



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин  
30.01.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА***

Направление подготовки (специальность)  
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль/специализация) программы  
Открытые горные работы

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	1

Магнитогорск  
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 21.05.04 Горное дело (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 987)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
17.01.2023, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
30.01.2023 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:


Зав. кафедрой Разработки месторождений полезных ископаемых

 С.Е. Гавришев

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук  Е.М. Гугина

Рецензент:

доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Целями освоения дисциплины «Математика» является привитие навыков использования математических методов исследования и основ математического моделирования в будущей профессии по инженерному обеспечению деятельности человека в недрах Земли при эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов различного назначения.

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Высшая математика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Для изучения дисциплины необходимы знания и умения, сформированные в результате изучения дисциплин: «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объёме программы средней школы.

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Физика

Теоретическая механика

Сопrotивление материалов

Прикладная механика

Электротехника

Теория вероятностей и математическая статистика

Анализ данных

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Высшая математика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц 180 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 76,1 акад. часов;
- аудиторная – 72 акад. часов;
- внеаудиторная – 4,1 акад. часов;
- самостоятельная работа – 68,2 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. час

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Элементы линейной алгебры								
1.1 Линейная алгебра: Матрицы и действия над ними. Определители квадратных матриц, ранг матрицы, обратная матрица. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы.	1	6		6	2	подготовка к практическим занятиям, самостоятельное изучение литературы, выполнение РГР №1 «Матрицы. Определители. Системы»	аудиторная контрольная работа (АКР) №1 РГР №1	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		6		6	2			
2. Введение в математический анализ								
2.1 Предел и непрерывность функции одной переменной	1	2		2	8,2	- подготовка к практическому занятию, - составление учебной карты «Вычисление пределов»	тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		2		2	8,2			
3. Дифференциальное исчисление функции одной и многих переменных								
3.1 Определение производной функции в точке. Дифференциал, его геометрический смысл. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования и таблица производных.	1	2		2	4,2	- подготовка к практическим занятиям, - выполнение РГР № 2 «Дифференциальное исчисление ФОП и ФНП»	РГР №2; тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3

3.2 Производные и дифференциалы высших порядков. Осн. теоремы дифференциального исчисления. Формула Тейлора. Правило Лопиталя		2		2	2	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР № 2	РГР №2	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
3.3 Применение производной и дифференциала: при исследовании функций и вычислении приближенных значений		4		4	4	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР № 2	РГР №2	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
3.4 Дифференцирование ФНП: понятие частных производных, полного дифференциала, экстремум ФНП, элементы теории поля		2		2	4	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР № 2	- РГР №2, - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		10		10	14,2			
4. Интегральное исчисление функции одной переменной								
4.1 Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов от основных элементарных функций	1	2		2	4	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3 «Неопределенный, определенный и несобственный интеграл»	- РГР №3; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.2 Основные методы интегрирования. Методы непосредственного интегрирования. Интегрирование заменой переменной и по частям		2		2	4	подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.3 Основные методы интегрирования. Интегрирование дробей		2		2	6	-подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3, - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.4 Основные методы интегрирования. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений		2		4/2И	6	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.5 Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства. Методы интегрирования. Приложения.		2		2/2И	8,4	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
4.6 Несобственные интегралы. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости.		2		2/2И	6,4	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №3	- РГР №3; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		12		14/6И	34,8			

5. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ): ДУ 1-го и высших порядков. Основные понятия, методы решения. Системы ДУ первого порядка.								
5.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ): ДУ 1-го и высших порядков. Основные понятия, методы решения. Системы ДУ первого порядка.	1	6		4	9	- подготовка к практическому занятию, - выполнение РГР №4	- РГР №4; - тестирование	УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3
Итого по разделу		6		4	9			
Итого за семестр		36		36/6И	68,2		экзамен	
Итого по дисциплине		36		36/6И	68,2		экзамен	

## **5 Образовательные технологии**

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета MOODUS MOODLE).

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.



## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник / В.С. Шипачев. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 479 с. — (Высшее образование). — [www.dx.doi.org/10.12737/5394](http://www.dx.doi.org/10.12737/5394). - ISBN 978-5-16-010072-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/990716> (дата обращения: 02.06.2023). — Режим доступа: по подписке.
2. Ячменев, Л. Т. Высшая математика : учебник / Л. Т. Ячменёв. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2020. - 752 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01032-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1056564> (дата обращения: 02.06.2023). — Режим доступа: по подписке.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Математика в примерах и задачах : учебное пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова [и др.]. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011256-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1588756> (дата обращения: 02.06.2023). — Режим доступа: по подписке.
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1.
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 2 — 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8.
4. Шипачев, В. С. Задачник по высшей математике : учебное пособие / В.С. Шипачев. — 10-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 304 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010071-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1455881> (дата обращения: 02.06.2023). — Режим доступа: по подписке.

### **в) Методические указания:**

1. Грачева, Л.А. Определенный интеграл: методические указания для студентов – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 12 с.
2. Грачева, Л.А. Элементы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010 – 63 с.
3. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.
4. Маяченко, Е.П. Производная и дифференциал функции. Практикум.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 38 с.
5. Маяченко Е.П. Исследование функций и построение графиков. Практикум. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2011. – 20 с.

## г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
-----------------	------------	------------------------

MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно	бессрочно
FAR Manager	свободно	бессрочно

### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Международная база полнотекстовых журналов Springer Journals	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru">https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru</a>
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации.

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Доска, мультимедийный проектор, экран, Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и/или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей.

Помещения для самостоятельной работы учащихся.

Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

По дисциплине «Математика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение задач на практических занятиях.

**Примерные варианты расчетно-графических работ (РГР):**

**РГР № 1. «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии в приложениях к прикладным задачам добывающей промышленности»**

**Задание №1 (уровень компетенции – «знать», «уметь»).** При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

Задача 1. Найдите произведение матриц

$$\begin{aligned} 1) & \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, & 2) & \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \\ 3) & \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & 4) & \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot (4 \ 2 \ 0), \\ & & 5) & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, & 6) & \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Задача 2. Вычислите определители

$$\begin{aligned} 1) & \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}, & 2) & \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 5 & 10 & -1 \\ 0 & 4 & 7 \end{vmatrix}, & 3) & \begin{vmatrix} 11 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 6 \\ -2 & -7 & 2 \end{vmatrix}, \\ 4) & \begin{vmatrix} 1 & 14 & -8 \\ 5 & 0 & -4 \\ 2 & -7 & 2 \end{vmatrix}, & 5) & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Задача 3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ . Найдите

1)  $A_{12}$ , 2)  $A_{24}$ , 3)  $\det A$ , 4) придумайте самостоятельно определитель 6-го порядка и также вычислите его.

Задача 4. Найдите обратные для матриц

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad 3) A = \begin{pmatrix} 2.1 & -3.4 & 5.2 \\ -5.8 & 6.7 & 8.1 \\ 6.3 & 3.2 & 4.1 \end{pmatrix}$$

и проверить, что  $AA^{-1} = E$ .

Задача 5. Решите систему а) матричным способом и б) по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -7, \\ 3x + 2y + 5z = 6, \\ 4x + 3y + z = 1. \end{cases}$$

Задача 6. Решите системы методом Гаусса, указывая в каждом случае ранги матриц  $A$  и  $(A/B)$ . В однородных системах выпишите фундаментальную систему решений там, где она есть.

$$1. \begin{cases} 2x + 4y + 3z = 5, \\ -x + 2z = -3, \\ 6x + 5y + z = 21. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 3x + 7y - 3z = 14, \\ x + 3y + 4z = 2, \\ 2x + 8y + 23z = -4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 3y - 2z = 5, \\ 2x + 5y - 4z = 8, \\ 4x + 11y - 8z = 3. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ -x + 3y + z = 0, \\ 2x + 5y + 3z = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3.4x + 5.3y + 6.1z = 9.2 \\ 6.4x + 2.5y + 8.1z = 3.4 \\ 7.2x + 6.2y + 6.9z = 8.2 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 10x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача 7. Определить тип и построить линию на плоскости и поверхность в пространстве:

А)  $x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$ ,

Б)  $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$ ,

В)  $y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$ .

Г) Определить тип поверхности и построить:

$$1. z = 4 - x^2; \quad 2. \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1; \quad 3. \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1; \quad 4. \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = -1; \quad 5. \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25}; \quad 6. x^2 - y^2 = z.$$

Задача 8. Постройте кривую в полярной системе координат по точкам с шагом  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{8}$

$$\rho = 4 + 2 \cos 2\varphi.$$

**Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)**

1. Предприятие выпускает  $m$  видов изделий с использованием  $k$  видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей  $A_{m \times k}$ . Стоимость единицы сырья задана матрицей  $C$ . Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска  $Q$  и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц  $A, C, Q$ .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = (2 \quad 3 \quad 1 \quad 5) \quad Q = (200 \quad 350 \quad 100).$$

2. Имеется  $n$  отраслей промышленности, каждая из которых производит свою продукцию. Часть ее идет на внутрипроизводственное потребление данной отраслью и другими отраслями, а другая  $Y$  (конечный продукт) предназначена для личного и общественного потребления. Пусть  $x_i$  – общий (валовой) объем продукции  $i$ -й отрасли ( $i = \overline{1, n}$ );  $x_{ij}$  – объем продукции  $i$ -й отрасли, потребляемой  $j$ -й отраслью в процессе производства ( $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$ ).

В таблице задан баланс  $n$  отраслей промышленности за некоторый промежуток времени.

Построить матрицу прямых затрат  $A=(a_{ij})_{m \times n}$ , где  $a_{ij}$  – коэффициенты прямых затрат (доли продукции  $i$ -й отрасли, идущих на производство единицы продукции  $j$ -й отрасли) и выяснить, является ли она продуктивной. Найти матрицу полных затрат. Найти  $X_1$  – объем валовой продукции каждой отрасли, если конечный продукт должен быть  $Y_1$ . Указать необходимый процент увеличения валовой продукции по каждой отрасли.

Отрасли	Потребление			Валовой выпуск $X$	Конечный продукт $Y_1$
	1	2	3		
3. 1	4. 5	5. 10	6. 15	7. 100	8. 60
9. 2	10. 10	11. 10	12. 20	13. 100	14. 80
15. 3	16. 15	17. 5	18. 10	19. 50	20. 30

3. Фирма «Союз» обеспечивает доставку видео- и аудиокассет с четырёх складов, расположенных в разных точках города, в четыре магазина. Запас кассет, имеющихся на складах, объёмы заказов магазинов и тарифы на доставку представлены в таблице.

Склады	Магазины				Запасы, тыс. шт.
	№1	№2	№3	№4	
Склад №1	2	6	4	3	120
Склад №2	5	1	9	2	240
Склад №3	3	2	2	6	80
Склад №4	4	5	10	3	60
Заказы, тыс. шт.	190	170	110	30	

Определите объёмы перевозок, обеспечивающие фирме минимальные затраты.

**РГР №2 «Методы дифференциального исчисления функции одной и многих переменных при решении задач прикладного характера»**

**Задание №1 (знания и умения).** При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти производные и дифференциалы первого порядка

1)  $y = \frac{7 \cos x}{5x + 1},$

2)  $y = (2 + 5x)^4 - 3 \cos 7x,$

3)  $y = \frac{7}{3} - 4x \cdot \arcsin x,$

4)  $y = (\cos x)^{\lg x}.$

2. Найти производную функции, заданной неявно

$$e^y - 5xe^x - 2xy + 11 = 0.$$

3. Найти производную функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = 3 \cos t - 5, \\ y = 4t^3 + 5. \end{cases}$$

4. Найти производные первого порядка функции  $y = x^2 e^{2x}.$

5. Найдите  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  функций: а)  $\begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2; \end{cases}$  б)  $y = 5^{\sqrt{x}}.$

6. Напишите уравнение касательной к параболе  $y = x^2 - 4x + 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0.$

Постройте график и касательную.

7. Постройте график данной функции. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7, \quad x \in [-2; 2].$

8. Постройте график функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$  и исследуйте её на экстремум.

9. Постройте график функции и укажите по графику её асимптоты:  $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}.$

10. Проведите полное исследование функции с помощью построенного предварительно

графика  $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$

11. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением  $s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3,$  где  $s$  — путь в м, а  $t$  — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени  $t = 4с.$

**Функции нескольких переменных:**

1. Построить функцию, выяснить её область определения  $z = \frac{\ln(1-x^2-y^2)}{1-\sqrt{y}}.$

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

А)  $z = x^{\frac{1}{y}} \quad (1;1)$

Б)  $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \quad (1;1).$

3. Найти  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$  если  $u = xy + \sin(x+y).$

4. Вычислить приближённо  $\sqrt{5 \cdot e^{0,02} + 2,03^2}$ .
5. Построить поверхность. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 2$ .
6. Найти экстремальное значение функции  $z = 2x + y - y^2 - x^2$  при условии  $x + 2y = 1$ .
7. Найти наибольшее значение функции в заданной области:

$$\text{А) } z = x - 2y + 5 \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1; \end{cases} \quad \text{Б) } z = \ln(x^2 + y^2) \quad \begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

**Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)**

1. Завод выпускает спичечные коробки. Расходы на производство одного коробка 1 руб, а цена продажи равна 5 руб. Сколько нужно производить коробков, чтобы прибыль была наибольшей, если  $t$  работников завода может производить в месяц  $N = -(t-10)^2 + 500$  коробков.
2. Расходы на производство  $y$  автомобилей составляют  $Q = 0,5y^2 + y + 7$  миллионов рублей в месяц. Если продавать каждый автомобиль за  $S$  тысяч рублей, то при продаже всех произведенных за месяц автомобилей завод получит доход  $S \cdot y$ , а заработает на этом прибыль (доходы минус расходы) -  $S \cdot y - Q$ . Какую наименьшую цену продажи  $S$  нужно установить, чтобы за 3 месяца завод получил прибыль 75 миллионов рублей?
3. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

(Источник: [https://shkolkovo.net/catalog/slozhnye\\_zadachi\\_prikladnogo\\_haraktera/naibolshego\\_naimenshego\\_znacheniya\\_velichiny/page-2](https://shkolkovo.net/catalog/slozhnye_zadachi_prikladnogo_haraktera/naibolshego_naimenshego_znacheniya_velichiny/page-2))

© shkolkovo.net)

4. Решить графическим методом задачу на нахождение оптимального значения функции (плана добычи полезных ископаемых):

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

5. Задана таблица значений  $x$  и  $y$  и указан вид зависимости  $y = f(x, a, b)$ . Найдите параметры  $a$  и  $b$ , используя метод наименьших квадратов.

$$f(x, a, b) = ax^2 + b$$

x	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
y	2,3	2,5	5,8	9,8	10,6

### РГР №3 «Методы интегрального исчисления при решении прикладных задач»

Задание (уровень компетенции – «знать», «уметь»). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1). Вычислить неопределенные интегралы

$$\begin{aligned}
 & 1. \int \left( \frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}}{5} + 1 \right) dx \quad 2. \int \left( \frac{2}{3+x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x^2-3}} \right) dx \quad 3. \int \left( \frac{3}{\sqrt{2-7x}} - \frac{4}{\sin\left(\frac{2x}{5}-1\right)} \right) dx \\
 & 4. \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 6}{\sin^2 x} dx \quad 5. \int x(3x^2+1)^4 dx \quad 6. \int \frac{2x-1}{x^2+2x+10} dx \quad 7. \int \sqrt{1-e^x} e^x dx \\
 & 8. \int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx, \quad 9. \int x e^{-3} dx, \quad 10. \int \frac{dx}{x(x^2+1)}, \quad 11. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}}, \\
 & 12. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}, \quad 13. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-1}}.
 \end{aligned}$$

2) Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_1^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx, \quad 2. \int_2^{\pi} \ln \sin x dx \quad 3. \int_3^5 \frac{x^2 - 3x + 7}{x^4 + 7x^2 + 8} dx, \quad 4. \int_1^{\infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^4 + 8x^2 + 9} dx.$$

3). Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$1) \quad 3x - y = 4, \quad y^2 = 6x$$

$$2) \quad r = \cos 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$$

$$3) \quad \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t; \end{cases} \quad y = 3(y \geq 3).$$

4). Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$1) \quad y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

$$2) \quad \rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$$3) \quad \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ x = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

5). Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций  $x = 3 - y^2$ ,  $x = y^2 + 1$



#### РГР №4 «Дифференциальные уравнения»

**Задание.** При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примерах г), д) решить задачу Коши):

$$1) \sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0, \quad 2) 20xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 5xy^2 dx, \quad 3) y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy},$$

$$4) \begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}, \quad 5) \begin{cases} xy' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}, \quad 6) \frac{y}{x^2} dx - \frac{xy+1}{x} dy = 0.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$1) y''' x \ln x = y'', \quad 2) (1+x^2)y'' + 2xy' = 12x^2.$$

3. Найти решение задачи Коши: 
$$\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения (и если задано- решить задачу Коши):

$$1) y'' - 2y' + y = xe^x, \quad 2) y'' + 4y' + 5y = x^2$$

$$3) y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5, \quad 4) y''' + 2y'' - 3y' = (8x+6)e^x,$$

$$5) y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x), \quad 6) y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x},$$

$$7) \begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases} \quad 8) y' = y^3 x^2, y(0) = 3.$$

5. Решите систему ДУ первого порядка двумя способами - подстановки и методом Эйлера

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t \\ x' = y - 6x + e^{-2t} \end{cases}$$

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</b>		
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	<p>Знает возможности прикладных сервисов и пакетов для математического моделирования и решения задач прикладного характера средствами (методами) алгебры, геометрии и математического анализа. Для достижения индикатора:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-знает основные определения и понятия алгебры, геометрии и математического анализа, используемые для отбора и обработки данных в соответствии с поставленной прикладной задачей;</li> <li>- воспроизводит основные математические модели: распознает математические объекты; понимает связь между различными математическими объектами, позволяющими смоделировать и решить задачу.</li> </ul> <p><b>Оценочные средства достижение индикатора:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Расчетно-графические работы (РГР) по разделам курса (примерные варианты РГР представлены в Приложении 1).</li> <li>- Вопросы для самопроверки и подготовки к защите РГР (представлены в Приложении 1):               <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) в изучаемых разделах курса,</li> <li>2. Методы раскрытия неопределенностей, выяснения непрерывности функции одной переменной,</li> <li>3. Алгоритм приближенного вычисления функции с помощью дифференциала; написания уравнения касательной прямой (плоскости).</li> <li>4. Алгоритм полного исследования функции.</li> <li>5. Алгоритм нахождения экстремума функции одной и многих переменных.</li> <li>6. Методы выяснения классов интегрируемых функций, а также методы интегрирования основных классов функций.</li> <li>7. Основные приложения определенных интегралов.</li> <li>8. Способы выяснения сходимости несобственных интегралов.</li> </ol> </li> <li>- Представить обзор сервисов, цифровых инструментов для визуализации, изучения свойств, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной алгебры и математического анализа               <ul style="list-style-type: none"> <li>– результат (скриншоты или ...) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.</li> </ul> </li> </ul>
УК-1.2	Критически оценивает	- использует ресурсы интернета для просмотра, поиска, отбора, визуализации и анализа данных (открытые базы данных,

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению	<p>порталы и сайты, напр. Росстат, TAdviser и др.).  <i>Оценочные средства достижение индикатора:</i>  <b>Примерный вариант задания:</b></p> <p>1) Изучить (узнать) возможности сервисов, цифровых инструментов</p> <p>1.1. для визуализации, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной и векторной алгебры (напр., транспортной задачи, задачи ЛП – графический метод),</p> <p>1.2. для визуализации, изучения свойств кривых и поверхностей 2-го порядка (напр., WolframAlpha и др.)</p> <p>1.3. и т.д. (в каждом разделе курса – для решения конкретных междисциплинарных прикладных задач)</p> <p>2) Результат (скриншоты или ...?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.</p>
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения	<p>Умеет решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной задачи, аргументировать свой выбор; строить простейшие математические модели реальных процессов и ситуаций; применять компьютерные математические программы для решения задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- обладает навыками отбора и обработки информации,</li> <li>- навыками и методиками обобщения результатов решения задач на основе теоретических положений высшей математики</li> </ul> <p><b>Примерные задания</b></p> <p><b>Задание 1.</b> Для производства двух видов изделий А и В используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия А используется 3 часа работы оборудования первого вида, 4 часа работы оборудования второго вида и 5 часов часа работы оборудования третьего вида. Для единицы изделия В – используется 6, 3 и 2 часа соответственно.</p> <p>Существуют ограничения на использование оборудования первого вида – 102 часа в месяц, на использование оборудования второго вида – 91 час в месяц и на использование оборудования третьего вида – 105 часов в месяц.</p> <p>Цена реализации единицы готового изделия А составляет 7 у.е., изделия В – 9 у.е.</p> <p>Составьте план производства изделий А и В на месяц, обеспечивающий максимальную выручку от их реализации. Решить задачу с помощью средств MS Excel.</p> <p>. Выяснить, время работы какого оборудования исчерпано не полностью, в каких пределах может меняться время использования всех трех видов оборудования, что бы «ценность» этого ресурса оставалась прежней.</p> <p>В каких пределах можно изменять цены готовых продуктов А и В, что бы план их производства остался прежним.</p> <p>Проверить целесообразность введения в план производства</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>еще одного изделия С, с затратами на единицу продукции 2, 3, 5 часов работы оборудования первого, второго и третьего видов соответственно, если цена реализации составит 8 у.е.</p> <p><b>Задание 2.</b> Решить транспортную задачу по перевозке песка с трех карьеров на четыре строительных площадки. В день каждый карьер производит 120, 80 и 100 тонн песка, на стройплощадки требуется 85, 65, 90 и 60 тонн соответственно. Известны расстояния между заводами и площадками в километрах:</p> $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 15 & 9 \\ 11 & 2 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ <p>Определить оптимальный план перевозок, минимизирующий общий километраж перевозок.</p> <p><b>Задание 3.</b> При построении висячего моста через речку «Тихая» и выяснении надежности сооружения, студенты стройотряда столкнулись с решением следующей задачи: Трос, подвешенный за два конца на одинаковой высоте, имеет форму дуги параболы. Расстояние между точками крепления равно 24 м. Глубина прогиба троса на расстоянии 3 м от точки крепления равна 40 см. Определить глубину прогиба троса посередине между креплениями.</p>

## б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

### 2. Проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Высшая математика» проводится в форме экзамена и включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

#### Показатели и критерии оценивания экзамена:

– на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции УК-1, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции УК-1: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции УК-1: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.