2) \quad r = \cos 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$3) \quad \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t; \end{cases} \quad y = 3(y \geq 3).$$

4). Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$1) \quad y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

$$2) \quad \rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$3) \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ x = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

5). Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oу фигуры, ограниченной графиками функций $x = 3 - y^2$, $x = y^2 + 1$

РГР №4 «Дифференциальные уравнения»

Задание. При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примерах г), д) решить задачу Коши):

$$1) \sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0, \quad 2) 20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx, \quad 3)$$

$$y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy},$$

$$4) \begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}, \quad 5) \begin{cases} xy' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}, \quad 6) \frac{y}{x^2} dx - \frac{xy+1}{x} dy = 0.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$1) y''' x \ln x = y'', \quad 2) (1+x^2)y'' + 2xy' = 12x^2.$$

3. Найти решение задачи Коши:
$$\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения (и если задано- решить задачу Коши):

$$1) y'' - 2y' + y = xe^{-x}, \quad 2) y'' + 4y' + 5y = x^2$$

$$3) y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5, \quad 4) y''' + 2y'' - 3y' = (8x+6)e^{-x},$$

$$5) y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x), \quad 6) y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x},$$

$$7) \begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases} \quad 8) y' = y^3 x^2, y(0) = 3.$$

5. Решите систему ДУ первого порядка двумя способами - подстановки и методом Эйлера

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t \\ x' = y - 6x + e^{-2t} \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий		
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	Знает возможности прикладных сервисов и пакетов для математического моделирования и решения задач прикладного характера средствами (методами) алгебры, геометрии и математического анализа. Для достижения индикатора: -знает основные определения и понятия алгебры, геометрии и математического анализа, используемые для отбора и

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>обработки данных в соответствии с поставленной прикладной задачей;</p> <ul style="list-style-type: none"> - воспроизводит основные математические модели: распознает математические объекты; понимает связь между различными математическими объектами, позволяющими смоделировать и решить задачу. <p>Оценочные средства достижение индикатора:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Расчетно-графические работы (РГР) по разделам курса (примерные варианты РГР представлены в Приложении 1). - Вопросы для самопроверки и подготовки к защите РГР (представлены в Приложении 1): <ol style="list-style-type: none"> 1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) в изучаемых разделах курса, 2. Методы раскрытия неопределенностей, выяснения непрерывности функции одной переменной, 3. Алгоритм приближенного вычисления функции с помощью дифференциала; написания уравнения касательной прямой (плоскости). 4. Алгоритм полного исследования функции. 5. Алгоритм нахождения экстремума функции одной и многих переменных. 6. Методы выяснения классов интегрируемых функций, а также методы интегрирования основных классов функций. 7. Основные приложения определенных интегралов. 8. Способы выяснения сходимости несобственных интегралов. - Представить обзор сервисов, цифровых инструментов для визуализации, изучения свойств, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной алгебры и математического анализа – результат (скриншоты или ...?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в	<ul style="list-style-type: none"> - использует ресурсы интернета для просмотра, поиска, отбора, визуализации и анализа данных (открытые базы данных, порталы и сайты, напр. Росстат, TAdviser и др.). <p>Оценочные средства достижение индикатора:</p> <p>Примерный вариант задания:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Изучить (узнать) возможности сервисов, цифровых инструментов <ol style="list-style-type: none"> 1.1. для визуализации, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной и векторной алгебры (напр., транспортной задачи, задачи ЛП – графический метод),

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению	<p>1.2. для визуализации, изучения свойств кривых и поверхностей 2-го порядка (напр., WolframAlpha и др.)</p> <p>1.3. и т.д. (в каждом разделе курса – для решения конкретных междисциплинарных прикладных задач)</p> <p>2) Результат (скриншоты или ...?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.</p>
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения	<p>Умеет решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной задачи, аргументировать свой выбор; строить простейшие математические модели реальных процессов и ситуаций; применять компьютерные математические программы для решения задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> - обладает навыками отбора и обработки информации, - навыками и методиками обобщения результатов решения задач на основе теоретических положений высшей математики <p>Примерные задания</p> <p>Задание 1. Для производства двух видов изделий А и В используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия А используется 3 часа работы оборудования первого вида, 4 часа работы оборудования второго вида и 5 часов часа работы оборудования третьего вида. Для единицы изделия В – используется 6, 3 и 2 часа соответственно.</p> <p>Существуют ограничения на использование оборудования первого вида – 102 часа в месяц, на использование оборудования второго вида – 91 час в месяц и на использование оборудования третьего вида – 105 часов в месяц.</p> <p>Цена реализации единицы готового изделия А составляет 7 у.е., изделия В – 9 у.е.</p> <p>Составьте план производства изделий А и В на месяц, обеспечивающий максимальную выручку от их реализации. Решить задачу с помощью средств MS Excel.</p> <p>. Выяснить, время работы какого оборудования исчерпано не полностью, в каких пределах может меняться время использования всех трех видов оборудования, что бы «ценность» этого ресурса оставалась прежней.</p> <p>В каких пределах можно изменять цены готовых продуктов А и В, что бы план их производства остался прежним.</p> <p>Проверить целесообразность введения в план производства еще одного изделия С, с затратами на единицу продукции 2, 3, 5 часов работы оборудования первого, второго и третьего видов соответственно, если цена реализации составит 8 у.е.</p> <p>Задание 2. Решить транспортную задачу по перевозке песка с трех карьеров на четыре строительных площадки. В день</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>каждый карьер производит 120, 80 и 100 тонн песка, на стройплощадки требуется 85, 65, 90 и 60 тонн соответственно. Известны расстояния между заводами и площадками в километрах:</p> $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 15 & 9 \\ 11 & 2 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ <p>Определить оптимальный план перевозок, минимизирующий общий километраж перевозок.</p> <p>Задание 3. При построении висячего моста через речку «Тихая» и выяснении надежности сооружения, студенты стройотряда столкнулись с решением следующей задачи: Трос, подвешенный за два конца на одинаковой высоте, имеет форму дуги параболы. Расстояние между точками крепления равно 24 м. Глубина прогиба троса на расстоянии 3 м от точки крепления равна 40 см. Определить глубину прогиба троса посередине между креплениями.</p>

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

2. Проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Высшая математика» проводится в форме экзамена и включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

- на оценку «отлично» – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции УК-1, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку «хорошо» – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции УК-1: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку «удовлетворительно» – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции УК-1: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку «неудовлетворительно» – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.

