МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИГО
_______ Т.Е. Абрамзон

01.02.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Направление подготовки (специальность)
44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль/специализация) программы
Начальное образование

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
заочная

Институт/ факультет	Институт гуманитарного образования
Кафедра	Педагогического образования и документоведения
Курс	1, 2, 3

Магнитогорск
2022 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 121)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Педагогического образования и документоведения
31.01.2022, протокол № 7

Зав. кафедрой ________________ С.С. Великанова

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИГО
01.02.2022 г. протокол № 6

Председатель ________________ Т.Е. Абрамзон

Рабочая программа составлена:
ст. преподаватель кафедры ПОиД, ________________________О.В.Камышева

Рецензент:
доцент кафедры ДиСО, канд. пед. наук __________________________С.Н.Юревич

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Педагогического образования и документоведения

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой ________________ С.С. Великанова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Педагогического образования и документоведения

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой ________________ С.С. Великанова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Педагогического образования и документоведения

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой ________________ С.С. Великанова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Педагогического образования и документоведения

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой ________________ С.С. Великанова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Педагогического образования и документоведения

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой ________________ С.С. Великанова

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

«Теоретические основы преподавания математики в начальной школе» являются содействие становлению профессиональных, специальных компетенций посредством формирования системы математических знаний как теоретической основы содержания начального курса математики, а также для видения перспективы использования понятий начального курса математики в средних классах школы.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Теоретические основы преподавания математики в начальной школе входит в обязателую часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Введение в педагогическую деятельность учителя начальных классов

Учебная - ознакомительная практика

Теории и технологии взаимодействия участников образовательных отношений

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Производственная - педагогическая практика

Практикум по основам научно-исследовательской работы

Учебная - практика пробных уроков

Производственная - практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности

Учебная - первые дни ребенка в школе

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Производственная – преддипломная практика

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теоретические основы преподавания математики в начальной школе» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности
ОПК-8.2	Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 14 зачетных единиц 504 акад. часов, в том числе:

– контактная работа – 30,4 акад. часов:
– аудиторная – 24 акад. часов;
– внеаудиторная – 6,4 акад. часов;
– самостоятельная работа – 444,5 акад. часов;
– в форме практической подготовки – 0 акад. час;
– подготовка к экзамену – 21,3 акад. час

Форма аттестации - зачет с оценкой, экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Раздел I. Множества. Математические утверждения и их структура								
1.1 Множества и операции над ними	1	0,5		0,5	25	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
1.2 Математические понятия		0,5		0,5	25	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
1.3 Математические предложения		0,5		0,5	25	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
1.4 Математические доказательства.		0,5		0,5	25	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		2		2	100			
2. Раздел II. Бинарные отношения. Количественная теория множества целых неотрицательных чисел								

2.1 Соответствия между двумя множествами	1	0,5		0,5	25	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
2.2 Бинарные отношения на множестве		0,5		0,5	25	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
2.3 Бинарные алгебраические операции		0,5		0,5	25	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
2.4 Количественная теория множества целых неотрицательных чисел		0,5		0,5	24,4	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		2		2	99,4			
Итого за семестр		4		4	199,4		зао	
3. Раздел III. Аксиоматическая теория целых неотрицательных чисел								
3.1 Аксиоматический метод в математике	2	0,5		0,5	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
3.2 Основные понятия и отношения аксиоматической теории натурального числа		0,5		0,8	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
3.3 Целое неотрицательное число		0,5		0,8	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		1,5		2,1	30,9			
4. Раздел IV.Теория чисел как основа вычислительных действий								
4.1 Системы счисления	2	0,5		0,8	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2

4.2 Теория делимости натуральных чисел		0,5		0,8	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		1		1,6	20,6			
5. Раздел V. Рациональные и действительные числа								
5.1 Положительные рациональные числа		0,5		0,8	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
5.2 Положительные действительные числа	2	0,5		0,8	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
5.3 Действительные числа		0,5		0,7	10,3	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		1,5		2,3	30,9			
Итого за семестр		4		6	82,4		зао,экзамен	
6. Раздел VI. Уравнения, неравенства, функции								
6.1 Числовые равенства и неравенства		0,25		0,5	20,35	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
6.2 Уравнения и неравенства	3	0,25		0,5	20,35	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
6.3 Функции		0,25		0,5	20,35	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		0,75		1,5	61,05			
7. Раздел VII. Текстовые задачи и их решение								

7.1 Решение текстовых задач арифметическим и алгебраическим способом	3	0,25		0,5	20,35	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	ОПК-8.1, ОПК-8.2
7.2 Задачи на уравнение		0,25		0,5	20,27	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
7.3 Задачи на части		0,25		0,5	20,33	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
7.4 Задачи на работу		0,25		0,5	20,35	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
7.5 Задачи на проценты		0,25		0,5	20,35	Выступление на семинаре; Отчет по практической работе; Устный ответ на практическом занятии	Устный ответ на практическом занятии, семинаре, отчет по практической работе	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		1,25		2,5	101,65			
Итого за семестр		2		4	162,7		экзамен	
Итого по дисциплине		10		14	444,5		зачет с оценкой, экзамен	

5 Образовательные технологии

Использование в учебном процессе:

- активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций, психологические и иные тренинги) в сочетании с внеаудиторной работой;

- специальных методов, развивающих у студентов навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая проведение фрагментов уроков по темам начальной школы, а также интерактивных практических занятий, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ возможных педагогических ситуаций в начальной школе);

- игровых технологий, в основе которых лежит организация образовательного процесса, основанная на реконструкции моделей поведения в рамках предложенных сценарных условий (учебная игра – форма воссоздания предметного и социального содержания будущей профессиональной деятельности специалиста, моделирования таких систем отношений, которые характерны для этой деятельности как целого; деловая игра – моделирование различных ситуаций, связанных с выработкой и принятием совместных решений, обсуждением вопросов в режиме «мозгового штурма», реконструкцией функционального взаимодействия в коллективе и т.п.; ролевая игра – имитация или реконструкция моделей ролевого поведения в предложенных сценарных условиях);

- лекций-визуализаций, при которых изложение содержания теоретического материала сопровождается презентацией (демонстрацией учебных материалов, представленных в различных знаковых системах, в т.ч. иллюстративных, графических, аудио- и видеоматериалов);

- практических занятий в форме презентации, в процессе которых осуществляется представление результатов проектной или исследовательской деятельности с использованием специализированных программных сред;

- компьютерных обучающих программ, включающих в себя электронные учебники, тестовые системы; обучающих систем на базе мультимедиа-технологий, построенные с использованием персональных компьютеров, видеотехники, накопителей на оптических дисках; распределенных баз данных по отраслям знаний;

- средств телекоммуникации, включающих в себя электронную почту, телеконференции, локальные и региональные сети связи, сети обмена данными и т.д.

- электронных библиотек, распределенных и централизованных издательских систем.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1.Жигарева, Э. Р. Математика : учебное пособие / Э. Р. Жигарева ; МГТУ. - [2-е изд., испр. и доп.]. - Магнитогорск : МГТУ, 2015. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1416.pdf&show=dcatalogues/1/1123931/

2. Дубровский, В. В. Математика. Введение в математический анализ : учебно-методический комплекс / В. В. Дубровский, Ю. А. Извеков, А. А. Родчиков. - Магнитогорск : МГТУ, 2013. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=934.pdf&show=dcatalogues/1/1118952/934.pdf&view=true (дата обращения: 04.10.2019). - Макрообъект. - Текст : электронный.

б) Дополнительная литература:

Камышева, О. В. Развитие младшего школьника на уроках математики при изучении нумерации : учебное пособие / О. В. Камышева ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2015. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL: https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1430.pdf&show=dcatalogues/1/1123949/1430.pdf&view=true (дата обращения: 04.10.2019). - Макрообъект. - Текст :

в) Методические указания:

Самостоятельная работа студентов вуза : практикум / составители: Т. Г. Неретина, Н. Р. Уразаева, Е. М. Разумова, Т. Ф. Орехова ; Магнитогорский гос. технический ун-т им. Г. И. Носова. - Магнитогорск : МГТУ им. Г. И. Носова, 2019. - 1 CD-ROM. - Загл. с титул. экрана. - URL: https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3816.pdf&show=dcatalogues/1/1530261/3816.pdf&view=true (дата обращения: 18.10.2019). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: http://window.edu.ru/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа (доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации)

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета)

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования (стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации)

Приложение 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся»

Методические рекомендации к самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа как вид учебного труда выполняется студентами без непосредственного участия преподавателя, но организуется и управляется им.

Самостоятельная работа студентов – будущих учителей начальных классов осуществляется в соответствии с объемом и структурой, предусмотренными учебными планами и графиками текущего контроля. Самостоятельная работа студентов предполагает выполнение следующих видов работ: конспектирование, реферирование научной литературы, решение тестовых заданий, подготовка к семинарским и практическим занятиям, выполнение практических работ и др.

Изучение и анализ литературных источников является обязательным видом самостоятельной работы студентов. Изучение литературы по избранной теме имеет своей задачей проследить характер постановки и решения определенной проблемы различными авторами, аргументацию их выводов и обобщений, провести анализ и систематизировать полученный материал на основе собственного осмысления с целью выяснения современного состояния вопроса. На основании данного рода работ студенты готовят

Примерные практические задания

Задания практической работы
Простые задачи, (разработать конспект урока) Простые задачи на умножение и деление. Составные задачи. Переход от решения простых задач к решению составных. (основные этапы работы). Задачи с пропорциональными величинами. (составление конспекта урока) Задачи с пропорциональными величинами. Методика работы над задачами на пропорциональное деление. , (разработать конспект урока) Задачи с пропорциональными величинами. Методика работы над задачами на нахождение неизвестного по двум разностям. , (разработать конспект урока) Задачи на движение. Методика работы над ними. , (разработать конспект урока) Общие вопросы изучения величин. Методика изучения массы; ознакомление, способы измерения, единицы измерения, их соотношения, преобразования, действия над величинами. , (разработать конспект урока) Общие вопросы изучения величин. Методика изучения длины; ознакомление, способы

измерения, единицы измерения, их соотношения, преобразования, действия над величинами. , (разработать конспект урока)

Общие вопросы изучения величин. Методика изучения времени; ознакомление, способы измерения, единицы измерения, их соотношения, преобразования, действия над величинами. , (разработать конспект урока)

Общие вопросы изучения геометрического материала. Методика изучения раздела «Площадь многоугольника». , (разработать конспект урока)

Общие вопросы изучения геометрического материала. Методика ознакомления с геометрическими фигурами: точка, линия (прямая, кривая, ломанная), отрезок, звено ломаной, многоугольник. , (разработать конспект урока)

Общие вопросы изучения геометрического материала. Методика ознакомления с геометрическими фигурами: прямой угол, прямоугольник, квадрат, периметр прямоугольника, свойства диагоналей прямоугольника и квадрата. , (разработать конспект урока)

Методика ознакомления младших школьников с долями и дробями. Решение задач на нахождение доли числа и числа по доле. , (разработать конспект урока)

АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (практическое задание)

Аксиоматический метод в математике.Основные понятия и отношения аксиоматической теории натурального числа.

Пример 1. Несколько школьников решили организовать шахматный турнир по упрощенной схеме: каждый должен сыграть ровно четыре партии с кем-либо из остальных участников (белыми или черными фигурами –по жребию). Чтобы составить расписание турнира, нужно сформулировать требования, которые ученики предъявили к турниру, в виде аксиом. Для этого потребовалось ввести три первоначальных (неопределяемых) понятия: «игрок», «партия», «участие игрока в партии».

Аксиом получилось четыре:

Аксиома 1. Число игроков нечетно.

Аксиома 2. Каждый игрок участвует в четырех партиях.

Аксиома 3. В каждой партии участвуют два игрока.

Аксиома 4. Для каждых двух игроков имеется не более одной партии, в которой они оба участвуют.

Из этих аксиом можно вывести ряд теорем.

Теорема 1.Число игроков не меньше пяти.

Доказательство. Так как нуль- четное число, то по аксиоме 1 число игроков не равно нулю, т.е. существует хотя бы один игрок А. Этот игрок в силу аксиомы 2 участвует в четырех партиях, причем в каждой из этих партий, кроме А, участвует еще один игрок (аксиома 3). Пусть В,С,Д,Е - игроки, отличные от А, которые участвуют в этих партиях. По аксиоме 4 все игроки В,С,Д,Е различны (если бы, например, было В=С, то оказалось бы, что имеются две партии, в которых участвуют игрок А и игрок В=С).Итак, мы нашли уже пятерых игроков: А,В,С,Д,Е. Но тогда по аксиоме 1 число игроков не меньше пяти.

Теорема2. Число всех выступлений игроков четно.

q- некоторая партия, введем новое понятие - (q, А)- выступление игрока.

Доказательство. Каждая партия дает два выступления игроков (q, A),(q, B), (по аксиоме 3), число всех выступлений 2n, где n число игроков (A 4). Следовательно, число всех выступлений игроков кратно 2, т.е. четно.

Теорема 3.Число выигрышей в турнире не превышает число игроков.

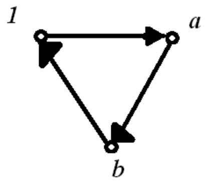
Доказательство. Пусть n - число игроков, тогда 2n - число выступлений игроков (A), n - число сыгранных партий (A3). Рассмотрим два случая:

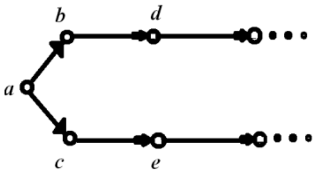
Во всех партиях были победитель и проигравший. Тогда число выигрышей будет равно числу партий, т.е. n.

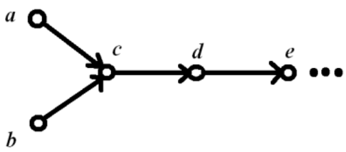
Некоторые партии закончились вничью, пусть таких партий будет k. Тогда в оставшихся n - k партиях был выявлен победитель, т.е. число выигрышей не превышает число партий. Теорема доказана.

Пример 2.

Определить выполнение аксиом в представленных на рисунках 1-4 множествах.







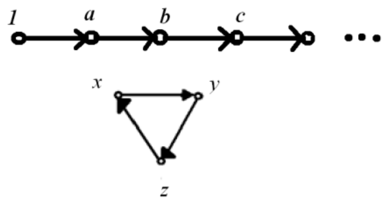


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3 Рис. 4

Решение.

На рисунке 1 изображено множество, в котором выполняются аксиомы 2 и 3, но не выполнена аксиома 1 (аксиома 4 не имеет здесь смысла, так как в множестве нет элемента, непосредственно не следующего ни за каким другим);.на рисунке 2 показано множество, в котором выполнены аксиомы 1, 3 и 4, но за элементом *а* непосредственно следуют два элемента, а не один, как требуется в аксиоме 2; на рисунке 3 изображено множество, в котором выполнены аксиомы 1. 2 и 4, но элемент *с* непосредственно следует как за элементом *а*, так и за элементом *b* на рисунке 4 изображено множество, в котором выполнены аксиомы 1, 2, 3, но не выполняется аксиома 4 – множество точек, лежащих на луче, содержит 1 и вместе с каждым числом оно содержит непосредственно следующее за ним число, но оно не совпадает со всем множеством точек, показанных на рисунке.

Пример 3.

Доказать, что для любого натурального числа истинно равенство $1\bullet4 + 2\bullet7 + 3\bullet10 + \ldots + n(3n+1)=n(n+1)^2$.

Решение. При $n= 1$ данное утверждение истинно: в части равенства имеем: $1 \bullet 4 = 4$, в правой: $1 \bullet (1 + 1)^2=4$.

Докажем теперь, что если данное утверждение истинно при $n = k$, т. е.

$1\bullet4 + 2\bullet7 + 3\bullet10 + \ldots + k(3k +1) =k(k +1)^2$, то оно истинно и при $n = k+1$, т. е.

$1\bullet4 + 2\bullet7 + 3\bullet10 + \ldots + k(3k +1)+ (k+1)(3k +4) =(k+1) (k +2)^2$.

В выражении $1\bullet4 + 2\bullet7 + 3\bullet10 + \ldots + k(3k +1)+ (k+1)(3k +4)$ сумма первых *k*слагаемых по предположению равна $k(k +1)^2$, что дает возможность привести данное выражение к виду: $k(k+1)^2+(k+1)(3k+4)$. Дальнейшие преобразования полученного выражения приводят к следующему: $k(k+1)^2+(k+1)(3k+4)=(k+1)[k(k +1)+(3k +4)]=(k+1)(k^2+4k+4)=(k+1) (k +2)^2$.

Таким образом, $1\bullet4 + 2\bullet7 + 3\bullet10 + \ldots + (k+1)(3k +4)=(k+1) (k +2)^2$, что и требовалось доказать. На основании доказанного заключаем, что данное утверждение истинно для любого натурального числа *n*.

Пример 4.

Доказать $\forall n \in N\ 1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

Решение.

При *n*= 1 данное утверждение истинно: $1=\frac{1*(1+1)}{2}$.

Докажем теперь, что если данное утверждение истинно при *n = k*, т. е.

$1+2+\ldots+k=\frac{k(k+1)}{2}$ то оно истинно и при *n = k*+1, т. е.

$1+2+\ldots+k+(k+1)=\frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$.

В выражении $1+2+\ldots+k+(k+1)$ сумма первых *k* слагаемых по предположению равна $\frac{k(k+1)}{2}$,

что дает возможность привести данное выражение к виду: $\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)$. Дальнейшие преобразования полученного выражения приводят к следующему:

$$\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=(k+1)\left(\frac{k}{2}+1\right)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

Таким образом, $1+2+\ldots+k+(k+1)=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)=(k+1)\left(\frac{k}{2}+1\right)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$, что и требовалось доказать. На основании доказанного заключаем, что данное утверждение истинно для любого натурального числа *n*.

Пример 5. Докажем, что (a, b N) a+b≠b.

Решение. Пусть *a* – произвольное натуральное число, а *M* – множество тех и только тех чисел *b*, для которых данное утверждение истинно. Тогда 1 принадлежит множеству *M*, так как *a*+1≠1 – истинное неравенство. Если число *b* принадлежит M, т.е. *a+b≠b*, то и b' принадлежит *M*, т.е. *a*+$b' \neq b'$. Действительно по второму свойству сложения $a+b'=(a+b)'$, но *a+b≠b*, значит, $(a+b)' \neq b'$. По аксиоме 4 множества *M* и *N* совпадают, следовательно, для любых натуральных чисел *a* и *b* верно утверждение *a+b≠b.*

Пример 6.

Примените законы сложения, умножения и вычислите результат; каждый случай использования законов объясните:

a) 7091+(1819+509)

7091+(1819+509)= 7091+(509+1819)=	коммутативный закон сложения натуральных чисел
=(7091+509)+1819=7600+1819=9419	ассоциативный закон сложения натуральных чисел

b) (372*4)*5

(372*4)*5=372*(4*5)=372*20=744	ассоциативный закон умножения натуральных чисел

Пример 7.

Запишите дистрибутивный закон умножения относительно сложения для натуральных чисел и, используя его, вычислите значение выражения:

a) 49*14+11*49+25*51

49*14+11*49+25*51=	
=49*(14+11)+25*51=	левый дистрибутивный закон умножения относительно сложения
=49*25+25*51=	
=25*(49+51)=25*100=2500	левый дистрибутивный закон умножения относительно сложения

Контрольная работа

Тема «Аксиоматическая теория целых неотрицательных чисел»

1. Проверьте выполнимость аксиом Пеано для множества 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, …
2. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа *n* истинно равенство: $1+2+2^2+\ldots+2^n=2^n-1$/
3. Примените законы сложения, умножения и вычислите результат; каждый случай использования законов объясните:
   a) (9073+1329)+2671;
   b) 125*15*6*8.
4. Запишите дистрибутивный закон умножения относительно сложения для натуральных чисел и, используя его, вычислите значение выражения:
   b) 57*247+57*362;
   c) 37*42+37*36-78*27.
5. В драматическом кружке занимаются 6 учеников, в кружке художественного чтения 4 ученика. Сколько всего учеников занимается в этих двух кружках? Рассмотрите все возможные случаи.
6. Пользуясь коммутативным законом сложения, напишите выражения, равные данному:
   a) 37+5;
   b) (8+16)+9;
   c) *(a+b)+c.*
7. Применяя ассоциативный закон сложения, замените каждую сумму равной:
   а) (2873+45 681)+34319;
   б) 57 867+(22 133+799 495).
8. Укажите закон сложения, на котором основано вычисление суммы:
   9 + 6 = 9 + (1 + 5) = (9 + 1) + 5 = 10 + 5 = 15.
9. Решите уравнения:
   а) x+17=28; б) 37+a=1000.
10. Вычислите наиболее рациональным способом:
    а) (5768+929) - 668;
    б) (48 573+1427) - 562.
11. Вычислите разность различными способами:
    а) 3856 - (856+391) в) (3050 - 2491) + 27
    б) 7921 - (14574 + 921) г) (7901 - 137) + 506
    Какой из этих способов для каждого примера наиболее удобен?
12. Найдите значение выражения различными способами:
    а) 5786 - (356 - 214)

б) 3094 - (752 - 205)

13. Запишите в виде произведения сумму:

а) 1283+1283+1283+1283

14. Пользуясь коммутативным законом умножения и сложения, напишите выражения, равные a*(b - c).

15. Объясните решение:

935*1001=935*(1000+1)=935000+935=935935

Сформулируйте правило умножения числа на 1001.

16. Примените дистрибутивный закон умножения:

а) (m - 7)*8

б) (8 - *a)* *25

в) 7*(b -20)

г) *a* - *(k* - 11)

17. Используя определение деления и связь деления с умножением решите уравнение:

а)7 * x * 5=175

в) 5 * 4 * 2=1600

б)4 * x * 11=880

г) 14 * x * 3 * 2=84

18. Найдите двумя способами значение выражения:

а)(670+134) : 67 в) (375+2025) : 25

б)(7575—75) : 75 г) (210-21) : 21

19. Вычислите частное:

а) 188 366 : 38 в) 185 724 : 99

б) 91 563 : 23 г) 411 431 : 83

Контрольная работа

Тема «Системы счисления»

1. **Задание для всех вариантов:**

1) Какие числа записаны римскими цифрами:

а) MCMXCIX; б) CMLXXXVIII; в) MCXLVII?

2) Запишите год, месяц и число своего рождения с помощью римских цифр.

2. Выбрать вариант задания согласно начальной букве вашей фамилии.

Номер варианта	Начальная буква фамилии
1	А, Б, В, Г, Д, Е, Ж
2	З, И, К, Л, М, Н, О
3	П, Р, С, Т, У, Ф, Х
4	Ц, Ч, Ш, Щ, Э, Ю, Я

Вариант 1

1. Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 949;

б) 763;

в) 994,125;

г) 523,25;

д) 203,82.

2. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 111000111_2;

б) 100011011_2;

в) $1001100101{,}1001_2$;

г) $1001001{,}011_2$;

д) $335{,}7_8$;

е) $14C{,}A_{16}$.

3. Выполните сложение чисел.

а) $1110101010_2+10111001_2$;

б) $10111010_2+10010100_2$;

в) $111101110{,}1011_2+1111011110{,}1_2$;

г) $1153{,}2_8+1147{,}32_8$;

д) $40F{,}4_{16}+160{,}4_{16}$.

4. Выполните вычитание чисел.

а) $1000000100_2-101010001_2$;

б) $1010111101_2-111000010_2$;

в) $1101000000{,}01_2-1001011010{,}011_2$;

г) $2023{,}5_8-527{,}4_8$;

д) $25E{,}6_{16}-1B1{,}5_{16}$.

5. Выполните умножение чисел.

а) $1001011_2*1010110_2$;

б) $1650{,}2_8*120{,}2_8$;

в) $19{,}4_{16}*2F{,}8_{16}$.

Вариант 2

1. Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 563;

б) 264;

в) 234,25;

г) 53,125;

д) 286,16.

2. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 1100010010_2;

б) 10011011_2;

в) $1111000001{,}01_2$;

г) $10110111{,}01_2$;

д) $416{,}1_8$;

е) $215{,}7_{16}$.

3. Выполните сложение чисел.

а) $10111111_2+110010000_2$;

б) $110010100_2+1011100001_2$;

в) $1000000101{,}0101_2+1010000110{,}01_2$;

г) $1512{,}4_8+1015{,}2_8$;

д) $274{,}5_{16}+DD{,}4_{16}$.

4. Выполните вычитание чисел.

а) $1000001001_2-111110100_2$;

б) $1111000101_2-1100110101_2$;

в) $1100110101{,}1_2-1011100011{,}01_2$;

г) $1501{,}34_8-1374{,}5_8$;

д) $12D{,}3_{16}-39{,}6_{16}$.

5. Выполните умножение чисел.

а) $111101_2*1010111_2$;

б) $1252,14_8*76,04_8$;

в) $66,68_{16}*1E,3_{16}$.

Вариант 3

1. Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 279;

б) 281;

в) 841,375;

г) 800,3125;

д) 208,92.

2. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 1100111001_2;

б) 10011101_2;

в) $1111011,001_2$;

г) $110000101,01_2$;

д) $1601,56_8$;

е) $16E,B4_{16}$.

3. Выполните сложение чисел.

а) $1000100001_2+1011100110_2$;

б) $1101110011_2+111000101_2$;

в) $1011011,01_2+1000101110,1001_2$;

г) $665,1_8+1217,2_8$;

д) $30C,7_{16}+2A1,8_{16}$.

4. Выполните вычитание чисел.

а) $11110010_2-10101001_2$;

б) $1110100001_2-1011001001_2$;

в) $1101001010,1_2-1011101001,11011_2$;

г) $166,14_8-143,2_8$;

д) $287,A_{16}-62,8_{16}$.

5. Выполните умножение чисел.

а) $1001001_2*100010_2$;

б) $324,2_8*122,12_8$;

в) $F,4_{16}*38,6_{16}$.

Вариант 4

1. Переведите числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

а) 737;

б) 92;

в) 934,25;

г) 413,5625;

д) 100,94.

2. Переведите числа в десятичную систему счисления.

а) 1110000010_2;

б) 1000100_2;

в) $110000100,001_2$;

г) $1001011111,00011_2$;

д) $665,42_8$;

е) $246,18_{16}$.

3. Выполните сложение чисел.

а) $11110100_2+110100001_2$;

б) $1101110_2+101001000_2$;

в) $1100110011,1_2+111000011,101_2$;

г) $1455,04_8+203,3_8$;

д) $14E,8_{16}+184,3_{16}$.

4. Выполните вычитание чисел.

а) $1000010101_2-100101000_2$;

б) $1001011011_2-101001110_2$;

в) $111111011,101_2-100000010,01_2$;

г) $341,2_8-275,2_8$;

д) $249,5_{16}-EE,A_{16}$.

5. Выполните умножение чисел.

а) $1001000_2*1010011_2$;

б) $412,5_8*13,1_8$;

в) $3B,A_{16}*10,4_{16}$.

Практическое занятие по разделу «Множества. Математические утверждения и их структура»

<u>Тема 1. Множества и операции над ними</u>

<u>Множество. Элемент множества. Способы задания множества. Числовые множества</u>

Пример 1.

1. Запишите множество А, элементами которого являются целые числа большие -3 и меньшие 2, используя символические записи характеристического свойства и перечисления элементов множества. Верно, ли, что: а) 2   А; 6) 0   А; а) -3 $\notin$ А?

Решение:

1. Зададим множесво А, перечислением всех его элементов:
   A={-2, -1, 0,1}.

2. Зададим множесво А, описанием характеристических свойств его элементов:
   A={x | x Z и -3<x<2}.

3. 2   А – ложь, 0   А – истина, -3 $\notin$ А – истина.

<u>Равные множества. Подмножества. Графическая иллюстрация множеств. Диаграммы Эйлера-Венна.</u>

Пример 2.

Составьте цепочки включений, так чтобы каждое следующее множество содержало предыдущее. Изобразите результат при помощи кругов Эйлера-Венна.

А - множество равнобедренных треугольников,

В - множество всех треугольников,

С - множество равносторонних треугольников.

Решение:

Так как любой равносторонний треугольник является равнобедренным, делаем вывод, что любой элемент множества С обладает характеристическим свойством множества А, следовательно, по определению С   А.

По аналогии любой элемент множества А обладает характеристическим свойством множества В, следовательно, по определению А   В.

Таким образом получаем (рис. 1): C A B.

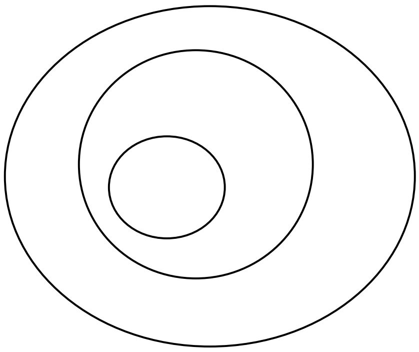


Рис. 1 Цепочка включений C A B.

<u>Пересечение множеств. Объединение множеств</u>

Пример 3.

Найдите пересечение и объединение множества A={2, 3, 4, 5, 6, 7} и множества B, если:

а) B = {0, 1, 2, 3, 4};

б) B = {3, 5, 7};

в) B = {0, 1, 8, 9};

г) B = ;

д) B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Для каждого случая сделайте рисунок.

Решение:

а) Для того, чтобы найти пересечение множеств, по определению следует выявить те элементы, которые одновременно принадлежат множеству A и множеству B.

Таким образом, A B={2, 3, 4} (рис. 6).

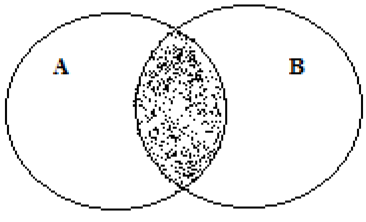


Рис. 6 Пересечение множеств A B.

Для того, чтобы найти объединение множеств, по определению следует выбрать все элементы, которые принадлежат множеству A, или множеству B (рис. 7):

A   B = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 0, 1}.

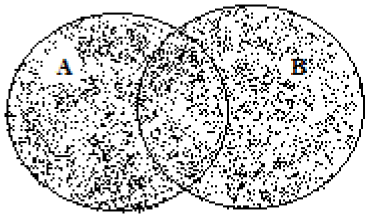


Рис. 7 Объединение множеств A   B.

б) A   B = {3, 5, 7}, т. е. A   B = B, следовательно, B   A (рис. 8).

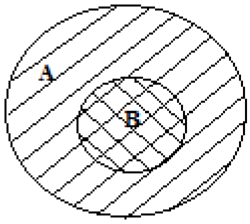


Рис. 8 A   B = B, B   A

A   B = {2, 3, 4, 5, 6, 7}, т. е. A   B = A . (рис. 9)

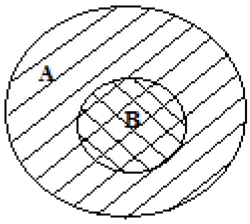


Рис. 9 A   B = A

в) A   B =   , т.к. нет элементов которые одновременно принадлежали бы множеству A и B (рис. 10).

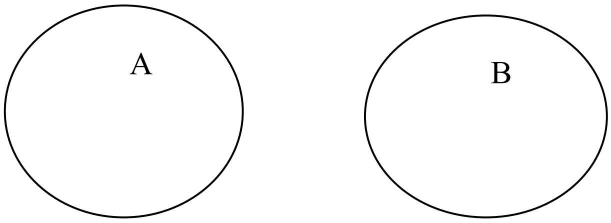


Рис. 10 A   B =

A   B = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 0, 1, 8, 9} (рис. 11).

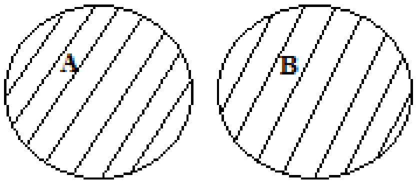


Рис. 11 A   B

г) А В = ;

А В = А (рис. 12).

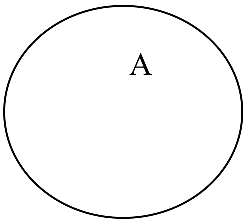


Рис. 12 А В = ; А В = А.

д) А В = {2, 3, 4, 5, 6, 7}, т.е. А В = А, следовательно, А В (рис.13).

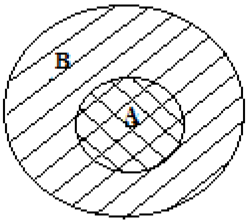


Рис. 13 А В = А.

А В = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, т.е. А В = В, следовательно, А В . (рис. 14)

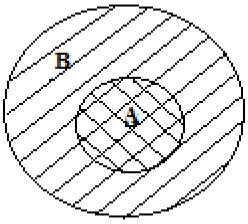


Рис. 14 А В = А.

Дополнение к множеству. Разность множеств. Универсальное множество.

Пример 4.

1. Найдите разность множества А = {2, 4, 6, 8, 10} и множества *В,* если:

   а) В = {6, 8, 10, 11, 12, 13};

   б) В = {2, 6, 10};

   в) В = {6, 2, 8, 10, 4};

   г) В = {1, 3, 5};

   д) В = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14};

   е) В = .

Для каждого случая представте рисунок.

Решение:

Для того, чтобы найти разность множеств Аи В, по определению следует выбрать все элементы, принадлежащие множеству А и не принадлежащие множеству В.

а) A = {2, 4, 6, 8, 10}, B = {6, 8, 10, 11, 12, 13};

A \ B = {2, 4}.

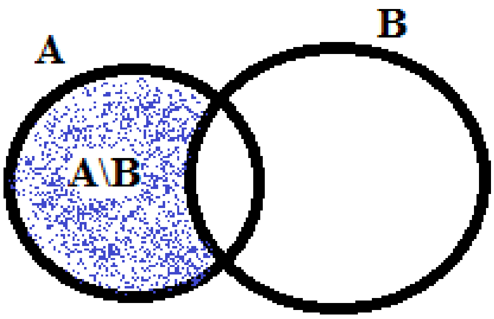


Рис. 20 Разность двух множеств $A\backslash B$

б) A = {2, 4, 6, 8, 10}, B = {2, 6, 10};

A \ B = {4, 8}.

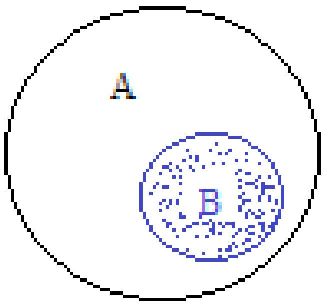


Рис. 21 Разность двух множеств $A\backslash B= B'$.

В этом примере множество В является подмножеством множества А и разности между множеством А и множеством В такого рода в математике уделяют особое внимание, называя ее дополнением ко множеству В до множества А, т.е. $A\backslash B= B'$.

в) A = {2, 4, 6, 8, 10}, B = {6, 2, 8, 10, 4}.

В данном примере множество А равно множеству В, следовательно, A\B= $\varnothing$.

г) A = {2, 4, 6, 8, 10}, B = {1, 3, 5}.

В данном примере множество А и множество В не имеют общих элементов, следовательно, A\B={2, 4, 6, 8, 10}, следовательно, A\B=A.

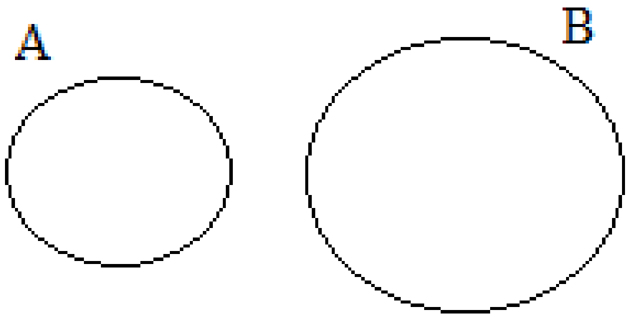


Рис. 22 Разность двух множеств *A**B*= *A*.

д) A = {2, 4, 6, 8, 10}, B = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}.

В данном примере множество A является подмножеством множества B, т.е. все элементы множества A принадлежат множеству B, следовательно, разность между множествами A и B не имеет ни одного элемента, т.е. .

A\\B= .

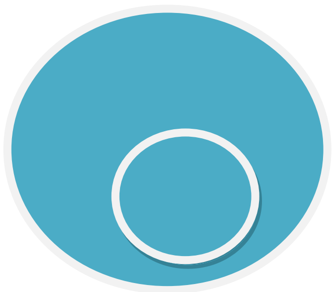


Рис. 23 Разность двух множеств *A**B*= .

Кортеж

Пример 5.

Сколько букв в слове «барабан»? Сколько различных букв в этом слове?

Решение:

Перечислим весь набор букв, входящих в слово «барабан» и подсчитав их получим число 7. Различных букв в этом слове 4.

Декартово произведение множеств

Пример 6.

Запишите все двузначные числа, цифры десятков которых принадлежат множеству $A = \{1, 3, 7\}$, а цифры единиц - множеству $B=\{0,5\}$.

Решение:

В записи числа важен порядок цифр, т.е. любое двузначное число составленное нами – это упорядоченная пара элементов 10, 15, 30, 35, 70, 75.

Задания к практическим занятиям и примеры решения задач

Бинарные отношения. Количественная теория множества целых неотрицательных чисел

Тема 4. Соответствия между двумя множествами

Соответствия между двумя множествами. Понятие соответствия. Способы задания соответствий

Пример 1.

Соответствие R между множествами X и Y задано при помощи графа (рис. 1). а) Перечислите пары чисел, принадлежащие графику данного соответствия; б) Постройте график соответствия R в прямоугольной системе координат; в) Постройте график соответствия R^{-1}, обратного данному.

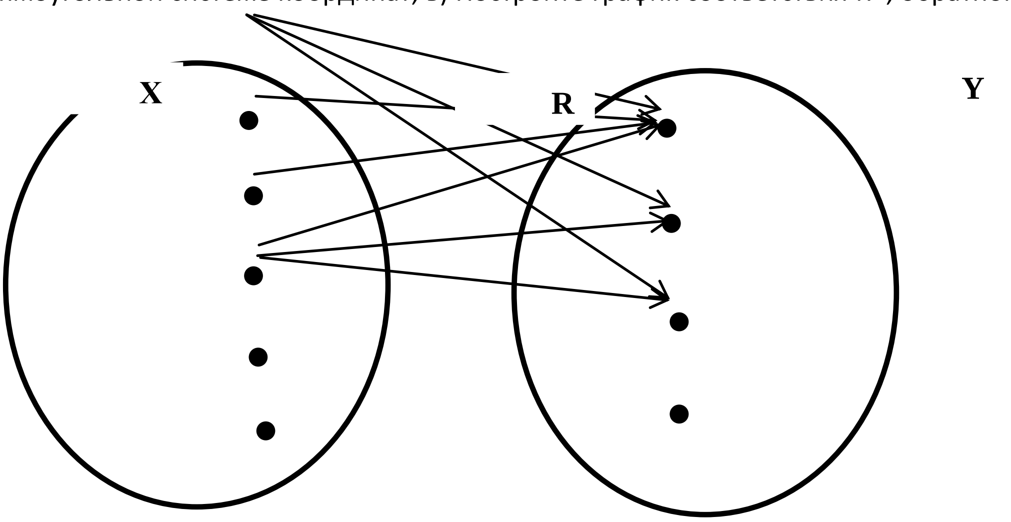


Рис. 1

Решение:

a. Каждая пара чисел, принадлежащая графику данного соответствия на графе соединена стрелкой. Поэтому график состоит из пар: {<-1, 0>, <-1, 1>, <-1, 2>,<0, 0>,<1, 0>, <2, 0>, <2, 1>, <2, 2>}.

b. Каждую пару чисел. Принадлежащую графику соответствия R, изобразим точкой в прямоугольной системе координат. Множество точек на рисунке2и есть график соответствия

у

R.

Рис. 2

c. Так как граф соответствия R^{-1} получается из графа соответствия R изменением направления всех стрелок, то график соответствия R^{-1} можно получить из графика соответствия R, поменяв в каждой паре местами абсциссу и ординату: R^{-1}={<0, -1>, <0, 0>, <0, 1>,<1, 2>,<2, 2>, <1, -1>, <2,-1>, <0, 2>}. В прямоугольной системе координат график соответствия R^{-1} имеет вид (см. рис. 3).

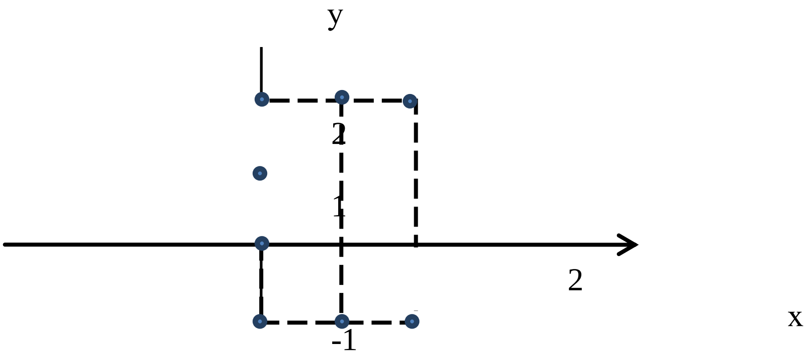


Рис. 3

Пример 2.

Задайте всеми известными способами соответствие между множествами X={45, 0, 12, 17} и Y={3, 4, 5, 9} «число x кратно числу y».

Решение:

Поскольку соответствие - это подмножество, то его можно задавать как любое множество, т.е.:

1. При помощи предложения с двумя переменными: $x \vdots y$ при условии, что $x \in X$, $y \in Y$.

2. перечислив все пары элементов (где первый элемент принадлежит множеству X, второй - множеству Y), находящихся в заданном соответствии: {(45, 3), (45, 5), (45, 9), (0, 3),(0, 4), (0, 5), (0, 9), (12, 3), (12, 4)}.

3. при помощи графа (рис. 4);

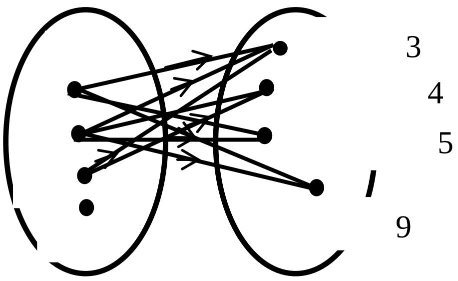


Рис. 4

4. при помощи графика, так как между парами чисел принадлежащих подмножеству декартова произведения X×Y и точками плоскости существует взаимно однозначное соответствие (рис. 5).

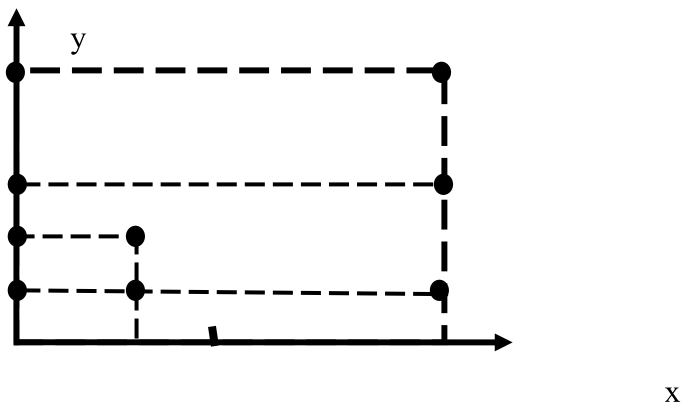


Рис. 5

5. при помощи таблицы.

Таблица 1.

x y	3	4	5	9
45				
0				
12				
17				

Практические задания для самостоятельной работы

1. Соответствие между множествами C={1, 2, 3, 4,5} и D={5, 6, 7} таково, что его график состоит из пар, в которых первая компонента взята из множества C, а вторая - из D и больше первой компоненты. Постройте граф этого соответствия, график этого соответствия в прямоугольной системе координат. Постройте граф противоположного соответствия, график противоположного соответствия в прямоугольной системе координат.

Взаимно однозначные соответствия

Пример 1.

В каждой школе каждому классу соответствует классный журнал. Это соответствие является взаимно однозначным.

Пример 2.

Дан треугольник *ABC* (рис. 6). A_1C_1- средняя линия треугольника. Пусть *X* — множество точек на отрезке A_1C_1, *Y* - множество точек на *AC*.

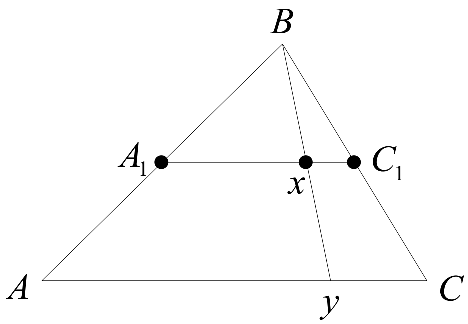


Рис. 6

Произвольную точку *x* отрезка A_1C_1 соединим с вершиной*B* треугольника отрезком прямой линии и продолжим его до пересечения с *AC* в точке *y*. Поставим в соответствие точке *x* точку *y*, построенную таким образом. При этом между множествами *X* и *Y* будет установлено взаимно однозначное соответствие.

Действительно, нетрудно убедиться в том, что каждой точке отрезка A_1C_1 соответствует одна и только одна точка отрезка *AC* и, наоборот, каждая точка отрезка *AC* поставлена в соответствие одной и только одной точке отрезка A_1C_1.

Практические задания для самостоятельной работы

1. Задайте при помощи графа три соответствия между множествами X={a, b, c} и Y={2, 4, 6} так, чтобы одно из них было взаимно однозначным.

Тема 5. Бинарные отношения на множестве

Понятие отношения на множестве.Свойства отношений

Пример 1.

Выясните какие из следующих отношений обладают свойством рефлексивности, антирефлексивности, не обладает ни тем ни другим свойством .

R – оканчиваться одной и той же цифрой на множестве N;

Q – быть ниже ростом на множестве людей;

T – быть делителем на X={0, 1, 2, 3, 4}.

Решение:

Отношение R обладает свойством рефлексивности, так как любой элемент натурального множества находится в заданном отношении с самим собой, то есть оканчивается одной и той же цифрой.

Отношение Q обладает свойством антирефлексивности, так как ни один человек из множества людей не находится в заданном отношении с самим собой, то есть ни один человек не может быть ниже себя ростом.

Отношение T не обладает ни свойством рефлексивности, ни свойством антирефлексивности, так как для одних элементов, например, 1данное отношение выполняется – она является делителем любого элемента из X, а для других нет – на 0 делить нельзя.

Пример 2.

Выясните какие из следующих отношений обладают свойством симметричности, антисимметричности, не обладает ни тем ни другим свойством .

R – быть меньше на множестве целых чисел Z;

Q – бытьбратом на множестве детей семьи Аня, Миша, Игорь;

T – иметь в записи одинаковое количество цифр на множестве N.

Решение:

Отношение R обладает свойством антисимметричности, так как для любых x, y $\in$ Z выполняется условие: xRyи x $\neq$ y $\Rightarrow \overline{yRx}$.

Отношение Q не обладает ни свойством симметричности, ни свойством антисимметричности, так как одни элементы находятся в заданном отношении (если Миша брат Игоря, то Игорь брат Миши), а другие нет (Аня – Миша).

Отношение T обладает свойством симметричности, так как любые два элемента множества натуральных чисел находятся в заданном отношении если x, y $\in$ N имеют одинаковое количество цифр в записи, то и y, x $\in$ N так же имеют одинаковое количество цифр в записи.

Пример 3.

Выясните какие из следующих отношений обладают свойством транзитивности, антитранзитивности, не обладает ни тем ни другим свойством .

R – быть делителем на множестве N;

Q – быть больше на 2 на множестве Z;

T – быть друзьями на множестве людей.

Решение:

Отношение R обладает свойством транзитивности, так как для $\forall$ x, y, z$\in$ Nвыполняется: если x является делителем y и y является делителемz, то x является делителем z. Например, если 3 делитель 9 и 9 делитель 45, то 3 является делителем 45.

Отношение Q обладает свойством антитранзитивности, так как для $\forall$ x, y, z$\in$ Z выполняется: если x больше y на 2 и y больше z на 2, то не следует, что x большеz на 2.

Отношение не обладает ни свойством транзитивности, ни свойством антитранзитивности, так как для некоторых троек людей это отношение выполняется, а для некоторых нет.

Пример 4.

На множестве X={3, 5, 7, 9} заданы отношения: P – «меньше», T – «меньше на 2», M – «меньше или равно». Постройте графы данных отношений и укажите среди них граф:

а) рефлексивного;

б) транзитивного;

в) антисимметричного отношения.

Решение:

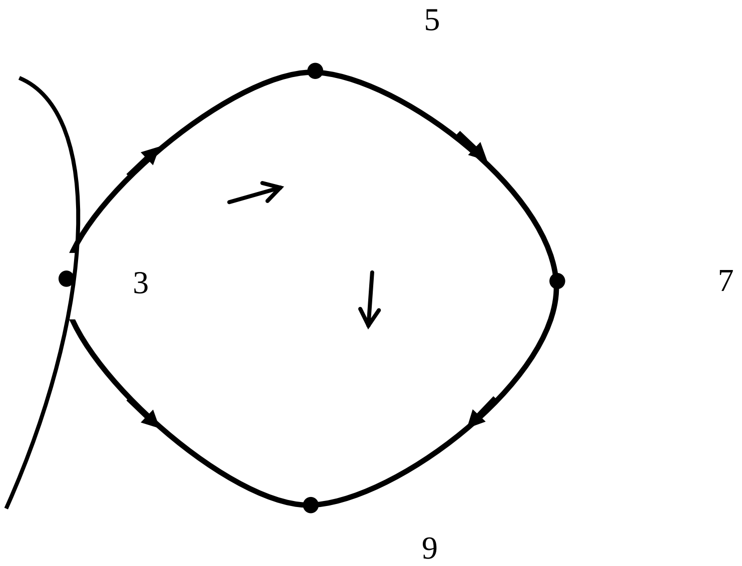


Рис.7 Граф отношения P.

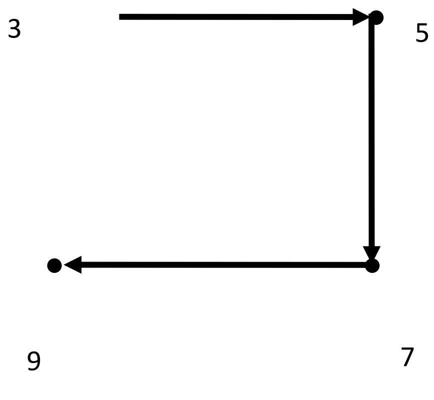
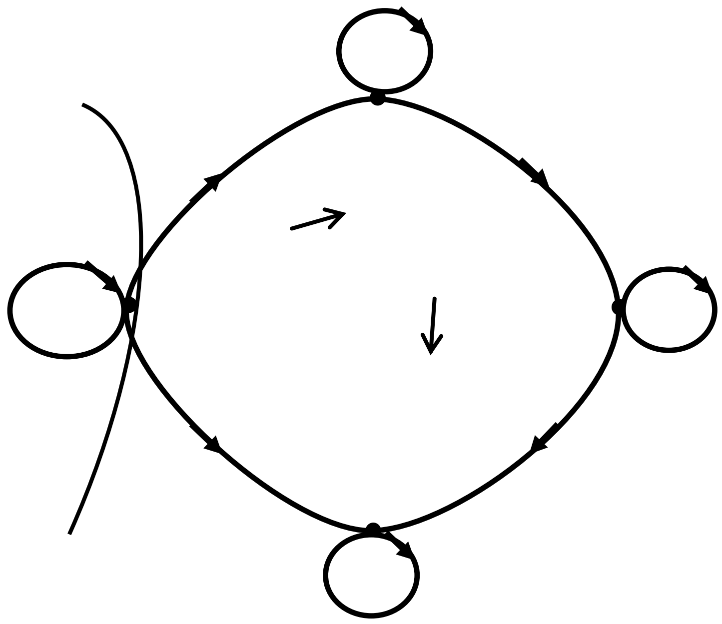


Рис. 8 Граф отношения T.



7

Рис. 9 Граф отношения M.

Граф отношения M является графом рефлексивного отношения, так как возле каждого элемента есть петля. Графы отношений P и M являются графами транзитивных отношений (граф транзитивного отношения с каждой парой стрелок, идущих от x к y и y к z, содержит стрелку, идущую от x к z). Граф отношения T является графом антисимметричного отношения (если две вершины графа соединены стрелкой, то эта стрелка только одна).

Практические задания для самостоятельной работы

1. Выясните какие из следующих отношений обладают свойством рефлексивности, антирефлексивности, не обладает ни тем ни другим свойством .

R – быть ровесниками на множестве людей;

Q – быть длиннее на множестве отрезков плоскости;

T – быть кратным на X={0, 1, 2, 3, 4}.

2. Выясните какие из следующих отношений обладают свойством симметричности, антисимметричности, не обладает ни тем, ни другим свойством .

R – быть меньше на множестве натуральных чисел;

Q –быть одноклассни**цей** на множестве учащихся класса;

T – быть соседями на множестве людей.

Отношения эквивалентности. Разбиение множества на классы эквивалентности

Пример 1.

На множестве X={x / x ∈ N, x≤12} задано отношение К – «иметь один и тот же остаток при делении на 4». Объясните, почему отношение К является отношением эквивалентности, и запишите классы разбиения множества X, определяемые этим отношением.

Решение:

Отношение К является отношением эквивалентности, так как оно рефлексивно (можно сказать, что любое число имеет один и тот же остаток при делении на 4 с самим собой), симметрично (если число *x* имеет один и тот же остаток при делении на 4 с числом *y*, то и число *y* имеет один и тот же остаток при делении на 4 с числом *x*), транзитивно (если число *x* имеет при делении на 4 тот же остаток, что и число *y*, а число *y* имеет при делении на 4 тот же остаток, что и число *z*, то числа *x* и *z* имеют равные остатки при делении на 4).

Как известно, любое отношение эквивалентности, заданное на множестве X определяет разбиение этого множества на классы таким образом, что в один класс попадают элементы, находящиеся в данном отношении, а в разные классы – не находящиеся в нем. Таким образом, каждый класс будет состоять из чисел, дающих один и тот же остаток при делении на 4. Таких классов 4: {1, 5, 9}, {2, 6, 10}, {3, 7, 11}, {4, 8, 12}.

Пример 2.

Докажите, что отношение Р: «иметь равные значения числовых выражений», заданных на множестве X={2*4; 3+9; 15-3; 0:5; 7+1; 2^3} является отношением эквивалентности, запишите классы эквивалентности.

Решение:

Отношение Р является отношением эквивалентности, так как оно рефлексивно (можно сказать, что любое числовое выражение имеет одно и тоже значение с самим собой), симметрично (если числовое выражение *x* и числовое выражение *y* имеют равные значения, то и числовое выражение *y* и числовое выражение *x* имеют равные значения), транзитивно (если числовое выражение *x* и числовое выражение *y* имеют равные значения и числовое выражение y и числовое выражение zимеют равные значения, то числовое выражение *x* и числовое выражение *z*имеют равные значения).

Как известно, любое отношение эквивалентности, заданное на множестве X определяет разбиение этого множества на классы таким образом, что в один класс попадают элементы, находящиеся в данном отношении, а в разные классы – не находящиеся в нем. Таким образом, каждый класс будет составлять выражения, имеющие равные значения. Таких классов 3: {2*4; 7+1; 2^3}, {3+9;15-3}, {0:5}.

Практические задания для самостоятельной работы

1. Отношение Т: «иметь один и тот же остаток при делении на 4» задано на множестве X={6,7,8,9,10,11, 12, 13}. Является ли оно отношением эквивалентности.

__Отношение порядка. Упорядоченное множество__

Пример 1.

На множестве фигур плоскости заданы отношения Р – «иметь одну и ту же площадь» и М – «иметь меньшую площадь». Какое из них является отношением порядка?

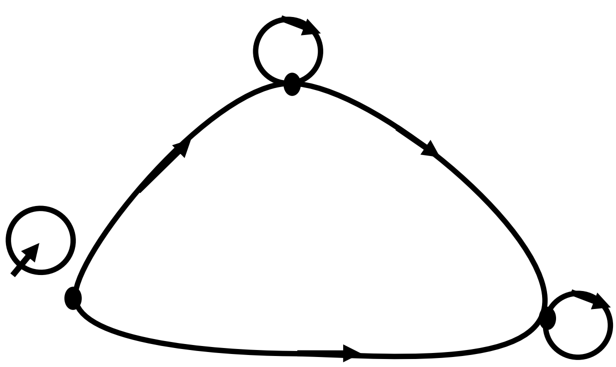
Решение:

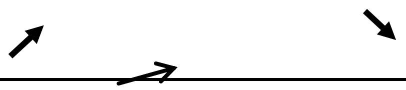
Чтобы отношение являлось отношением порядка, достаточно, чтобы оно обладало транзитивностью и антисимметричностью. Отношение Р не обладает свойством антисимметричности, так как если фигура А имеет одну и ту же площадь, что и фигура В, то и фигура В имеет одну и ту же площадь, что и фигура А. Таким образом, отношение Р не является отношением порядка.

Отношение М является антисимметричным и транзитивным, то есть является отношением порядка.

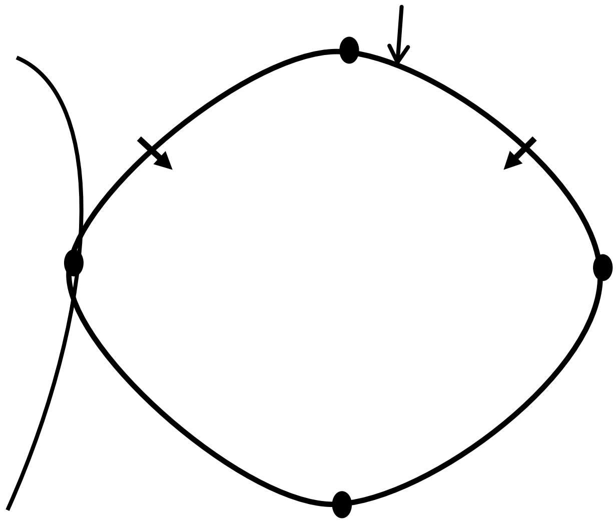
Пример 2.

На рис. 11 приведены графы отношений R,PиQ. Есть ли среди них граф отношения порядка?

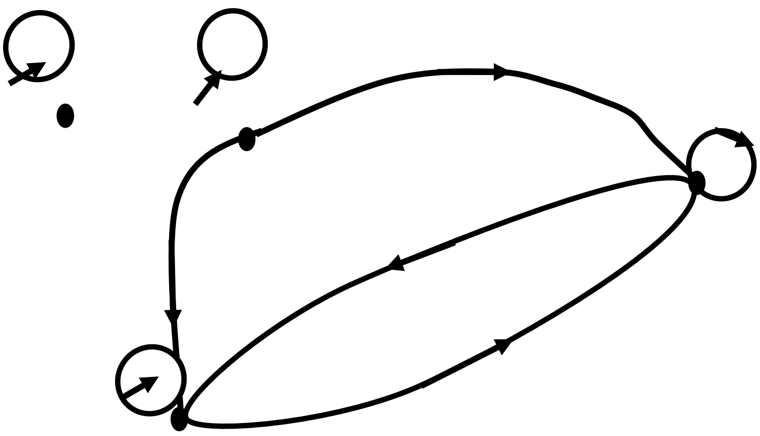




а)



б)



в)

Рис. 11

Решение:

а) Граф, представленный под буквой *а* на рисунке 5 изображает отношение нестрогого порядка(если отношение порядка Rв множестве *X*рефлексивно, то есть для всех, *x* имеем *xRx*, то *R* -*отношение нестрогого порядка*), так как отношение рефлексивно (если отношение R рефлексивно на множестве X, то в каждой вершине графа данного отношения имеется петля), антисимметрично (граф антисимметричного отношения обладает особенностью: если две вершины графа соединены стрелкой, то эта стрелка только одна) и транзитивно (граф транзитивного отношения с каждой парой стрелок, идущих от x к y и y к z, содержит стрелку, идущую от x к z).

b) Граф, представленный под буквой *б* на рисунке 5 изображает отношение строгого порядка (если отношение порядка Rв множестве *X*таково, что для всех $x \in X$ неверно, что *xRx*, то R - *отношение строгого порядка*), так как отношение антирефлексивно (граф антирефлексивного отношения обладает особенностью: в вершинах графа данного отношения петли отсутствуют), антисимметрично (граф антисимметричного отношения обладает особенностью: если две вершины графа соединены стрелкой, то эта стрелка только одна) и транзитивно (граф транзитивного отношения с каждой парой стрелок, идущих от x к y и y к z, содержит стрелку, идущую от x к z).

с) Граф, представленный под буквой *в* на рисунке 5 изображаетотношениене являющееся отношением порядка, не является ни антисимметричным (есть вершины соединенные двумя стрелками), ни транзитивным (не выполняется условие: граф транзитивного отношения с каждой парой стрелок, идущих от x к y и y к z, содержит стрелку, идущую от x к z).

Пример 3.

В начальном курсе математики на множестве натуральных чисел рассматриваются отношения «больше», «больше на 7», «больше в 4 раза», «непосредственно следует за». Какие из них упорядочивают множество натуральных чисел?

Решение:

Множество X, на котором задано отношение порядка, называется упорядоченным множеством.

R: «больше» обладает свойством антирефлексивности, антисимметричности и транзитивности, то есть является отношением строгого порядка, а следовательно, упорядочивает множество N.

Q: «больше на 7» не обладает свойством транзитивности, так как если 28 больше на 7 числа 21 и число 21 больше на 7 числа 14, то из этого не следует, что число 28 больше на7 числа 14. Таким образом, отношение Qне является отношением порядка, а следовательно, не упорядочивает множество N.

S: «больше в 4 раза» не обладает свойством транзитивности, так как если число 16 больше в 4 раза числа 4 и 4 больше в 4 раза числа 1, то 16 не больше в 4 раза числа 1. Таким образом, отношение S не является отношением порядка, а следовательно, не упорядочивает множество N.

T: «непосредственно следует за» не обладает свойством транзитивности. Так как если 7 непосредственно следует за 6, а 6 непосредственно следует за 5, то это не значит, что 7 непосредственно следует за 5. Таким образом, отношение T не является отношением порядка, а следовательно, не упорядочивает множество N.

Практические задания для самостоятельной работы

1. На множестве учащихся класса заданы отношения P – «быть выше ростом» и M – «быть одинакового роста». Какое из них является отношением порядка?

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-8- Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний		
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности	**<u>Вопросы к зачету</u> (раздел 1, семестр 2)** 1. Множество. 2. Элемент множества. 3. Способы задания множества. 4. Числовые множества. 5. Равные множества. 6. Подмножества. 7. Графическая иллюстрация множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. 8. Универсальное множество. 9. Пересечение множеств. 10. Объединение множеств. 11. Дополнение к множеству. Разность множеств. 12. Кортеж. 13. Декартово произведение множеств. 14. Математические понятия. 15. Объем и содержание понятия. 16. Отношения между понятиями. 17. Определение понятий через род и видовое отличие. **Перечень теоретических вопросов к зачету:**

		1. Соответствия между двумя множествами. 2. Понятие соответствия. Способы задания соответствий. 3. Взаимно однозначные соответствия. 4. Понятие отношения на множестве. 5. Свойства отношений. 6. Отношения эквивалентности и порядка. 7. Разбиение множества на классы эквивалентности. 8. Отношение порядка. 9. Понятие алгебраической операции. 10. Свойства алгебраических операций. 11. Нейтральный элемент. 12. Симметричный элемент. 13. Количественные натуральные числа. Счет. 14. Теоретико-множественный смысл натурального числа, нуля и отношения «меньше». 15. Теоретико-множественный смысл суммы. 16. Теоретико-множественный смысл разности.
ОПК-8.2	Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности	**Практическое занятие по разделу «Множества. Математические утверждения и их структура»** Тема: Множества и операции над ними *Множество. Элемент множества. Способы задания множества. Числовые множества* Пример 1. 2. Запишите множество А, элементами которого являются целые числа большие -3 и меньшие 2, используя символические записи характеристического свойства и перечисления элементов множества. Верно, ли, что: а) 2 А; 6) 0 А; а) -3 $\notin$ А? Решение: 4. Зададим множесво А, перечислением всех его элементов: А={-2, -1, 0,1}. 5. Зададим множесво А, описанием характеристических свойств его элементов: $A=\{x \quad \mid x \quad Z \text{ и } -3<x<2\}$. *6.* 2 А – ложь, 0 А – истина, -3 $\notin$ А – истина.

		Равные множества. Подмножества. Графическая иллюстрация множеств. Диаграммы Эйлера-Венна. Пример 2. Составьте цепочки включений, так чтобы каждое следующее множество содержало предыдущее. Изобразите результат при помощи кругов Эйлера-Венна. А - множество равнобедренных треугольников,

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Управление образовательными системами» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета.

Зачет по данной дисциплине проводится в устной форме по вопросам (1 вопрос) и с предъявлением всех выполненных заданий.

Показатели и критерии оценивания зачета:

Зачет и экзамен студент получает в том случае, если студент выполнил анализ программ, представил презентацию, сделал доклад по заданной теме и показал совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыл основные положения вопросов; выполнил учебные таблицы, дидактический материал, задания, предусмотренные программой, усвоил основную и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой.

Зачет и экзамен не ставится, если, студент не выполнил и не представил на проверку анализ программ, не представил группе презентацию, не сделал доклад по заданной теме и не показал совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно не раскрыл основные положения вопросов; не выполнил учебные таблицы, дидактический материал, не владеет системой знаний, умений и навыков по программному материалу, не владеет способностью к рассуждению, не может анализировать нормативные документы, показывает полную неподготовленность по курсу.