



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА ГРАФАХ***

Научная специальность  
1.1.6. Вычислительная математика

Уровень высшего образования – подготовка кадров высшей квалификации

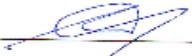
Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естественных и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	2
Семестр	4

Магнитогорск  
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОТ (приказ Минобрнауки России от 20.10.2021 г. № 951)

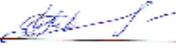
Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
17.01.2023, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извokon

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИИИС  
30.01.2023 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мелин

Рабочая программа составлена:  
профессор кафедры ПМФИ, д-р физ.-мат. наук  С.И.  
Кадчиков

Рецензент:  
доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М.  
Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки кадров высшей квалификации по программе аспирантуры 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ курс «Спектральные задачи на графах» направлен на формирование математических методов, алгоритмов, приобретение практических навыков разработки математических моделей физических и технических систем

### **2 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Спектральные задачи на графах» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

КНС-1	Способен разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники

### 3. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц 72 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 34 акад. часов;
- аудиторная – 34 акад. часов;
- внеаудиторная – 0 акад. часов;
- самостоятельная работа – 38 акад. часов;

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)		Самостоятельная работа студента	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
		Лек.	практ. зан.		
1. Понятие квантового графа					
1.1 Дифференциальный оператор на каждом ребре графа	4	2	2	5	Устный опрос
1.2 Дифференциальный оператор на каждом ребре графа		2	2	5	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
1.3 Условие склейки		2	2	5	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
1.4 Самосопряженность стандартных условий		2	2	5	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
1.5 Собственные значения и собственные функции		3	3	6	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
Итого по разделу		11	11	26	
2. Спектральные задачи на графах					
2.1 Прямые спектральные задачи	4	3	3	6	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
2.2 Обратные спектральные задачи		3	3	6	Устный опрос, проверка результатов выполнения практических заданий
Итого по разделу		6	6	12	
Итого за семестр		17	17	38	зачёт
Итого по дисциплине		17	17	38	зачет

#### 4 Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации

Представлены в приложении 1.

#### 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

##### а) Основная литература:

Покорный, Ю. В. Дифференциальные уравнения на геометрических графах : учебное пособие / Ю. В. Покорный, О. М. Пенкин, В. Л. Прядиев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 272 с. — ISBN 5-9221-0425-X. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2753> (дата обращения: 01.03.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей

##### б) Дополнительная литература:

1. Юрко В.А. О восстановлении операторов Штурма - Лиувилля на графах / В.А. Юрко // Мат. заметки. - 2006. - Т. 79, № 4. - С. 619-630

2. Юрко, В.А. Введение в теорию обратных спектральных задач / В.А. Юрко. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 383 с.

##### в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

#### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
MathWorks MathLab v.2014 Classroom License	К-89-14 от 08.12.2014	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
JetBrains PyCharm Community Edition	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MS Visual Studio Code	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно

#### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Российская Государственная библиотека. Каталоги	<a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru">https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru</a>
Международная реферативная и полнотекстовая справочная база данных	<a href="http://scopus.com">http://scopus.com</a>
Международная реферативная база данных по чистой и прикладной	<a href="http://zbmath.org/">http://zbmath.org/</a>

## Приложение 1

### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестации

Формируемые компетенции	Оценочные средства
<p>КНС-1: Способен разрабатывать алгоритмы численного решения задач алгебры, анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики, теории вероятностей и статистики, типичных для приложений математики к различным областям науки и техники</p>	<p>Примерные темы практических заданий</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Докажите, что число равенств, задаваемых стандартными условиями склейки, совпадает с удвоенным числом ребер для произвольного графа.</li> <li>Докажите, что пространство <math>L_2(G)</math> гильбертово.</li> <li>Докажите, что вектора <math>\left[ y_j(0), y'_j(0), y_j(l_j), y'_j(l_j) \right]_{j=1}^m</math>, удовлетворяющие стандартным условиям склейки, образуют линейное пространство размерности <math>2m</math></li> <li>Решить задачу Штурма - Лиувилля <math display="block">\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y(0) = y(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].</math></li> <li>Решить задачу Штурма - Лиувилля <math display="block">\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, \\ y'(0) = y'(l) = 0. \end{cases} \quad x \in [0, l].</math></li> </ol> <p>Вопросы к зачету</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Понятие квантового графа.</li> <li>Геометрический граф.</li> <li>Дифференциальные операторы на каждом ребре графа.</li> <li>Условия склейки.</li> <li>Самосопряженность стандартных условий склейки.</li> <li>Собственные значения и собственные функции оператора.</li> <li>Общий вид самосопряженных условий склейки.</li> </ol> <p>Вопросы к зачету</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Характеристический определитель.</li> <li>Матрица рассеяния.</li> <li>Примеры прямых спектральных задач на графах.</li> <li>Примеры обратных спектральных задач на графах</li> </ol> <p>Примерные практические задания</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>При каких условиях на константы <math>c_j</math> следующие условия склейки в вершине <math>v</math> графа являются самосопряженными?  а) <math>y_j(v) + c_j [y'_{j-1}(v) + y'_{j+1}(v)] = 0</math>, </li> </ol>

$$j = \overline{1, n},$$

$$b) \quad y_j(v) + y_{j+1} + c_j [y'_j(v) - y'_{j+1}(v)] = 0, \\ j = \overline{1, n}.$$

Считаем, что  $y_0 = y_n$ ,  $y_{n+1} = y_1$ .

2. Найдите матрицу рассеяния в случае произвольного  $n$  для стандартного условия склейки.