МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

14.02.2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Направление подготовки (специальность)
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль/специализация) программы
Математика и физика

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	3
Семестр	6

Магнитогорск
2022 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
08.02.2022, протокол № 7

Зав. кафедрой __________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
14.02.2022 г. протокол № 6

Председатель __________________ И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:
доцент кафедры ПМиИ, канд. физ.-мат. наук __________________В.В. Шеметова

Рецензент:
доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук __________________Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023 - 2024 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Основными целями освоения дисциплины "Математическая логика" являются формирование общепрофессиональной компетенции в соответствии с требованиями ФГОС ВО, изучение основных понятий математической логики, развитие логического мышления, формирование логической культуры, изучение применений математической логики в будущей профессиональной деятельности, формирование представлений о проблемах оснований математики.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Математическая логика входит в обязателыую часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Алгебра

Дискретная математика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики

Практикум решения олимпиадных задач по математике

Методика обучения физике в школе

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математическая логика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности
ОПК-8.2	Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

– контактная работа – 37 акад. часов:

– аудиторная – 36 акад. часов;

– внеаудиторная – 1 акад. часов;

– самостоятельная работа – 71 акад. часов;

– в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Логика высказываний								
1.1 Дедуктивный характер математики. Парадоксы канторовской теории множеств. предмет математической логики. Высказывания и логические операции над ними. Язык логики высказываний. Формулы языка логики высказываний. Истинностные функции. Равносильность формул логики высказываний, равносильные преобразования формул. Представление истинностных функций формулами логики высказываний.	6	2		2/2И	6	Выполнение письменных домашних заданий, связанных с алгеброй высказываний. Подготовка к контрольной работе (АКР №1) по разделам, связанным с алгеброй высказываний.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
1.2 Совершенная дизъюнктивная и совершенная конъюнктивная нормальные формы. Минимизация ДНФ. Полные системы булевых функций. Тавтологии -- законы логики высказываний. Семантическое следование. Виды теорем, необходимые и достаточные условия.		4		4/4И	12	Выполнение письменных домашних заданий, связанных с исчислением высказываний. Подготовка к контрольной работе (АКР №1) по разделам, связанным с исчислением высказываний. Изучение литературы	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2

1.3 Принципы построения исчисления высказываний. Аксиомы, правила вывода, доказуемость формул. Выводимость из гипотез. Производные правила вывода. Теорема дедукции. Характеристики исчисления высказываний - непротиворечивость, полнота, разрешимость и		2		2/2И	12	Выполнение письменных домашних заданий по разделу, со строением и видами теорем, необходимыми и достаточными условиями. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий. АКР № 1	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		8		8/8И	30			
2. Логика предикатов								
2.1 Предикаты и логические операции над ними. Кванторы. Язык логики предикатов. Языки первого порядка. Термы и формулы. Интерпретации. Значение формулы в интерпретации. Равносильность, общезначимость и выполнимость формул.	6	2		2/2И	10	Выполнение письменных домашних заданий. Подготовка к контрольной работе (АКР №2). Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
2.2 Предваренная нормальная форма. Применение языка логики предикатов для записи математических утверждений и построения их отрицаний.		2		2/2И	10	Выполнение письменных домашних заданий. Подготовка к контрольной работе (АКР №2). Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий. АКР № 2	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		4		4/4И	20			
3. Формализованные математические теории и проблемы оснований математики								
3.1 Понятие формализованной математической теории. Теории первого порядка. Аксиомы теории, правила вывода. Доказательства в теории. Примеры теорий первого порядка. Теорема дедукции. Доказуемость предикатных подстановок в тавтологии. Характеристика теорий: непротиворечивость, полнота, разрешимость. Непротиворечивость исчисления предикатов.	6	2		2/2И	6	Выполнение домашних заданий по разделам, связанным с теориями первого порядка. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2

3.2 Модели теорий. Формулировка теоремы Геделя о полноте для теорий первого порядка. Формальная арифметика. Формулировка теоремы Геделя о неполноте арифметики.		2		2/2И	6	Выполнение домашних заданий по разделам, связанным с теориями первого порядка. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
3.3 Обзор результатов о формализации теории множеств, непротиворечивости и независимости в основаниях теории множеств. Программа Гильберта. Представление об интуиционистском и конструктивном направлениях в математике.		2		2/2И	9	Выполнение домашних заданий по разделам, связанным с построением и исследованием моделей. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу		6		6/6И	21			
Итого за семестр		18		18/18И	71		зао	
Итого по дисциплине		18		18/18И	71		зачет с оценкой	

5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, со-держание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.

- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставлен-ных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать …» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета МООДУС MOODLE).

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математическая логика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.
Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

АКР № 1

1. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы, совершенные конъюнктивные нормальные формы

Построить таблицы истинности для следующих формул алгебры высказываний и привести эти формулы к СДНФ и СКНФ.

1. $((\neg x \vee y) \to \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
2. $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \to \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
3. $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \to (z \wedge \neg(x \wedge y))$
4. $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee \left(\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y)\right)) \to (\neg y \wedge z)$
5. $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \to (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
6. $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \to \neg(x \vee y \vee \neg z)$
7. $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \to (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
8. $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \to (x \wedge \left((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)\right))$
9. $(x \vee y \to z) \leftrightarrow (\neg z \to \neg(x \wedge y))$
10. $((\neg x \vee y) \to \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
11. $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \to \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
12. $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \to (z \wedge \neg(x \wedge y))$
13. $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee \left(\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y)\right)) \to (\neg y \wedge z)$
14. $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \to (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
15. $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \to \neg(x \vee y \vee \neg z)$
16. $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \to (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
17. $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \to (x \wedge \left((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)\right))$
18. $\neg(\neg(x \vee z \to y) \vee (y \wedge \neg z \to x \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
19. $\neg\left((z \to y) \to x\right) \to \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
20. $(z \to x \wedge y) \to (x \to y \wedge z) \vee \left(\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y)\right)$

2. Исчисление высказываний

Пусть $\Phi, \Psi, \mathrm{X}, \Theta$ - формулы исчисления высказываний. Построить вывод формулы исчисления высказываний из данного множества гипотез.

1. $\Phi \vdash \Psi \to (\Phi \wedge \Psi)$;
2. $\Phi \to \Psi, \Phi \to \mathrm{X} \vdash \Phi \to \Psi \wedge \mathrm{X}$;
3. $\Phi \to \mathrm{X}, \Psi \to \mathrm{X} \vdash \Phi \vee \Psi \to \mathrm{X}$;

4. $\Phi \to \Psi \vdash (X \to \Phi) \to (X \to \Psi)$;
5. $\Phi \to \Psi \vdash \Phi \wedge X \to \Psi \wedge X$;
6. $\Phi \to \Psi \vdash \Phi \vee X \to \Psi \vee X$;
7. $\Phi \to \Psi \vdash \Phi \to (\Phi \vee \Psi)$
8. $\Phi \vee (\Phi \wedge \Psi) \vdash \Phi$
9. $\Phi \wedge \Psi \vdash \Phi \wedge (\neg\Phi \vee \Psi)$;
10. $\Phi \vee (\neg\Phi \wedge \Psi) \vdash \Phi \vee \Psi$;
11. $X \to \Phi, \Phi \to \Psi \vdash X \wedge \Theta \to \Psi \vee \neg\Theta$;
12. $\Phi \to X, \Psi \wedge \Phi \vdash \Theta \to X$;
13. $\Theta \to \Psi, \Theta \wedge \Phi \vdash (\Phi \wedge \Psi) \vee X$;
14. $\Phi \wedge (\Psi \wedge \Theta) \vdash \Psi \wedge (\Phi \vee \neg\Theta)$;
15. $\Phi \vdash (\Phi \vee \Psi) \wedge (\Phi \vee \neg\Theta)$;
16. $\Psi \wedge (\Phi \wedge \Theta) \vdash (\Phi \wedge \Psi) \wedge \Theta$;
17. $\Phi \vee (\Psi \wedge \Theta) \vdash \Psi \vee (\Phi \vee \neg\Theta)$;
18. $\Phi \wedge \Psi \to \Theta \vdash X \wedge \Phi \to (\Psi \to \Theta \vee \neg\Phi)$;
19. $\Phi \to \Psi \vdash (\Theta \to \Phi) \to (\Theta \wedge \neg\Psi \to \neg\Phi \vee \Psi)$;
20. $\Phi \vee \Psi \vdash (\Phi \to \Theta) \to (\Psi \vee \Theta)$;

АКР № 2

1. Формулы логики предикатов

Выписать все подформулы данной формулы сигнатуры $\Sigma = \{+, \cdot, \leq, 0\}$ и определить свободные и связанные переменные формулы:

1. $\forall x((x+y \leq x) \wedge \neg (x=0))$;
2. $\exists x(\forall y(x+y=y) \to (y \leq 0))$;
3. $\forall x \forall y((x \cdot y = 0) \to (x=0) \vee (y=0))$;
4. $\forall x \forall y(((x \leq y) \wedge (y < x) \to) x = y)$;
5. $\forall x \exists y((x \leq y) \wedge \neg (x=y) \to \neg (y \leq x))$;
6. $\forall y((x+0 = x+y) \to (y=0))$;
7. $(x+y=0) \to (0 \leq x) \vee \exists y(0 \leq y)$;
8. $\forall x \exists y((x \leq y) \to (x+z \leq y))$;
9. $(x \leq y) \to \exists z \neg (x+z \leq y)$;
10. $\forall x((x \cdot y \leq y) \vee \neg (0 \leq y))$;
11. $\exists x((x+x=x) \wedge \neg (x \cdot x = x))$;
12. $\forall y((x+y=z) \wedge \neg (x=0) \to \neg (y=0))$;
13. $(x \leq y) \wedge (y \leq z) \to \forall z \neg (y+z=x)$;
14. $\forall x((x \leq y+x) \to (0 \leq y)) \vee (x=z)$;
15. $\forall x(x \cdot x \leq x+x) \wedge \exists y(x+y=0) \to (z \leq y)$;
16. $\forall x \exists z(z+y=x) \to (x \cdot y \leq z) \wedge \forall y(x+0=y)$;
17. $\forall x \forall y(x \cdot y = 0) \to (x=0) \vee (y=0)$;
18. $\exists z((x+y \leq z) \vee (x+z=y)) \wedge \neg (x=y)$;
19. $\forall x \forall y((x+y=x) \vee \exists z(x \cdot z = y))$;
20. $\exists x((x \cdot y = x+y) \wedge \neg (x=0) \wedge y \leq x)$.

Пусть Φ, Ψ, X - атомарные формулы логики предикатов. Выписать все подформулы данной формулы и определить свободные и связанные переменные формулы:

1. $\neg((\exists x \forall y \Phi(x, y) \vee \exists x \exists y \Psi(x, y)) \wedge \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
2. $\neg((\exists x \Phi(x, y) \vee \exists z \Psi(x, z)) \vee \exists x \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
3. $\forall x(\exists y \Phi(x, y) \wedge \exists y \Psi(x, y)) \wedge \forall x \Psi(x, y)$;
4. $\forall x(\forall y \Phi(x, y) \vee \Psi(x, y)) \vee \forall x \exists y \mathrm{X}(x, y)$;
5. $\neg(\forall x \exists y \Phi(x, y) \rightarrow \forall x \Psi(x, y)) \wedge \forall x \forall z \mathrm{X}(x, z)$;
6. $\forall x \Phi(x, y) \vee \forall x(\exists y \Psi(x, y) \vee (\exists y \mathrm{X}(x, y) \wedge \exists y \Phi(x, y)))$;
7. $\forall x(\exists y \Phi(x, y) \wedge \forall x \exists y \Psi(x, y)) \wedge (\exists y \mathrm{X}(x, y) \vee \exists y \Phi(x, y))$;
8. $\neg(\forall x \neg(\forall y \Phi(x, y) \wedge y \Psi(x, y))) \rightarrow \exists y \forall x \mathrm{X}(x, y)$;
9. $\exists x \forall y \Phi(x, y) \rightarrow \neg(\forall x \neg(\forall y \Phi(x, y) \wedge \exists z \Psi(z, y)))$;
10. $\exists x(\exists y \Phi(x, y) \vee \forall y \Psi(x, y)) \wedge \forall y(\Phi(x, y) \wedge \Psi(x, y))$;
11. $\neg((\exists x \exists y \Phi(x, y) \wedge \exists x \forall y \Psi(x, y)) \vee \exists x \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
12. $\exists x \Phi(x, y) \vee (\exists x \forall y \Psi(x, y) \rightarrow \exists x \exists y \mathrm{X}(x, y))$;
13. $\forall x(\neg(\exists y \Phi(x, y) \rightarrow \forall y \Psi(x, y)) \vee (\Phi(x, z) \rightarrow \forall y \Psi(x, y)))$;
14. $\forall x(\exists y \Phi(x, y) \vee \forall y \Psi(x, y)) \wedge \exists x \neg(\Phi(z, y) \wedge \forall y \Psi(x, y))$;
15. $\forall x \Phi(x, y) \rightarrow \exists y(\exists x \mathrm{X}(x, y) \rightarrow \Psi(y, z) \vee \Phi(y, z))$;
16. $\forall x \exists y \Phi(x, y) \wedge \forall y \forall x \Psi(x, y) \rightarrow \neg \mathrm{X}(x, y) \wedge \Phi(x, y)$;
17. $\forall x \exists y \neg(\Phi(x, y) \rightarrow \neg \Psi(x, y)) \vee \exists z \mathrm{X}(z, y)$;
18. $\forall x(\forall y \Phi(x, y) \rightarrow \exists y \Psi(x, y)) \wedge \neg(\exists y \mathrm{X}(x, y) \vee \exists y \Phi(x, y))$;
19. $\exists x \Phi(x, y) \wedge \forall x \exists y \Psi(x, y) \rightarrow \forall x \exists y \mathrm{X}(x, y) \vee \exists y \Psi(x, y)$;
20. $\exists y \forall z(\Phi(x, y) \vee \forall x \exists y \Psi(x, y) \rightarrow \exists y \mathrm{X}(z, y)) \vee \exists y \Phi(x, y)$.

2. Истинность формулы логики предикатов в алгебраической системе

В следующих задачах предикаты $P(x)$ и $Q(x)$ заданы на множестве всех действительных чисел. Следует определить:

– множество истинности предиката $\neg P(x)$;

– справедливо ли одно из следующих соотношений $P(x) \rightarrow Q(x), Q(x) \rightarrow P(x)$.

Определить также, истинно или ложно каждое из высказываний:

а) $\forall x P(x)$, б) $\exists x P(x)$ в случаях, когда предикат P(x) рассматривается на указанном в соответствующем задании интервале.

1. $P(x)$ задан в виде $x^2 \leq 4x,\ Q(x)$ – в виде $|x| \leq\ 4$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (0,4);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (4,+ ∞).

2. $P(x)$ задан в виде $|x| \leq 2,\ Q(x)$ – в виде $x^2 < 1$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,2];

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-2,2).

3. $P(x)$ задан в виде $x^2 > x$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 1$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-1,0);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,+ ∞).

4. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 5x + 4 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,4];

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [4,5].

5. $P(x)$ задан в виде $x^2 + 4x + 4 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 1$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [-2,2];

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,2].

6. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 6x + 8 < 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 4$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (2,4);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3,4].

7. $P(x)$ задан в виде $x^2 \geq 16$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 25 > 0$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,-4);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-4,4).

8. $P(x)$ задан в виде $x^2 > 3x$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 4x > 0$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3, + ∞);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,3].

9. $P(x)$ задан в виде $|x| > 5$, $Q(x)$ – в виде $x^2 \geq 25$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-6,-5);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-6,6).

10. $P(x)$ задан в виде $4x^2 - 1 > 0$, $Q(x)$ – в виде $x^2 > 1$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,5;1);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (0,1).

11. $P(x)$ задан в виде $x^2 \leq 6x$, $Q(x)$ – в виде $|x| \leq 6$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (0,6);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (6,+ ∞).

12. $P(x)$ задан в виде $|x| \leq 4$, $Q(x)$ – в виде $x^2 < 1$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,4];

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-4,4).

13. $P(x)$ задан в виде $x^2 > 2x$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 2$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-2,0);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [2,+ ∞).

14. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 5x + 6 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,4];

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3,6].

15. $P(x)$ задан в виде $x^2 + 6x + 9 = 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| > 2$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [-3,3];

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,3].

16. $P(x)$ задан в виде $x^2 - 7x + 10 < 0$, $Q(x)$ – в виде $|x| < 5$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (2,6);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [1,6].

17. $P(x)$ задан в виде $x^2 \geq 9$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 16 > 0$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-∞,-3);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-4,4).

18. $P(x)$ задан в виде $x^2 > 5x$, $Q(x)$ – в виде $x^2 - 7x > 0$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [3, + ∞);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0,7].

19. $P(x)$ задан в виде $|x| > 8$, $Q(x)$ – в виде $x^2 \geq 16$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-5,0);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-8,8).

20. $P(x)$ задан в виде $9x^2 - 1 > 0$, $Q(x)$ – в виде $x^2 > 4$:

а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале [0;1);

б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (-1,2).

3. Исчисление предикатов

Пусть $\Phi, \Psi, \mathrm{X}, \Theta$ - формулы исчисления предикатов. Построить вывод формулы исчисления предикатов из данного множества гипотез.

1. $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists z \Phi(y, z)$;
2. $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists x \Phi(y, x)$;
3. $\forall x \Phi(x, x) \vdash \exists y \exists z \Phi(y, z)$;
4. $\exists x \forall y \Phi(x, y) \vdash \exists z \Phi(z, z)$;
5. $\forall y \Phi(y) \vdash \exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x))$;
6. $\exists x \Phi(x) \vee \exists x \Psi(x) \vdash \exists x(\Phi(x) \vee \Psi(x))$;
7. $\forall x \Phi(x) \wedge \forall y \Psi(y) \vdash \Phi(u) \wedge \Psi(u)$;
8. $\Phi(x) \vdash \Psi(y) \rightarrow \exists x \Phi(x)$;
9. $\exists x(\Phi(x) \rightarrow \Psi(x)) \vdash \forall x \Phi(x) \rightarrow \exists y \Psi(y))$;
10. $\forall x \Phi(x) \rightarrow \forall y \Psi(y)) \vdash \neg \Psi(x) \rightarrow \exists y \neg \Phi(y))$;
11. $\forall x \Phi(x) \vee \forall y \Psi(y)) \vdash \neg \Psi(x) \rightarrow \Phi(y))$;
12. $\forall y \exists x(\Phi(x, y) \rightarrow \Psi(y)) \vdash \forall x(\forall z \Phi(z, x) \rightarrow \Psi(x))$;
13. $\exists x \exists y(\Phi(x) \wedge \Psi(x, y)) \vdash \exists x \Phi(x) \wedge \exists y \exists z \Psi(y.z)$;
14. $\forall y \Phi(y) \vee \forall x \exists y \Psi(x, y) \vdash \forall x \exists z(\Phi(x) \vee \Psi(x, z))$;
15. $\exists x \forall y(\Phi(x, y) \wedge \Psi(x)) \vdash \forall x \exists z \Phi(z, x) \wedge \exists x \Psi(x)$;
16. $\forall y(\Phi(x, y) \vee \Psi(x)) \vdash \exists x \exists z \Phi(z, x) \vee \exists x \Psi(x)$;
17. $\exists x \forall y \exists z \Phi(x, y, z) \vdash \exists u \forall v \exists w \Phi(v, u, w)$;
18. $\exists x \forall y \Phi(x, y, y) \vdash \forall u \exists z \exists v \Phi(z, u, v)$;
19. $\forall x \exists z \forall y \Phi(x, y, z) \vdash \forall u \forall v \exists w \Phi(v, u, w)$;
20. $\exists y \forall x \Phi(x, y, y) \vdash \exists u \exists y \exists z \Phi(u, y, z)$.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-8 - Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний		
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности	**Теоретические вопросы для зачета с оценкой по дисциплине «Математическая логика»:** 1. Высказывания и логические операции над ними. 2. Формулы логики высказываний. Равносильность формул логики высказываний. 3. Тавтологии. 4. Семантическое следствие формул логики высказываний. 5. Истинностные функции. Представление истинностных функций формулами логики высказываний. 6. Нормальные формы. 7. Проблема разрешения. 8. Понятие об исчислении высказываний. Аксиомы и правила вывода в исчислении высказываний 9. Выводимость из гипотез (в исчислении высказываний). 10. Производные правила вывода (в исчислении высказываний). 11. Некоторые утверждения о выводимости (в исчислении высказываний). 12. Полнота исчисления высказываний. 13. Непротиворечивость исчисления высказываний. 14. Высказывательные формы и предикаты. 15. Кванторы. 16. Понятие о языке первого порядка. Теоремы и формулы. 17. Понятие интерпретации. 18. Истинностное значение формулы. Общезначимые формулы. 19. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. 20. Выводимость из гипотез в исчислении предикатов. 21. Полнота и непротиворечивость исчисления предикатов. 22. Теории первого порядка и некоторые их характеристики. Примеры теорий первого порядка.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		23. Формальная арифметика. 24. Теоремы Геделя о неполноте и непротиворечивости арифметики.
ОПК-8.2	Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности	***Примерные практические задания для зачета:*** **Задание 1.** Построить таблицы истинности для следующей формулы алгебры высказываний и привести эти формулы к СДНФ и СКНФ. $((\neg x \vee y) \rightarrow \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$ **Задание 2.** Пусть Φ, Ψ, X, Θ - формулы исчисле высказываний. Построить вывод формулы исчислени высказываний из данного множества гипотез. $\Phi \vdash \Psi \rightarrow (\Phi \wedge \Psi)$. **Задание 3.** Выписать все подформулы данной формулы сигнатуры $\Sigma = \{+, \cdot, \leq, 0\}$ и определить свободные и связанные переменные формулы: $\forall x((x + y \leq x) \wedge \neg (x = 0))$; **Задание 4.** Пусть Φ, Ψ, X - атомарные формулы логики предикатов. Выписать все подформулы данно формулы и определить свободные и связанные переменные формулы: $\neg((\exists x \forall y \Phi(x, y) \vee \exists x \exists y \Psi(x, y)) \wedge \exists y X(x, y))$; **Задание 5.** Предикаты $P(x)$ и $Q(x)$ заданы на множестве всех действительных чисел. Следует определить: – множество истинности предиката $\neg P(x)$; – справедливо ли одно из следующих соотношений $P(x) \rightarrow Q(x), Q(x) \rightarrow P(x)$. Определить также, истинно или ложно каждое из высказываний: а) $\forall x P(x)$, б) $\exists x P(x)$ в случаях, когда предикат P(x) рассматривается на указанном в соответствующем задании интервале. $P(x)$ задан в виде $x^2 \leq 4x$, $Q(x)$ – в виде $\lvert x \rvert \leq 4$:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		а) $\forall x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (0,4); б) $\exists x P(x)$, где предикат $P(x)$ рассматривается на интервале (4,+ ∞). **Задание 6.** Пусть Φ, Ψ, X, Θ - формулы исчисления предикатов. Построить вывод формулы исчисления предикатов из данного множества гипотез. 1. $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists z \Phi(y, z)$;

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математическая логика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета с оценкой в 6 семестре.

Показатели и критерии оценивания зачета с оценкой (6 семестр):

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного и методического материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Игошин В.И. Математическая логика / В.И. Игошин.— Москва: ИНФРА-М, 2019. — 398 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-011691-4. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/document?id=327872. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Игошин В.И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов / В.И. Игошин.— Москва: ИНФРА-М, 2019. — 392 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-906818-08-9. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/document?id=329810. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) Дополнительная литература:

1. Успенский В.А. Вводный курс математической логики / В.А. Успенский, Н.К. Верещагин, В.Е. Плиско. - Физматлит, 2017. - 128 с. - ISBN 978-5-9221-0278-0. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/document?id=272628. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Ершов Ю.Л. Математическая логика / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин.- Физматлит, 2011. - 356 с. - ISBN 978-5-9221-1301-4. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/document?id=81684. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/432018. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) Методические указания:

1. Павлова Е.А. Элементы математической логики. Алгебра логики: Учебно-методическое пособие для школьников очно-заочной физико-математической школы «Квадрат Декарта».- Тюменский государственный университет, 2018.- 24 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-400-01458-1.

2. Палий, И. А. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12446-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/447489.

3. Гринченков, Д. В. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов : учебное пособие / Д. В. Гринченков, С. И. Потоцкий. - М. : Кнорус, 2013. - 206 с. : ил., табл. - ISBN 978-5-406-02434-8. - Текст : непосредственный.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Windows 7 Professional(для классов)	Д-1227-18 от 08.10.2018	11.10.2021
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: http://window.edu.ru/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с паке-том MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.