



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

30.01.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки (специальность)  
13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

Направленность (профиль/специализация) программы  
Энергообеспечение предприятий

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1, 2
Семестр	1, 2, 3

Магнитогорск  
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника (приказ Минобрнауки России от 28.02.2018 г. № 143)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
17.01.2023, протокол № 5


Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков


Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
30.01.2023 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:  
Зав. кафедрой Теплотехнических и энергетических систем

 Е.Г. Нешпоренко

Рабочая программа составлена:  
доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук  Е.А. Пузанкова

Рецензент:  
доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Математика» являются: формирование у обучающихся общекультурной компетенции, включающей ознакомление бакалавров с основными математическими понятиями, воспитание высокой математической культуры, базирующейся на использовании основных законов математики в профессиональной деятельности, привитие навыков современных видов математического мышления, использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности, выработка у бакалавров умения проводить математический анализ прикладных задач и овладение основными аналитико-геометрическими методами исследования таких задач.

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дисциплина Б1.014 Математика входит в базовую часть блока 1 образовательной программы.

Освоение данной дисциплины предполагает, что в результате изучения школьного курса математики обучающийся имеет сформированное представление о математике как универсальном языке науки, об идеях и методах математики, владеет математическими знаниями и умениями, соответствующими Федеральному компоненту государственного стандарта общего образования, имеет развитое логическое мышление, пространственное воображение, обладает высоким уровнем алгоритмической культуры.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Химия

Теоретическая механика

Электроэнергетические системы и сети

Гидрогазодинамика

Прикладная механика

Тепломассообмен

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач
ОПК-3..1	Использует методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач, моделировании и проектировании энергосистем
ОПК-3..2	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат при теоретическом и экспериментальном исследовании в решении задач энергосбережения

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц 540 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 262,1 акад. часов;
- аудиторная – 252 акад. часов;
- внеаудиторная – 10,1 акад. часов;
- самостоятельная работа – 206,5 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 71,4 акад. час

Форма аттестации - экзамен, зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Линейная и векторная алгебра								
1.1 - Матрицы, их разновидности. Действия над матрицами: равенство матриц, сложение, умножение на число, умножение матриц. Преобразование матриц: транспонирование, элементарные преобразования матриц. - Определитель квадратной матрицы, его свойства. Обращение матриц. Ранг матрицы. - Системы линейных уравнений. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Условия совместимости системы линейных уравнений. Однородные системы. Метод Гаусса.	1	6		8	11	- Типовой расчет №1 «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений».	Защита ТР №1: устный опрос, тестирование	ОПК-3.1, ОПК-3.2
1.2 4. Геометрический вектор. Линейные операции над векторами, их свойства. Линейное (векторное) пространство. Базис реального пространства. Декартова система координат. Простейшие задачи, решаемые методом координат. 5. Нелинейные операции над векторами: скалярное, векторное, смешанное произведение, их свойства.		4		6	10	Выполнение индивидуального домашнего задания ИДЗ №1 «Векторная алгебра»	-Проверка индивидуальных заданий, -Итоговый тест по разделу1	ОПК-3.1, ОПК-3.2

Итого по разделу	10		14	21				
2. Аналитическая геометрия								
2.1 - Две задачи аналитической геометрии. Уравнение линии и поверхности как уравнения геометрического места точек. - Уравнение прямой на плоскости. - Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Смешанные задачи. Приложения на примере линеаризации характеристик намагничивания.	1	4		8	10	- Подготовка к контрольной работе и выполнение АКР №1 «Аналитическая геометрия». - Подготовка к практическим занятиям.	- Проверка контрольной работы АКР №1	ОПК-3.1, ОПК-3.2
2.2 - Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и геометрические свойства. - Уравнение поверхности как уравнение геометрического места точек. Поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперboloид, параболоид, конус. Исследование их формы методом сечения. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения.	1	4		4	11	- Индивидуальное домашнее задание №2 «Кривые второго порядка» - самостоятельно изучение учебной литературы	- Проверка индивидуальных заданий ИДЗ №2. - Итоговый тест по разделу 1. - Устный опрос.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу		8		12	21			
3. Введение в математический анализ. Пределы								
3.1 Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа. Действия с комплексными числами.	1			2	3	- Выполнение индивидуальных домашних заданий: ИДЗ №3 «Комплексные числа».	- Проверка индивидуальных домашних заданий ИДЗ №3.	ОПК-3.1, ОПК-3.2

<p>3.2 - Элементы теории множеств и математической логики.  - Числовые последовательности.  Предел числовой последовательности.  - Функция. Способы задания функции.  Ос-новные характеристики функции.  Обратная функция.  Сложная функция.  Элементарные и неэлементарные функции.  - Предел функции в точке, в бесконечно-сти.  Бесконечно малые функции в точке, их свойства. Теорема о связи функции, её предела и бесконечно малой.  - Предел суммы, произведения, частного.  Бесконечно большие, их связь с бесконечно малыми. Сравнение бесконечно малых.  Первый и второй замечательный пределы</p>	6		8	12	<p>-Выполнение ИДЗ №4 «Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции».  - Подготовка к контрольной работе АКР №2 «Предел функции. Непрерывность функции».  - Самостоятельное изучение учебной литературы.</p>	<p>-Проверка индивидуальных заданий ИДЗ №4.  -Устный опрос.</p>	ОПК-3.1, ОПК-3.2
<p>3.3 - Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений. Существование промежуточных значений.</p>	2		4	6	<p>-Выполнение ИДЗ №4 «Введение в математический анализ. Предел и непрерывность функции».  - Подготовка к контрольной работе и выполнение АКР №2 «Предел функции. Непрерывность функции».  - Самостоятельное изучение учебной литературы.</p>	<p>-Проверка индивидуальных заданий ИДЗ №4.  -Проверка контрольной работы АКР№2.  -Устный опрос.</p>	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу	8		14	21			
4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной							

4.1 - Производная функции, её смысл в различных задачах. Основные свойства производной. - Дифференциал функции, его геометрический смысл. Линеаризация функции. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. - Производная сложной и обратной функции. Инвариантность дифференциала. Дифференцирование функции, заданной параметрически. неявно заданные функции, их дифференцирование. Логарифмическое дифференцирование. - Производные и дифференциалы высших порядков.	1	5	8	10	- Выполнение индивидуального домашнего задания ИДЗ №5 «Производная функции одной переменной». - Подготовка к контрольной работе и выполнение АКР №3 «Производная функции одной переменной».	- Проверка индивидуальных заданий ИДЗ №5. - Проверка контрольной работы АКР №3.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
4.2 - Основные теоремы математического анализа (теоремы Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталья. - Условие монотонности функции. Экстремум функции. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. - Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Построение графика функции. - Приближенное решение уравнений. Отделение корней уравнения. Метод хорд и касательных.		5	6	13,2	- Выполнение Типового расчета №2 «Исследование функций и построение графиков» и подготовка к защите. - Самостоятельное изучение учебной литературы.	Защита ТР №2: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу		10	14	23,2			
5. Экзамен 1 семестр							
5.1 Подготовка к экзамену	1						
Итого по разделу							
Итого за семестр		36	54	86,2		экзамен	
6. Интегральное исчисление функции одной переменной							



<p>6.1 - Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Методы интегрирования: непосредственное, замена переменной, интегрирование по частям. - Интегрирование простейших рациональных дробей, рациональных дробей. Некоторые сведения из высшей алгебры. -Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. -Интегрирование некоторых</p>		8		12	16,2	<p>- Выполнение индивидуального домашнего задания ИДЗ №6 «Неопределённый интеграл». - Подготовка к контрольной работе и выполнение АКР №4 «Неопределённый интеграл». - самостоятельное изучение учебной литературы.</p>	<p>-Проверка индивидуальных заданий ИДЗ №6. -Проверка контрольной работы АКР№4.</p>	ОПК-3.1, ОПК-3.2
<p>6.2 Определённый интеграл. - Задачи, приводящие к понятию определённый интеграл. Определение, его свойства. Теорема существования. Интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница. - Методы интегрирования. - Геометрические и механические приложения определённого интеграла. - Приближенное вычисление определённых интегралов. Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод парабол. -Несобственные</p>	2	6		8	12	<p>- Выполнение Типового расчета №3 «Определённый интеграл» и подготовка к защите. - Самостоятельное изучение учебной литературы.</p>	Защита ТР №3: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу		14		20	28,2			
7. Функции нескольких переменных								

<p>7.1 Функции нескольких переменных (ФНП).  -Определение окрестности точки, области на плоскости. Определение функции нескольких переменных. Скалярное поле. Линии и поверхности уровня.  - Понятие предела функции двух переменных. непрерывность функции двух переменных.  -Частные производные, их геометрический смысл. Полное приращение, полный дифференциал ФНП. Геометрический смысл полного дифференциала. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.  - Дифференцирование сложной и неявной функции нескольких переменных.  -Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.</p>	2	4		6	10	<p>- Выполнение Типового расчета №4 «Функции нескольких переменных».</p> <p>- Самостоятельное изучение учебной литературы.</p>	Защита ТР №4: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
<p>7.2 - Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.</p>		2		2	4	<p>-Выполнение Типового расчета №4 "Функции нескольких переменных" (продолжение) и подготовка к защите.</p> <p>- Самостоятельное изучение учебной литературы.</p>	Защита ТР №4: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
<p>7.3 Применение функций нескольких переменных.  -Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.  -Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению и градиент.  -Понятие об интерполяции и аппроксимации. Метод наименьших квадратов.</p>		2		2	6	<p>-Выполнение Типового расчета №4 "Функции нескольких переменных" (продолжение)</p> <p>- Самостоятельное изучение темы "Метод наименьших квадратов" и выполнение индивидуального домашнего задания по теме.</p>	Защита ТР №4: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу		8		10	20			
8. Интеграл по фигуре								

8.1 Интеграл по фигуре - Понятие фигуры, диаметра фигуры, меры. Задача о массе фигуры. Интегральная сумма и интеграл по фигуре. Свойства интеграла по фигуре. - Вычисление кратных интегралов в декартовых, полярных, цилиндрических координатах.	2	4		6	10	-Выполнение Типового расчета № 5 «Интеграл по фигуре» и подготовка к защите. - Самостоятельное изучение учебной литературы.	Защита ТР №5: устный опрос, тестирование	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу		4		6	10			
9. Дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений								
9.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка. - Основные понятия, их геометрический смысл. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. -Основные классы уравнений 1 порядка, интегрируемые в квадратах: уравнения с разделяющимися переменными, однородные и уравнения, к ним приводящиеся. Дифференциальные уравнения в задаче о переходном процессе в линейных электрических полях. - Линейные, уравнения Бернулли, в полных дифференциалах. Уравнения, описывающие переходные процессы в линейных эл. цепях.	2	4		8	12	- Подготовка к контрольной работе и выполнение АКР № 5 «Дифференциальные уравнения первого порядка». - Самостоятельное изучение учебной литературы	Проверка АКР №5.	ОПК-3.1, ОПК-3.2

<p>9.2 Дифференциальные уравнения высших порядков.  -Задача Коши для дифференциального уравнения n- го орядка. Понятие краевой задачи. Уравнения, допускающие понижения порядка.  - Линейный дифференциальный оператор, его свойства. Условие линейной зависимости системы функций, фундаментальная система функций-решений. Теорема о структуре общего решения дифференциального линейного уравнения высшего порядка.  -Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.  -Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения. Метод вариации произвольных постоянных для отыскания решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений.  - Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и со специальной правой</p>	4		6	10	<p>- Типовой расчет № 6 «Дифференциальные уравнения и их системы»  - самостоятельное изучение учебной литературы</p>	Защита ТР№6: устный опрос, тестирование	ОПК-3.1, ОПК-3.2
<p>9.3 Системы дифференциальных уравнений  -Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись нормальной системы. Геометрический смысл решения. -Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая.  - Решение систем дифференциальных уравнений методом исключений.  - Решение систем линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.</p>	2		4	6	<p>- Типовой расчет № 6 «Дифференциальные уравнения и их системы»  - самостоятельное изучение учебной литературы</p>	Защита ТР№6: устный опрос, тестирование	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу	10		18	28			
10. Экзамен 2 семестр							

10.1 Подготовка к экзамену	к	2							
Итого по разделу									
Итого за семестр			36		54	86,2		экзамен	
11. Числовые функциональные ряды			и						
11.1 Числовые ряды. -Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия над рядами. -Исследование рядов с неотрицательными членами. -Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. -Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда.			6		4	5	- Подготовка к контрольной работе и выполнение АКР №6 «Числовые ряды». - Самостоятельное изучение учебной литературы.	Проверка АКР №6	ОПК-3.1, ОПК-3.2
11.2 Функциональные ряды. -Область сходимости. - Степенные ряды. Теорема Абеля. Разложение функций в степенные ряды. Приложения рядов в приближенных вычислениях. -Ряды Фурье по тригонометрическим системам функций. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье. Условие поточечной сходимости и сходимости в «среднем». -Ряды Фурье в комплексной форме.	3		6		6	5	- Типовой расчет № 7 «Числовые и функциональные ряды». - Самостоятельное изучение учебной литературы.	Защита ТР №7: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу			12		10	10			
12. Функции комплексного переменного									
12.1 -Понятие функции комплексного переменного. Элементарные функции комплексного переменного и их свойства. -Предел, производная функции комплексного переменного. Условия дифференцируемости. Определение аналитической функции. -Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства и вычисление. Формула Коши. -Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки, их квалификация. -Вычеты, их вычисление. Основная теорема о вычетах.	3		6		8	6,1	- Типовой расчет № 8 «Функции комплексного переменного». - Самостоятельное изучение учебной литературы.	Защита ТР №8: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2

Итого по разделу	6		8	6,1		
13. Теория вероятностей и элементы математической статистики						
13.1 Случайные события -Основные формулы комбинаторики. -Основные понятия теории вероятностей. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности. Аксиоматика теории вероятностей. -Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса. -Схема Бернулли, Приближения Лапласа и Пуассона.	5		5	5	- Подготовка к контрольной работе и выполнение АКР №7 «Случайные события». - Самостоятельное изучение учебной литературы.	Проверка АКР № 7.  ОПК-3.1, ОПК-3.2
13.2 Случайные величины. -Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения, функция распределения и плотность распределения. -Математическое ожидание и дисперсия, начальные и центральные моменты. - Нормальный закон распределения, показательный закон распределения, равномерное распределение и другие распределения. - Неравенство и теорема Чебышёва. Центральная предельная теорема. - Многомерные случайные величины.	5	3	5	5	Выполнение индивидуального домашнего задания ИДЗ № 7 «Случайные величины» - самостоятельное изучение учебной литературы. - самостоятельное изучение учебной литературы.	Проверка ИДЗ № 7. Тестирование.  ОПК-3.1, ОПК-3.2

13.3	Элементы математической статистики - Основные понятия математической статистики, генеральная совокупность и выборка. Первичная обработка результатов наблюдений и их эмпирические распределения. Полигон и гистограмма. - Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. - Понятие о критериях проверки статистических гипотез. Критическая область, уровень значимости, мощность критерия. Критерий согласия Пирсона для гипотезы о нормальном распределении. -Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии. Выборочный коэффициент корреляции. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших							
		8		8	8	– Типовой расчет ТР№8 «Обработка экспериментальных данных».	Защита ТР №8: устный опрос, тестирование.	ОПК-3.1, ОПК-3.2
Итого по разделу		18		18	18			
Итого за семестр		36		36	34,1		зао	
Итого по дисциплине		108		144	206,5		экзамен, зачет с оценкой	

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии.



Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационная среда университета MOODUS MOODLE).

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Шипачев В. С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 479 с. — (Высшее образование). — [www.dx.doi.org/10.12737/5394](http://www.dx.doi.org/10.12737/5394). - ISBN 978-5-16-101787-6. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/990716> . — Режим доступа: для авториз. пользова-телей.

2. Математика: учеб. пособие / Ю.М. Данилов, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева ; под ред. Л.Н. Журбенко, Г.А. Никоновой. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102130-9. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/989799> . — Режим до-ступа: для авториз. пользователей.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Матвеев В.И., - 2-е изд. - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011793-5. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/370899> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Математика в примерах и задачах: учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102288-7. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/989802> . — Режим доступа: для авториз. пользова-телей.

3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. (В 2-х частях) [Текст] / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. - М.: Высшая школа, 1986-2009. ISBN: 978-5-488-02201-0. - более 1000 шт.

Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 2 — 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная си-стема «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115730> (— Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Шипачев В. С. Задачник по высшей математике: учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 10-е изд., стереотип. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 304 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-101831-6. - Текст: электронный. - URL: <https://new.znaniyum.com/catalog/product/1042456>

**в) Методические указания:**

1. Акманова З. С. Неопределенный интеграл: от теории к практике [Электронный ресурс]: учебное пособие / З. С. Акманова ; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2015. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1304.pdf&show=dcatalogues/1/1123520/1304.pdf&view=true> . – Макрообъект.

2. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: практикум / Т. Г. Кузина, О. С. Андросенко, Т. В. Морозова, О. В. Петрова; МГТУ. – Магнитогорск, 2010. – 114 с. : ил., табл. – URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=313.pdf&show=dcatalogues/1/1068918/313.pdf&view=true> .

4. Бондаренко Т. А. Интегральное исчисление функции одной переменной [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. А. Бондаренко ; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3342.pdf&show=dcatalogues/1/1138511/3342.pdf&view=true> . - Макрообъект. - ISBN 978-5-59967-1001-0

5. Булычева С. В. Математика: пределы и непрерывность функции одной переменной. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие / С. В. Булычева; МГТУ. - Магнитогорск: МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - URL:

<https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3338.pdf&show=dcatalogues/1/1138500/3338.pdf&view=true> - Макрообъект. - ISBN 978-5-59967-1002-7.

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно
Adobe Reader	свободно распространяемое	бессрочно
MAXIMA	свободно распространяемое	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое	бессрочно
Linux Calculate	свободно распространяемое	бессрочно

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>

**9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа: Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: Доска, мультимедийный проектор, экран.

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и\или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся: Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования: Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

По дисциплине «Математика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

**Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):**

**АКР №1 «Аналитическая геометрия»**

1.  $\vec{a} = \langle 1; -3 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle -4; 0; 2 \rangle$ ,  $\vec{c} = \langle 1; -2 \rangle$ . Найдите:
  - а) длину вектора  $\vec{a}$ , его направляющие косинусы, орт вектора  $\vec{a}$ ;
  - б)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,
  - в)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,
  - г)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ ,
2.  $\vec{a} = \langle 4; -3 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle -2; 5 \rangle$ ,  $\vec{c} = \langle -4; 2 \rangle$ . Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} + 2\vec{b}$  и  $\vec{c} - 3\vec{b}$ , и длины его сторон.
3. Проверьте, являются ли векторы  $\vec{a} = \langle 1; 3 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle 0; -2 \rangle$ ,  $\vec{c} = \langle -1; 3 \rangle$  компланарными.
4. Даны координаты вершин А(3;0); В(-5;6); С(-4;1) треугольника. Найдите:
  - 1) длину стороны АВ;
  - 2) уравнение высоты, проведенной через вершину С.
5. Даны координаты вершин пирамиды . Найдите:
  - 1) уравнение прямой ;
  - 2) уравнение плоскости ;
  - 3) длину высоты, опущенной из вершины на грань .
6. Привести уравнение кривой  $x^2 - 2x + 3y^2 + 12y - 5 = 0$  к каноническому виду и построить ее.

**АКР №2 «Предел функции. Непрерывность функции»**

Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-7)(x-3)(x-4)}{5x^4 - x^2 + 11}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right)$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1}{3x} + 7}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x$

7. Исследовать на непрерывность функцию.

$$f(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{если } x < 0 \\ 5^x & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

**АКР №3 «Производная функции одной переменной»**

1. Найдите первую производную от функций:

- а)  $\begin{cases} x = \sqrt{1 - 25t^2}, \\ y = \arccos 5t + \pi, \end{cases}$  б)  $y = x \cdot \cos 3x$ , в)  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1} - 5 \cdot \log_2 x + 3$
- г)  $y = 5^{x^3 + \sqrt{x}} - 2 \arctg \langle x^2 + 3x \rangle$

2. Составьте уравнения касательной к кривой  $xy = 4$  в точке  $x_0 = 1$ .

3. Вычислите приближенно  $y = \sqrt{x^2 + 8}$  при  $x = 1,09$ .

4. Вычислите предел по правилу Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{(4x - 1)^2}$ .

**АКР №4 «Неопределенный интеграл»**

. Найти неопределённые интегралы:

а)  $\int \frac{x^2 + 5x - \sqrt{x} + 2}{x^2} dx$ , б)  $\int \sin(3x+1) dx$ , в)  $\int \frac{5x-2}{x^2+4x+5} dx$ ,

г)  $\int \frac{3x-4}{\sqrt{x^2-6x+13}} dx$ , д)  $\int x \sin(2x) dx$ , е)  $\int \sin^2(2x) dx$ , ж)  $\int \frac{8x-15}{x(x^2-4x+5)} dx$ , з)  $\int \frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}} dx$ .

**АКР №5 «Дифференциальные уравнения 1 порядка»**

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примере б) решить задачу Коши):

а)  $20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx$ ,

б)  $\begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}$ .

**АКР №6 «Числовые ряды»**

1. Исследовать ряд на сходимость а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{3n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n^3+9}$ .

2. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 5^{2n-1}}{(n+1)!}$ .

3. Вычислить сумму ряда с точностью 0,01  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n^3}$ .

**АКР №7 «Случайные события»**

1. В урне 12 шаров. Среди этих шаров 3 белых и 9 черных. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым?
2. В радиостудии три микрофона. Для каждого из первых двух микрофонов вероятность того, что он включён в данный момент, равна 0,45, а для третьего – 0,9. Найти вероятность того, что в данный момент включены 2 микрофона.
3. В продаже имеются белые и коричневые яйца в соотношении 2:3, причем производство 60% белых и 71% коричневых яиц датируется днем, предшествующим дню продажи, а остальные яйца датируются более ранними числами. Покупатель заказывает яйца, датируемые днем, предшествующим дню продажи, независимо от их цвета. Какова вероятность того, что ему продадут решетку белых яиц?
4. Телефонная сеть учреждения обслуживает 200 абонентов. Вероятность того, что в течение минуты внутри этой сети кто-то кому-то позвонит, равна 0,7. Какова вероятность того, что в течение минуты будет 5 звонков? Какова вероятность того, что в течение минуты будет не более 5 звонков? Найти наиболее вероятное число звонков в течение минуты.

**Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ) и типовые расчеты (ТР):**

**ТР №1 «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений»**

**Практические задачи:**

1. Решить матричное уравнение  $X+3(A-B)=4C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действия 
$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 8 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить определитель 
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}.$$

4. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$

5. Решить системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, матричным методом, методом Гаусса:

A) 
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -3 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

B) 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 36 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 13 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 7 \end{cases}.$$

6. Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases}.$$

7. Решить систему однородных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

### **Теоретические вопросы:**

1. Дайте определение матрицы. Как определить размер матрицы, элемент матрицы? Приведите примеры.
2. Частные виды матриц (их названия, примеры).
3. Линейные операции над матрицами: сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число.
4. Нелинейные операции над матрицами: умножение матриц, правило, пример. Всегда ли определена операция умножения матриц?, укажите исключения, приведите примеры.
6. Что называется определителем 2-го и 3-го порядка, приведите примеры
7. Каковы основные свойства определителей?
8. Какие способы вычисления определителей произвольного порядка Вы знаете?
9. Систематизируйте все случаи, в которых определитель равен нулю.
10. Что называется минором элемента матрицы, его алгебраическим дополнением?
11. Какая матрица называется обратной для данной матрицы A? Всякая ли матрица имеет обратную?
12. Как найти обратную матрицу? Как проверить, что она найдена верно?
13. Какие виды систем линейных уравнений Вы знаете? (Что значит однородная, неоднородная система; какие системы совместные, несовместные; определенные, неопределенные?)
14. Сформулируйте необходимое и достаточное условие совместности СЛАУ.
15. При каком условии СЛАУ имеет единственное решение?
16. Как определить, что система несовместна?
17. Однородные СЛАУ могут быть несовместными? Почему?
18. При каком условии однородная СЛАУ имеет только нулевое решение?

19. Что Вы можете сказать о количестве решений однородной СЛАУ, если определитель матрицы этой системы равен нулю?
20. Запишите формулы Крамера. Каковы условия их применения.
21. Какие системы можно решать матричным методом? Запишите соответствующую формулу.
22. В чем заключается сущность метода Гаусса?

**ИДЗ №1 «Векторная алгебра»**

1. Постройте на плоскости векторы  $\vec{a} = \langle -1 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle 2; 5 \rangle$ ,  $\vec{c} = \langle 2 \rangle$ . Найдите их линейную комбинацию  $2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$  а) геометрически, б) аналитически.
2.  $\vec{a} = \langle 1; -3 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle 4; 0; 2 \rangle$ ,  $\vec{c} = \langle 1; -2 \rangle$ . Найдите:
- а) длину вектора  $\vec{a}$ , его направляющие косинусы, орт вектора  $\vec{a}$ ;
- б)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ,  $\langle 1 + 2\vec{c} \rangle \cdot \langle \vec{a} - 5\vec{b} \rangle$ ;
- в)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{c}$ ,  $\vec{b} \times \vec{c}$ ,  $\langle 1 + 2\vec{c} \rangle \times \langle \vec{a} - 5\vec{b} \rangle$ ;
- г)  $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ .
3.  $\vec{a} = \langle 4; -3 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle -2; 5 \rangle$ ,  $\vec{c} = \langle -4; 2 \rangle$ . Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} + 2\vec{b}$  и  $\vec{c} - 3\vec{b}$ , и длины его сторон.
4. Проверьте, являются ли векторы  $\vec{a} = \langle 1; 3 \rangle$ ,  $\vec{b} = \langle 6; 0; -2 \rangle$ ,  $\vec{c} = \langle -1; 1; 3 \rangle$  компланарными.
5. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ :
- $A_1$  1; 3; 6 ,  $A_2$  2; 2; 1 ,  $A_3$  -1; 0; 1 ,  $A_4$  -4; 6; -3 . Найдите:

- 1) длину ребра  $A_1A_2$  ;
- 2) угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$  ;
- 3) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$  ;
- 4) площадь грани  $A_1A_2A_3$  ;
- 5) объем пирамиды.

**ИДЗ №2 «Кривые второго порядка»**

1. Определить тип и построить линию. Найти, если есть, вершины, фокусы, асимптоты:
- а)  $x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$ ;
- б)  $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$ ;
- в)  $y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$ .

**ИДЗ №3 «Комплексные числа»**

1. Выполнить действия, представить результат в алгебраической форме  $(3 - 2i)(4i - 1) + \frac{2i}{2 - i}$
2. Изобразить на комплексной плоскости и представить в тригонометрической и показательной формах числа:  $z_1 = -i$ ;  $z_2 = 1 - i$ ;  $z_3 = -1 + \sqrt{3}i$ .
3. Вычислить а)  $(z_2)^{10}$ ; б) все значения корня  $\sqrt[3]{z_1}$ .
4. Решить уравнения а)  $z^2 - 4z + 8 = 0$  б)  $x - y + ixy = i$ ,  $x, y \in R$ .
5. Построить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих соотношению  $|z - 2i| \leq 2$

**ИДЗ №4 «Введение в анализ. Предел. Непрерывность»**

1. Найти пределы функций:
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + 5}{3x^3 - x + 1}; \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}; \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x); \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x; \lim_{x \rightarrow 0} (1-4x)^{\frac{1}{3x}+7}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{3x} - 1}.$$

2. Исследовать на непрерывность, найти точки разрыва, сделать чертеж:

$$y = 4^{\frac{1}{3-x}}; y = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

### ИДЗ №5 «Производная функции одной переменной»

#### Нахождение производной

1. Найти производные и дифференциалы первого порядка

1)  $y = \frac{7 \cos x}{5x+1},$

2)  $y = (2 + 5x)^4 - 3 \cos 7x,$

3)  $y = \frac{7}{3} - 4x \cdot \arcsin x,$

4)  $y = (\cos x)^{\lg x}.$

2. Найти производную функции, заданной неявно  $e^y - 5xe^x - 2xy + 11 = 0.$

3. Найти производную функции, заданной параметрически  $\begin{cases} x = 3 \cos t - 5, \\ y = 4t^3 + 5. \end{cases}$

4. Найти производные первого порядка функции  $y = x^2 e^{2x}.$

#### Производная высших порядков. Приложения производной

1. Найдите  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  функций: а)  $\begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2; \end{cases}$  б)  $y = 5\sqrt{x}.$

2. а) Напишите уравнение касательной к параболе  $y = x^2 - 4x + 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0.$  Постройте график и касательную.

б) Напишите уравнение касательной к кривой  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 164 = 0$  в ее точке с координатами (7; 11). Постройте кривую и ее касательную.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7 \quad x \in [-2; 2].$$

4. Вычислите пределы, используя правило Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 8x^2 + 13x - 10}{x^3 - 2x^2 + 3x - 6};$

б)  $\lim_{x \rightarrow +0} x \cdot \ln(x - 1).$

5. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением

$$s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3, \text{ где } s \text{ — путь в м, а } t \text{ — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в}$$

момент времени  $t = 4\text{с}.$

#### ТР№2 «Исследование функций и построение графиков»



**Практические задачи:**

1. Постройте график функции с помощью производной первого порядка  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 11$ .
2. Найдите промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции  $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$ .
3. Найдите асимптоты и постройте схематично график функции  $y = \frac{x^3}{x+1}$ .
4. Проведите полное исследование функции и постройте график  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ .
5. Проведите полное исследование функции и постройте график  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

**Теоретические вопросы:**

1. Определение функции, неубывающей (невозрастающей) на промежутке.
2. Сформулируйте необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции.
3. Определение минимума и максимума функции.
4. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования экстремума.
5. Определение выпуклой (вогнутой) функции на интервале, точки перегиба.
6. Сформулируйте достаточные условия выпуклости (вогнутости) графика функции, достаточное условие существования точек перегиба.
7. Определение асимптоты графика функции
8. Нахождение вертикальных, наклонных, горизонтальных асимптот.

**ИДЗ №6 «Неопределенный интеграл»**

1. Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left( \frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt[3]{x}}{5} + 1 \right) dx \quad 2. \int \left( \frac{2}{3+x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x^2-3}} \right) dx$$

$$3. \int \left( \frac{3}{\sqrt{2-7x}} - \frac{4}{\sin\left(\frac{2x}{5}-1\right)} \right) dx \quad 4. \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 6}{\sin^2 x} dx$$

$$5. \int x \sqrt{x^2+1} dx \quad 6. \int \frac{2x-1}{x^2+2x+10} dx$$

$$7. \int \sqrt{1-e^x} e^x dx \quad 8. \int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx,$$

$$9. \int x e^{-3x} dx, \quad 10. \int \frac{dx}{x(x^2+1)},$$

$$11. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}}, \quad 12. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x},$$

$$13. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-1}}.$$

**ТР №3 «Определенный интеграл»****Практические задания:**

1. Вычислить определенные интегралы

$$1) \int_1^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx. \quad 2) \int_2^\pi \ln \sin x dx$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$1) 3x - y = 4, \quad y^2 = 6x$$

$$2) r = \cos 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$3) \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t; \end{cases} \quad y = 3(y \geq 3).$$

3. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$1) y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

$$2) \rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$3) \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ x = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной графиками функций  $x = 3 - y^2$ ,  $x = y^2 + 1$

**Теоретические вопросы:**

1. Дайте определение определенного интеграла и укажите его геометрический и механический смысл.
2. Пусть  $V = \int_a^b f(x) dx$ . Как это истолковать геометрически?
3. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции для оси  $Ox$  и для оси  $Oy$ .
4. Как изменится эта формула, если фигура будет ограничена сверху и снизу – графиками функций  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ , а по бокам – прямыми  $x = a$ ,  $x = b$ .
5. Запишите формулу для вычисления площади криволинейного сектора, ограниченного кривой, заданной в полярной системе координат.
6. Запишите формулу для вычисления длины дуги кривой, заданной уравнением:
  - a) в декартовой системе координат;
  - b) в полярной системе;
  - c) если кривая задана параметрически.
7. Запишите формулу для вычисления объема тела вращения вокруг оси  $Ox$  ( $OY$ ).

**ТР №4 «Функции нескольких переменных»**

1. Найти область определения функции  $z = \frac{\ln(-x^2 - y^2)}{1 - \sqrt{y}}$ .

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

$$A) z = x^{\frac{1}{y}} \quad (1; 1) \quad B) z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \quad (1; 1).$$

3. Найти  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , если  $u = xy + \sin(x + y)$ .

4. Вычислить приближенно  $\sqrt{5 \cdot e^{0,02} + 2,03^2}$ .

5. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 2$ .

6. Найти производную функции  $z = \frac{\ln x}{y} - \frac{\ln y}{x}$  в направлении вектора  $(1; 1)$ .

7. Найти экстремальное значение функции  $z = 2x + y - y^2 - x^2$  при условии  $x + 2y = 1$ .

8. Найти наибольшее значение функции:

$$\begin{array}{l}
 \text{А) } z = x - 2y + 5 \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1; \end{cases} \\
 \text{Б) } z = \ln(x^2 + y^2) \quad \begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}
 \end{array}$$

**ТР№5 «Интеграл по фигуре»**

1. Вычислить повторный интеграл  $\int_{-2}^2 dy \int_0^{y^2} (x + y) dx$ .

2. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле:  $\int_1^4 dy \int_{\frac{1}{y}}^{\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}} f(x, y) dx$ .

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ , где D – область, ограниченная линиями

$$y = \frac{1}{x}, y = x, x = 4.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями  $r = 1$ ,  $r = 2 \cos \varphi$  (вне окружности  $r = 1$ ).

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{6}{x}$  и  $x + y - 7 = 0$ .

6. Найти статические моменты относительно координатных осей пластинки, ограниченной параболой  $y = x^2$  ( $y \geq 0$ ), прямой  $x=9$ , если плотность распределения массы в каждой точке равна ординате этой точки.

7. Найдите моменты инерции  $I_x, I_y, I_0$  однородной пластинки ( $y \geq 1$ ), ограниченной осями координат и прямой  $y = 2 - 0,5x$ .

**ТР№6 «Дифференциальные уравнения высших порядков»**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1)  $y'''x \ln x = y''$ , 2)  $(1 + x^2)y'' + 2xy' = 12x^2$ .

2. Найти решение задачи Коши:  $\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}$ .

3. Найти общее решение дифференциального уравнения (в примере д) решить задачу Коши):

1)  $y'' - 2y' + y = xe^x$ , 2)  $y'' + 4y' + 5y = x^2$

3)  $y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5$ , 4)  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$ ,

5)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3 \sin x)$ , 6)  $y''' - 64y' = 128 \cos 8x - 64e^{8x}$ ,

7)  $\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$ .

4. Решите систему ДУ первого порядка двумя способами - подстановки и методом Эйлера

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t \\ x' = y - 6x + e^{-2t} \end{cases}$$

**ТР№7 «Числовые ряды, функциональные ряды»**

1. Доказать сходимость и найти сумму ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$ .

2. Исследовать на сходимость ряды:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^{2n}$ ,

д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)\sqrt{\ln(n+5)}}$ .

3. Исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{3n+2}$ .

4. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (2n+1)}$  с точностью до 0.001.

5. Найти область сходимости степенного ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n (x+1)^n}{3n+2}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-3)^{2n}}{\sqrt{2n+1}}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^{2n+1}}{n^2}$ .

6. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням  $x$ :

а)  $(3 + e^{-x})^2$ , б)  $7/(12 + x - x^2)^2$ , в)  $\ln(1 - x - 20x^2)$ .

7. Вычислить интеграл с точностью до 0.001:

а)  $\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$  б)  $\int_0^{0.2} \sin(25x^2) dx$ .

8. Найти приближённо решение задачи Коши в виде отрезка ряда Тейлора по степеням  $x$  с

четырьмя ненулевыми коэффициентами: 
$$\begin{cases} y'' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$$

9. Разложить в ряд Фурье функцию, периодическую с периодом  $2\pi$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$

формулой  $f(x) = \begin{cases} x + \pi, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ .

### ТР№8 «Функции комплексного переменного»

1. Изобразить область, заданную неравенствами. Границы, принадлежащие области, изобразить сплошной линией, не принадлежащие – пунктирными.

$$\begin{cases} |z-1| > 1 \\ |z+1| \geq 1 \end{cases}$$

2. С точностью до 0,001 найти действительную и мнимую части данных величин:

- а)  $e^{-2+i}$ ;  
 б)  $\operatorname{ch}(2-i)$ ;  
 в)  $\operatorname{Arcctg}(2i)$ ;  
 г)  $2^{1+i}$ .

3. Исследовать функцию  $w = \sin 2z$  на аналитичность. В случае аналитичности найти её производную.  
 4. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $\operatorname{Re} f(z)$  или мнимой  $\operatorname{Im} f(z)$  и значению  $f(z_0)$ .

$$\operatorname{Re} f(z) = x^2 - y^2 + 3x + y; \quad f(0) = i.$$

5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_L z \cdot \operatorname{Im} z^2 dz, \quad L: |z| = 1, \quad -\pi \leq \arg z \leq 0.$$

6. Вычислить интеграл. Воспользоваться теоремой Коши или интегральными формулами Коши. Направление вдоль контура, против часовой стрелки.

$$\int_{|z|=3} \frac{z^2 dz}{z - 2i}.$$

### ИДЗ №7 «Случайные величины и законы их распределения»

1. Задан ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ .

X	1	2	3	4	5	6
P	0,03	0,15	0,20	0,35	0,15	?

Построить многоугольник распределения. Определить функцию распределения и построить её график. Вычислить математическое ожидание  $m_x$ , дисперсию  $D[X]$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$  и вероятность  $P(m_x - \sigma_x \leq X \leq m_x + \sigma_x)$ .

2. Задана функция распределения случайной величины  $X$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3, \\ \frac{1}{4}(-x^3 + 12x^2 - 45x + 54), & 3 \leq x \leq 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

Найти плотность распределения. Построить графики функции и плотности распределения. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и вероятность  $P(X \in (0, 4))$ .

3. В таблице приведён закон распределения вероятностей системы случайных величин  $(X, Y)$

	X				
Y	- 2	- 1	0	1	2
1	0,01	0,03	0,04	0,14	0,08
2	0,07	0,06	0,04	0,10	0,05
3	0,05	0,03	0,16	0,06	a

Найти: коэффициент «а»; математические ожидания  $m_x, m_y$ ; дисперсии  $\sigma_x^2, \sigma_y^2$ ;

коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

**ТР№8 «Обработка экспериментальных данных»**

Дан статистический ряд (исходные значения величин)

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
38,4	18,7	40,7	24	30,3	18	27,3	25,1	22	21
40,2	11,7	50,8	9	28,4	15,7	38	20,6	32	28,6
24,1	20,9	38,2	22,8	47,6	11,3	52,8	15,2	19,5	19,7
32,5	22,4	36	19,8	30,3	21,3	48	24,5	46	20,3
25	29,5	35,7	15,3	30,5	27,8	26	28,7	27,8	15,5
38,1	19,6	34,3	20,7	48,7	11,5	32,5	28	35,2	30,7
16,8	32,2	43,8	13	16,8	18,3	57,1	2,9	41,6	18,2
28,8	29,7	35,5	24	23,9	20,2	40	23,8	42,5	15,3
47,1	14,7	45,9	24	54,3	14,2	50,7	15,9	32,9	22,5
50,1	15,9	29,3	21,9	60,8	27,2	58,6	9,3	35,6	22,7
30,2	25	54,2	14,2	21,4	19,8	40,1	17,4	47	17,3
36,9	23,2	59,8	6,1	38,4	23	34,4	23,4	31,4	30,2
36,6	7,9	32,2	22,3	46,8	20,5	53,7	12,4	28,2	30
38	15,4	52	6,1	23,8	18,3	42,1	28,5	33,7	19,8
55	11	31,2	24,2	37,9	32,6	43	20,2	27,6	18,5
16,2	25,2	51,2	14,2	30,6	21,5	23,5	14,6	36,8	10,7
49,7	15,9	32,2	20,4	37	24,5	32,9	25,8	45,5	14,8
49,7	19,5	30,9	20,7	57,6	20,3	54	14,4	18,6	15,3
42,3	19,7	41,5	10,8	41,9	14,6	42,3	23,5	25,8	27,4
35,7	11,9	41,2	9,8	34,1	26,3	58,8	9,2	39,2	17,5

1. Найти выражение двумерного эмпирического распределения ( $X$ ,  $Y$ ), эмпирические распределения составляющих  $X$  и  $Y$ , построить графическое отображение распределений. Для этого - составить корреляционное поле, корреляционную таблицу абсолютных частот, вариационные ряды, таблицу «Статистическая совокупность измеримого признака».
2. По данным, полученным в п.1, оцените генеральные параметры: найдите среднее, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, асимметрия, эксцесс, мода, медиана, коэффициент вариации для признаков  $X$  и  $Y$ . Оцените степень отклонения эмпирического распределения этого измеримого признака от нормального распределения. Для этого заполните таблицу «Расчет выборочных оценок признаков» и проведите расчеты исправленных оценок генеральных параметров. Сделайте вывод о коэффициенте вариации.
3. По данным, полученным п.1,2, провести статистическую проверку статистической гипотезы о нормальном распределении измеряемого признака по критерию Пирсона В случае принятия гипотезы о нормальности распределения найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при уровне надёжности 0.95.
4. По данным задачи, исследуемой п.1-3, найти и записать в корреляционную таблицу условные средние. На корреляционном поле построить линии регрессии. Найти исправленный корреляционный момент и коэффициент корреляции. Проверить гипотезу о независимости признаков  $X$  и  $Y$  (уровень значимости принять равным 0.05). Рассчитать коэффициенты линейной регрессии ( $X$  на  $Y$  или  $Y$  на  $X$ ). Проверить значимость уравнения регрессии.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-3 - способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач</b>		
ОПК 3.1	Использует методы анализа и моделирования при решении профессиональных задач, моделировании и проектировании энергосистем	<p align="center"><b>Теоретические вопросы для экзамена в 1 семестре</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.</li> <li>2. Определитель. Определение, свойства определителя.</li> <li>3. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы.</li> <li>4. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Совместность СЛАУ.</li> <li>5. Решение систем линейных уравнений. Матричный метод.</li> <li>6. Решение систем линейных уравнений. Формулы Крамера.</li> <li>7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.</li> <li>8. Системы линейных однородных уравнений.</li> <li>9. Векторы. Линейные операции над векторами.</li> <li>10. Проекция вектора на ось. Модуль вектора. Направляющие косинусы.</li> <li>11. Скалярное произведение векторов, его свойства.</li> <li>12. Векторное произведение векторов, его свойства.</li> <li>13. Смешанное произведение векторов, его свойства.</li> <li>14. Уравнения прямой на плоскости.</li> <li>15. Уравнения плоскости в пространстве.</li> <li>16. Уравнения прямой в пространстве.</li> <li>17. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Угол между ними. Расстояние от точки до прямой, плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости.</li> <li>18. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения</li> <li>19. Полярная система координат. Кривые в полярной системе координат</li> <li>20. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.</li> <li>21. Действия с комплексными числами: сложение, умножение, деление. Возведение в степень, извлечение корня n-ой степени.</li> <li>22. Функция. Способы задания. Область определения. Основные элементарные функции, их свойства, графики.</li> <li>23. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Односторонние пределы.</li> </ol>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>24. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними. Свойства бесконечно малых функций.</p> <p>25. Теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей.</p> <p>26. Замечательные пределы.</p> <p>27. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и основные теоремы о них.</p> <p>28. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.</p> <p>29. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p> <p>30. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.</p> <p>31. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке.</p> <p>32. Производная суммы, разности, произведения, частного функций. Производная сложной и обратной функций.</p> <p>33. Дифференцирование неявных функций. Логарифмическое дифференцирование</p> <p>34. Дифференцирование параметрически заданных функций.</p> <p>35. Производные высших порядков.</p> <p>36. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные теоремы о дифференциалах.</p> <p>37. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.</p> <p>38. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа и Коши.</p> <p>39. Правило Лопиталю.</p> <p>40. Условия монотонности функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия экстремума функции.</p> <p>41. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.</p> <p>42. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.</p> <p>43. Асимптоты графика функции.</p> <p><b>Теоретические вопросы экзамена во 2 семестре</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.</li> <li>2. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям.</li> <li>3. Интегрирование рациональных функций.</li> <li>4. Интегрирование тригонометрических функций.</li> <li>5. Интегрирование иррациональных функций.</li> <li>6. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его свойства.</li> <li>7. Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.</li> <li>8. Вычисление определенного интеграла (замена переменной, интегрирование по частям). Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.</li> <li>9. Несобственные интегралы.</li> <li>10. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.</li> <li>11. Область определения ФНП. Предел, непрерывность. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</li> </ol>



Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>12. Частные производные первого порядка, их геометрическое истолкование.</p> <p>13. Частные производные высших порядков.</p> <p>14. Дифференцируемость и полный дифференциал функции.</p> <p>15. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.</p> <p>16. Производная сложной функции. Полная производная.</p> <p>17. Инвариантность формы полного дифференциала.</p> <p>18. Дифференцирование неявной функции.</p> <p>19. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>20. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.</p> <p>21. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.</p> <p>22. Двойной интеграл: основные понятия и определения.</p> <p>23. Основные свойства двойного интеграла.</p> <p>24. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.</p> <p>25. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.</p> <p>26. Дифференциальные уравнения: основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.</p> <p>27. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения.</p> <p>28. Уравнения с разделяющимися переменными.</p> <p>29. Однородные дифференциальные уравнения 1 порядка.</p> <p>30. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.</p> <p>31. Уравнение в полных дифференциалах.</p> <p>32. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.</p> <p>33. Уравнения, допускающие понижение порядка.</p> <p>34. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2, n-го порядков.</p> <p>35. Интегрирование ЛОДУ с постоянными коэффициентами.</p> <p>36. Линейные неоднородные ДУ. Структура общего решения ЛНДУ.</p> <p>37. Метод вариации произвольных постоянных.</p> <p>38. Интегрирование ЛНДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p> <p>39. Системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Метод исключения для решения нормальных систем дифференциальных уравнений.</p> <p style="text-align: center;"><b>Теоретические вопросы для зачета в 3 семестре</b></p> <p>1. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства рядов.</p> <p>2. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.</p> <p>3. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Признаки сравнения. Признак Даламбера.</p> <p>4. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Радикальный признак Коши. Интегральный</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>признак Коши.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда.</li> <li>6. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.</li> <li>7. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды.</li> <li>8. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях.</li> <li>9. Тригонометрические ряды. Определение коэффициентов тригонометрического ряда. Условие разложимости функций в ряд Фурье.</li> <li>10. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряды Фурье для функции произвольного периода. Разложение в ряд Фурье непериодических функций.</li> <li>11. Функции комплексного переменного: показательная и логарифмическая функция.</li> <li>12. Функции комплексного переменного: тригонометрические и обратные тригонометрические функции.</li> <li>13. Функции комплексного переменного: гиперболические функции, степенная функция.</li> <li>14. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана.</li> <li>15. Интегрирование функций комплексного переменного.</li> <li>16. Теорема Коши. Интегральная формула Коши</li> <li>17. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.</li> <li>18. Основные понятия теории вероятностей: испытание, событие, вероятность события.</li> <li>19. Действия над событиями. Алгебра событий.</li> <li>20. Теоремы сложения и умножения вероятностей.</li> <li>21. Формула полной вероятности. Формула Байеса.</li> <li>22. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.</li> <li>23. Случайные величины, их виды.</li> <li>24. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Плотность распределения, свойства.</li> <li>25. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.</li> <li>26. Нормальный закон распределения случайной величины.</li> <li>27. Системы случайных величин. Закон распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Зависимость случайных величин.</li> <li>28. Предмет математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения.</li> <li>29. Статистические оценки параметров распределения генеральной совокупности.</li> </ol>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p><b>Примерные практические задания для экзамена и зачета:</b></p> <p><b>1 семестр:</b></p> <p>1. Решить матричное уравнение <math>X+3(A-B)=4C</math>, где</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}.$ <p>2. Решить системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, матричным методом, методом Гаусса:</p> $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -3 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$ <p>3. Даны координаты вершин пирамиды <math>A_1A_2A_3A_4</math>: <math>A_1</math> 1;3;6 , <math>A_2</math> 2;2;1 , <math>A_3</math> -1;0;1 , <math>A_4</math> -4;6;-3 . Найти:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) длину ребра <math>A_1A_2</math> ;</li> <li>2) угол между ребрами <math>A_1A_2</math> и <math>A_1A_4</math> ;</li> <li>3) угол между ребром <math>A_1A_4</math> и гранью <math>A_1A_2A_3</math> ;</li> <li>4) площадь грани <math>A_1A_2A_3</math> ;</li> <li>5) объем пирамиды.</li> </ol> <p>4. Написать канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точки <math>M(2,1,-1)</math> и <math>K(3,3,-1)</math>.</p> <p>5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки <math>A(1,0,2)</math>, <math>B(-1,2,0)</math>, <math>C(3,3,2)</math>.</p> <p>6. Доказать, что прямые параллельны:</p> $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}.$ <p>10. Вычислите пределы:</p> <p>а) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}</math>; б) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} x}</math>; в) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}</math>.</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>11. Найдите <math>\frac{dy}{dx}</math> для функций: а) <math>y = e^{4x-x^2}</math>. б) <math>\begin{cases} x = ctg 2t, \\ y = \ln \ln 2t \end{cases}</math>.</p> <p>12. Исследовать функцию и построить её график: <math>y = 2 + \frac{12}{x^2 - 4}</math>.</p> <p><b>2 семестр:</b></p> <p>14. Найти неопределённый интеграл: а) <math>\int \frac{3x-2}{\sqrt{x+1}} dx</math>, б) <math>\int \frac{\cos x}{1+\sin x} dx</math>. в) <math>\int 2xe^x dx</math>.</p> <p>15. Вычислить определенный интеграл <math>\int_2^{\sqrt{20}} \frac{xdx}{\sqrt{x^2+5}}</math>.</p> <p>16. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: <math>x = 4</math>, <math>y^2 = 4x</math>.</p> <p>17. Найти и построить область определения функции <math>u = \sqrt{9-x^2-y^2} + (x-y)^3</math>.</p> <p>18. Найти полный дифференциал функции: <math>z = x^3 \ln y - \sin 2xy</math>.</p> <p>19. Найти частные производные первого порядка функции: <math>z = 5x^2 y^3 + \ln(x+4y)</math>.</p> <p>20. Исследовать на экстремум функцию <math>z = x^2 - 2xy + 4y^3</math></p> <p>25. Решите задачу Коши: а) <math>y \cos^2 x dy = (x^2 + 1) dx</math>, <math>y(0) = 0</math>. б) —</p> <p>26. Найдите общее решение дифференциального уравнения .</p> <p>27. Решить однородную систему дифференциальных уравнений: <math display="block">\begin{cases} x' = 6x - y, \\ y' = x + 4y. \end{cases}</math></p> <p><b>3 семестр:</b></p> <p>28. Найдите все комплексные числа, удовлетворяющие заданным условиям <math>z^2 - z^3 = \bar{z}^2</math>. Найденные числа</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																								
		<p>записать в тригонометрической и показательной формах.</p> <p>29. Вычислить значения функций: <math>\cos i</math>, <math>\ln(3+4i)</math>, <math>e^{1-i\frac{\pi}{2}}</math>.</p> <p>30. Найти корни уравнения <math>z^4 = 8li</math> и изобразить их на комплексной плоскости.</p> <p>31. Вычислить интеграл:</p> <p style="text-align: center;">— —</p> <p>33. При доставке с завода на базу 1000 радиоприемников, у 55 вышли из строя лампы. Найти вероятность того, что взятый наудачу приемник будет исправным.</p> <p>34. Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по 2 вопроса, которые не повторяются, экзаменуемый знает только 25 вопросов. Найти вероятность того, что экзамен будет сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса одного билета.</p> <p>35. Принимаем вероятности рождения мальчика и девочки равными. Найти вероятность того, что среди 10 новорожденных 6 окажутся мальчиками.</p> <p>36. Дан закон распределения дискретной случайной величины:</p> <table border="1" data-bbox="1310 938 1731 1010"> <tr> <td>x:</td> <td>110</td> <td>120</td> <td>130</td> <td>140</td> <td>150</td> </tr> <tr> <td>p:</td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.2</td> <td>0.2</td> </tr> </table> <p>вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.</p> <p>37. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X</p> $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 0,25x^3(x+3) & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$ <p>Найти плотность распределения f(x), построить ее график, вероятность попадания в заданный интервал [0,5; 2], Mx, Dx, <math>\sigma_x</math>.</p> <p>38. Задано распределение вероятностей дискретной двумерной случайной величины:</p> <table border="1" data-bbox="967 1353 1780 1461"> <tr> <td>Y \ X</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>0,4</td> <td>0,15</td> <td>0,30</td> <td>0,35</td> </tr> <tr> <td>0,8</td> <td>0,05</td> <td>0,12</td> <td>0,03</td> </tr> </table>	x:	110	120	130	140	150	p:	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2	Y \ X	2	5	8	0,4	0,15	0,30	0,35	0,8	0,05	0,12	0,03
x:	110	120	130	140	150																					
p:	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2																					
Y \ X	2	5	8																							
0,4	0,15	0,30	0,35																							
0,8	0,05	0,12	0,03																							

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		Найти законы распределения составляющих, коэффициент корреляции
ОПК 3.2	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат при теоретическом и экспериментальном исследовании в решении задач энергосбережения;	<p><b>Примерные прикладные задачи и задания</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением <math>s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3</math>, где <math>s</math> — путь в м, а <math>t</math> — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени <math>t = 4с</math>.</p> <p><b>Задание 2.</b> К графику функции <math>f(x) = 3 - x^2</math> в его точке с абсциссой <math>x_0 = 1</math> проведена касательная. Найти площадь треугольника, образованного касательной и отрезками, отсекаемыми ею на осях координат.</p> <p><b>Задание 3.</b> Для решения задачи сделайте схематический чертеж и получите функциональную зависимость по указанию к задаче. Найдите область определения этой функции по смыслу задачи. Вычислите значения этой функции при трех различных значениях аргумента. Исследуйте функцию на наибольшее и наименьшее значения. Ответьте на вопрос задачи. «Сечение тоннеля имеет форму прямоугольника, завершеного полукругом. Периметр сечения 18 м. При каком радиусе полукруга площадь сечения будет наибольшей?»</p> <p>Обозначьте радиус полукруга через <math>r</math> и выразите площадь <math>S</math> сечения как функцию от <math>r</math>: <math>S = S(r)</math>.</p> <p><b>Задание 4.</b> Подумайте, с помощью средств какого раздела математики можно решить следующую задачу. «Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 6 до 18 часов с постоянной скоростью уборки снега 400 (м<sup>3</sup>/ч). Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением <math>\frac{dS}{dt} = 120t - 5t^2</math>, где <math>S(t)</math> — объем снега (в м<sup>3</sup>), выпавшего за время <math>t</math> (в часах), <math>0 \leq t \leq 24</math>. В момент времени <math>t = 0</math> на улицах города лежит 1000 м<sup>3</sup> снега. Установите соответствие между временем <math>t</math> и объемом снега, лежащего на улицах города <math>S(t)</math>.» Составьте математическую модель этой задачи и решите её.</p> <p><b>Задание 5.</b> Суточная потребность электроэнергии в населенном пункте является случайной величиной, математическое ожидание которой равно <math>3000 \text{ кВт}\cdot\text{ч}</math>, а дисперсия равна 2500. Оценить вероятность того, что</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																		
		<p>в ближайшие сутки расход электроэнергии в этом населенном пункте будет с <math>2500</math> до <math>3500 \text{ кВт/ч}</math>.</p> <p><b>Задание 6.</b> Что значит оценить генеральные параметры по выборке? Сформулируйте определение точечной оценки. Определите смещенные и несмещенные, эффективные и неэффективные, состоятельные и несостоятельные оценки генеральных параметров. Проиллюстрируйте определения геометрически. Запишите расчетные формулы для сгруппированных и несгруппированных данных: выборочного среднего <math>\bar{X}</math> (укажите его вероятностный смысл); выборочной дисперсии <math>D_B</math>. Как оценить математическое ожидание по выборочной средней? Оцените дисперсию по исправленной дисперсии. Какими являются точечные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения: смещенными или нет, эффективными или неэффективными, состоятельными или несостоятельными?</p> <p><b>Задача 7.</b> Для изучения количественного признака <math>X</math> из генеральной совокупности извлечена выборка <math>x_1, \dots, x_n</math> объема <math>n</math>, имеющая данное статистическое распределение.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1). Постройте полигон частот.</li> <li>2). Постройте эмпирическую функцию распределения.</li> <li>3). Постройте гистограмму относительных частот.</li> <li>4). Найдите выборочное среднее <math>\bar{x}</math>, выборочную дисперсию <math>D_B</math>, выборочное среднее квадратическое отклонение <math>\sigma_B</math>, исправленную дисперсию <math>s^2</math> и исправленное среднее квадратическое отклонение <math>s</math>.</li> </ol> <table border="1" data-bbox="878 1034 2163 1145"> <tbody> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>9</td> <td>13</td> <td>17</td> <td>21</td> <td>25</td> <td>29</td> <td>33</td> <td>37</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>5</td> <td>10</td> <td>19</td> <td>23</td> <td>25</td> <td>19</td> <td>12</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table>	$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37	$n_i$	5	10	19	23	25	19	12	7
$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37												
$n_i$	5	10	19	23	25	19	12	7												

#### **б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена (1 и 2 семестры) и в форме зачета с оценкой (3 семестр).

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и два практических задания.

#### **Показатели и критерии оценивания экзамена и зачета с оценкой:**

– на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.