

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИИиС  
И.Ю. Мезин

30.01.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ  
МОДЕЛЕЙ***

Направление подготовки (специальность)  
22.04.02 Металлургия

Направленность (профиль/специализация) программы  
Химические технологии энергоносителей в металлургии

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	2

Магнитогорск  
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 22.04.02 Metallurgy (приказ Минобрнауки России от 24.04.2018 г. № 308)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
17.01.2023, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
30.01.2023 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:

Зав. кафедрой Metallurgy and chemical technologies

 А.С. Харченко

Рабочая программа составлена:

зав. кафедрой ПМИИ, д-р техн. наук

 Ю.А. Извеков

Рецензент:

доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук

 Д.М. Долгушина

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### 1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Численные методы в решении математических моделей» являются: освоение основных идей методов, особенностей областей применения и методики использования их как готового инструмента практической работы при проектировании и разработке систем, математической обработке данных экономических и других задач, построении алгоритмов и организации вычислительных процессов.

### 2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Численные методы в решении математических моделей входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Анализ и синтез химико-технологических систем

Методология и методы научного исследования

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Современные физико-химические методы исследования и анализа

Инновационные методы в решении инженерных задач и защита интеллектуальной собственности

Производственная - научно-исследовательская работа

### 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Численные методы в решении математических моделей» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен решать производственные и (или) исследовательские задачи, на основе фундаментальных знаний в области металлургии
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи в области металлургии и процессов металлообработки, используя фундаментальные знания
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в предметной области металлургии и металлообработки
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности
ОПК-4	Способен находить и перерабатывать информацию, требуемую для принятия решений в научных исследованиях и в практической технической деятельности
ОПК-4.1	Производит поиск, анализ и синтез информации для разработки и принятия решений при проведении научных исследований и осуществления профессиональной деятельности в области металлургии и металлообработки
ОПК-4.2	Использует профессиональные знания для сравнения, классификации и преобразования информации, необходимой для совершенствования основных и вспомогательных операций технологических процессов производства металлопродукции широкого назначения
ОПК-4.3	Применяет существующие методологические подходы для структурирования, систематизации, хранения и передачи информации, требуемой для решения широкого спектра задач в практической деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 30,1 акад. часов;
- аудиторная – 30 акад. часов;
- внеаудиторная – 0,1 акад. часов;
- самостоятельная работа – 77,9 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. 1. Основные понятия теории погрешностей								
1.1 Классификация погрешностей	2				4	Изучение учебной и научной литературы	Опрос, обсуждение	
1.2 Статистический и технический подходы к учету погрешностей					4	Подготовка к занятию	Проверка конспектов. Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении работ.	
Итого по разделу					8			
2. 2. Численное решение СЛАУ								
2.1 Прямые методы (LU – метод, метод прогонки)	2			2	2	Изучение учебной и научной литературы.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении и практических заданий	
2.2 Итерационные методы (метод простой итерации, метод Зейделя)					4	Изучение учебной и научной литературы. Подготовка к практическому занятию.	Отчет о выполнении практических заданий.	
Итого по разделу				2	6			
3. 3. Решение нелинейных уравнений и систем								
3.1 Решение уравнений методом половинного деления	2			2	6	Изучение учебной и научной литературы	Опрос, обсуждение	

3.2 3.2 Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона, методом спуска				6	3	Изучение учебной и научной литературы. Подготовка к практическому занятию.	Отчет о выполнении практических заданий	
Итого по разделу				8	9			
4. 4. Интерполяция и аппроксимация функций								
4.1 Постановка задачи интерполяции функций	2			1	4	Изучение учебной и научной литературы	Проверка изучения основной и дополнительной литературы	
4.2 Интерполяционная формула Лагранжа и Ньютона. Существование и единственность многочлена. Оценка остаточного члена				2	4	Изучение учебной и научной литературы. Подготовка к практическому занятию.	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении практических заданий	
4.3 Интерполирование функции многочленами Чебышева, тригонометрическая интерполяция				4	3	Решение задач.	Проверка конспектов	
4.4 Внеаудиторная контактная работа								
Итого по разделу				7	11			
5. 5. Математическое моделирование								
5.1 Понятие математической модели. Классификация математических моделей.	2			2	1	Изучение учебной и научной литературы	Опрос, обсуждение. Отчет о выполнении практических заданий	
5.2 Этапы построения математической модели.				2	5,2	Подготовка к практическому занятию	Отчет о выполнении практических заданий	
5.3 Построение моделей				9	2	Подготовка к практическому занятию	Отчет о выполнении практических заданий	
Итого по разделу				13	8,2			
6. Экзамен								
6.1 Контроль	2							
Итого по разделу					35,7			
Итого за семестр				30	42,2		зачёт	
Итого по дисциплине				30	77,9		зачет	

## 5 Образовательные технологии

1. Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу практические (семинарские) занятия.

Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Занятия проводятся с использованием мультимедийных средств. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации.

В ходе проведения занятий предусматривается: использование электронного демонстрационного материала по темам, требующим иллюстрации работы программных продуктов: MS Word, MS Excel.

В ходе проведения практических занятий предусматривается использование средств вычислительной техники при выполнении индивидуальных заданий и тестирования.

2. Интерактивные формы обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

Использование интерактивных образовательных технологий способствует повышению интереса и мотивации учащихся, активизации мыслительной деятельности и творческого потенциала студентов, делает более эффективным усвоение материала, позволяет индивидуализировать обучение и ввести экстренную коррекцию знаний.

В рамках дисциплины «Численные методы в решении математических моделей» предусматривается 13,5 часов аудиторных занятий, проводимых в интерактивной форме.

При проведении практических занятий используются групповая работа, технология коллективной творческой деятельности, технология сотрудничества, обсуждение проблемы в форме дискуссии, дебаты, круглый стол. Данные технологии обеспечивают высокий уровень усвоения студентами знаний, эффективное и успешное овладение умениями и навыками в предметной области, формируют познавательную потребность и необходимость дальнейшего самообразования, позволяют активизировать исследовательскую деятельность, обеспечивают эффективный контроль усвоения знаний.

3. Возможности образовательного портала ФГБОУ ВО «МГТУ» для предоставления студентам графика самостоятельной работы, расписания консультаций, заданий для самостоятельного выполнения и рекомендуемых тем для самостоятельного изучения.

Методика, предлагаемая для изучения курса «Численные методы в решении математических моделей» ориентирована на семинарские занятия исследовательского типа и подготовку рефератов.

Используемые образовательные технологии позволяют активно применять в учебном процессе интерактивные формы проведения занятий (компьютерная симуляция, разбор конкретных ситуаций), что способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся. Применяемые в процессе изучения дисциплины поисковый и исследовательский методы в полной мере соответствуют требованиям ФГОС по реализации компетентного подхода.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Зенков, А. В. Численные методы : учебное пособие для прикладного бакалавриата / А. В. Зенков. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 122 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-10893-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/432209> .

2. Кадченко С. И. Численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. И. Кадченко, О. А. Торшина ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2684.pdf&show=dcatalogues/1/1131509/2684.pdf&view=true> . - Макрообъект.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Карманова Е. В. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е. В. Карманова ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2551.pdf&show=dcatalogues/1/1130353/2551.pdf&view=true> . - Макрообъект.

### **в) Методические указания:**

1. Филиппов Е. Г. Численные методы поиска корней уравнения [Электронный ресурс] : практикум / Е. Г. Филиппов, Е. А. Ильина ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2017. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=3139.pdf&show=dcatalogues/1/1136419/3139.pdf&view=true> . - Макрообъект.

### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

#### **Программное обеспечение**

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно	бессрочно

#### **Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

Название курса	Ссылка
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный институт промышленной	URL: <a href="http://www1.fips.ru/">http://www1.fips.ru/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru">https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru</a>
Информационная система - Единое окно доступа к информационным ресурсам	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
--	---

### **9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебная аудитория для проведения практических занятий оснащена:

- техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: мультимедийными средствами хранения, передачи и представления учебной информации;
- специализированной мебелью.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся. Оснащение аудитории: персональные компьютеры с пакетом MS Office, Maple 14 Classroom License 10-29 Users (per User) Academic, MathLab, Mathcad Education - University Edition (200 pack) и выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Оснащение аудитории: стеллажи для хранения учебно-наглядных пособий и учебно-методической документации.

## Приложение 1.

По дисциплине «Численные методы в решении математических моделей» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает выполнение практических заданий.

### Примерные аудиторные задания:

1. Дана СЛАУ ( $N$  – номер студента в журнале):

$$\begin{cases} 100(1+0,5N)x^1 + 100(1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N); \\ 100,1 \cdot (1+0,5N)x^1 + 99,9 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N); \\ 99,9 \cdot (1+0,5N)x^1 + 100 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100,1 \cdot (1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N). \end{cases}$$

Предполагается, что ошибка в матрице этой СЛАУ достаточно мала и относительная ошибка в её правой части равна 0,01. Приближённая СЛАУ имеет вид:

$$\begin{cases} 100(1+0,5N)x^1 + 100(1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N)(1+0,01); \\ 100,1 \cdot (1+0,5N)x^1 + 99,9 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100(1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N)(1-0,01); \\ 99,9 \cdot (1+0,5N)x^1 + 100 \cdot (1+0,5N)x^2 + 100,1 \cdot (1+0,5N)x^3 = 100(3+1,5N)(1+0,01). \end{cases}$$

Требуется найти число обусловленности матрицы рассматриваемой СЛАУ и относительную погрешность в решении приближённой СЛАУ. Затем, прокомментировать получившиеся результаты.

2. Сгенерировать квадратную матрицу  $A$  порядка  $n = 7+N$ ,  $N$ -номер студента, и столбец свободных членов  $b$  и решить систему  $A \cdot x = b$  методом вращений. Найти невязку решения. Решить данную систему. Найти невязку решения.

### Примерные задания для практических работ:

Методом Гаусса решить системы линейных алгебраических уравнений. Для матрицы СЛАУ вычислить определитель и обратную матрицу.

$$1. \begin{cases} x_1 + 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = 24 \\ -3x_1 - 5x_2 + 14x_3 + 13x_4 = 41 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ -2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = -39 \\ 4 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 - 7 \cdot x_4 = 41 \\ -x_1 - 3 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = 4 \\ 9 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 8 \cdot x_4 = 113 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 9 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 6 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = -8 \\ x_1 - 7 \cdot x_2 + x_3 = 38 \\ 3 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 = 47 \\ 6 \cdot x_1 - x_2 + 9 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = -8 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -x_1 - 7 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = -12 \\ -8 \cdot x_1 + x_2 - 9 \cdot x_3 = -60 \\ 8 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -91 \\ -5 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = -43 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 + x_3 - 7 \cdot x_4 = 96 \\ 6 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -13 \\ -x_1 + x_2 - 9 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -54 \\ -6 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 = 82 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + 2 \cdot x_2 - x_3 - 7 \cdot x_4 = -23 \\ 8 \cdot x_1 - 9 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = 39 \\ 2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 + x_4 = -7 \\ x_1 - 5 \cdot x_2 - 6 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 30 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 - 5 \cdot x_2 - 7 \cdot x_3 + x_4 = -75 \\ x_1 - 3 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 = -41 \\ -2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + x_4 = 18 \\ -9 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = 29 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -4 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = -51 \\ 2 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 76 \\ 4 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 - 2 \cdot x_4 = 26 \\ -8 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = -73 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -7 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 + x_3 - 9 \cdot x_4 = 29 \\ -6 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = 42 \\ -3 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = 11 \\ -2 \cdot x_1 - 5 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = 75 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} -7 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 + 7 \cdot x_4 = -126 \\ 8 \cdot x_1 - x_2 - 7 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = 29 \\ 9 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = 27 \\ -7 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 = 34 \end{cases}$$

Методом прогонки решить СЛАУ.

$$1. \begin{cases} -11 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 = -122 \\ 5 \cdot x_1 - 15 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 = -48 \\ -8 \cdot x_2 + 11 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -14 \\ 6 \cdot x_3 - 15 \cdot x_4 + 4 \cdot x_5 = -50 \\ 3 \cdot x_4 + 6 \cdot x_5 = 42 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 10 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 = -120 \\ 3 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 = -91 \\ 2 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 = 5 \\ 5 \cdot x_3 + 16 \cdot x_4 - 4 \cdot x_5 = -74 \\ -8 \cdot x_4 + 16 \cdot x_5 = -56 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 13 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 = -66 \\ -4 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 = -47 \\ -x_2 - 12 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = -43 \\ 6 \cdot x_3 + 20 \cdot x_4 - 5 \cdot x_5 = -74 \\ 4 \cdot x_4 + 5 \cdot x_5 = 14 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -14 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 = -78 \\ -9 \cdot x_1 + 15 \cdot x_2 - x_3 = -73 \\ x_2 - 11 \cdot x_3 + x_4 = -38 \\ -7 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 = 77 \\ 6 \cdot x_4 - 7 \cdot x_5 = 91 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 8 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 = 48 \\ -5 \cdot x_1 + 22 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 = 125 \\ -5 \cdot x_2 - 11 \cdot x_3 + x_4 = -43 \\ -9 \cdot x_3 - 15 \cdot x_4 + x_5 = 18 \\ x_4 + 7 \cdot x_5 = -23 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 6 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 = -58 \\ -6 \cdot x_1 + 16 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 = 161 \\ 9 \cdot x_2 - 17 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -114 \\ 8 \cdot x_3 + 22 \cdot x_4 - 8 \cdot x_5 = -90 \\ 6 \cdot x_4 - 13 \cdot x_5 = -55 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 15 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 = 92 \\ 2 \cdot x_1 - 15 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = -84 \\ 4 \cdot x_2 + 11 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -77 \\ -3 \cdot x_3 + 16 \cdot x_4 + -7 \cdot x_5 = 15 \\ 3 \cdot x_4 + 8 \cdot x_5 = -11 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -11 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 = 99 \\ 9 \cdot x_1 - 17 \cdot x_2 + x_3 = -75 \\ -4 \cdot x_2 + 20 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 66 \\ -4 \cdot x_3 - 14 \cdot x_4 + 3 \cdot x_5 = 54 \\ -6 \cdot x_4 + 14 \cdot x_5 = 8 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 8 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 = 32 \\ -2 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 - 7 \cdot x_3 = 15 \\ 2 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 + x_4 = -10 \\ -8 \cdot x_3 + 17 \cdot x_4 - 4 \cdot x_5 = 133 \\ -7 \cdot x_4 + 13 \cdot x_5 = -76 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} -7 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 = -75 \\ 6 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 = 126 \\ -3 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 = 13 \\ -9 \cdot x_3 + 21 \cdot x_4 + 8 \cdot x_5 = -40 \\ -5 \cdot x_4 - 6 \cdot x_5 = -24 \end{cases}$$

Методом простых итераций и методом Зейделя решить СЛАУ с точностью  $\varepsilon = 0.0$

$$1. \begin{cases} 19 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - x_4 = 100 \\ -2 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = -5 \\ 6 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 25 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 34 \\ -3 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 = 69 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 24 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = -9 \\ -6 \cdot x_1 - 27 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = -76 \\ -4 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 19 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = -79 \\ 4 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 13 \cdot x_4 = -70 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -23 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = -26 \\ -7 \cdot x_1 - 21 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = -55 \\ 9 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 - 31 \cdot x_3 - 8 \cdot x_4 = -58 \\ x_2 - 2 \cdot x_3 + 10 \cdot x_4 = -24 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 26 \cdot x_1 - 9 \cdot x_2 - 8 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 20 \\ 9 \cdot x_1 - 21 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = -164 \\ -3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 18 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 140 \\ x_1 - 6 \cdot x_2 - x_3 + 11 \cdot x_4 = -81 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 20 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 7 \cdot x_3 + x_4 = -117 \\ -x_1 + 13 \cdot x_2 - 7 \cdot x_4 = -1 \\ 4 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 17 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = 49 \\ -9 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - 25 \cdot x_4 = -21 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 23 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 232 \\ 8 \cdot x_1 + 22 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -82 \\ 7 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 18 \cdot x_3 - x_4 = 202 \\ 3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 - 19 \cdot x_4 = -57 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 29 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = 197 \\ -7 \cdot x_1 - 25 \cdot x_2 + 9 \cdot x_4 = -226 \\ x_1 + 6 \cdot x_2 + 16 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = -95 \\ -7 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 17 \cdot x_4 = -58 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -7 \cdot x_1 - x_2 + 2 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = -24 \\ 3 \cdot x_1 - 20 \cdot x_2 - 8 \cdot x_4 = -47 \\ -9 \cdot x_1 + x_2 + 18 \cdot x_3 - 6 \cdot x_4 = 28 \\ -x_1 - x_3 - 6 \cdot x_4 = -50 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 12 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 - x_3 + 3 \cdot x_4 = -31 \\ 5 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + x_4 = 90 \\ 6 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 - 21 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = 119 \\ 8 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 27 \cdot x_4 = 71 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 28 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = -159 \\ -5 \cdot x_1 + 21 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = 63 \\ -8 \cdot x_1 + x_2 - 16 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -45 \\ -2 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 24 \end{cases}$$

**Примерные задания для аудиторных контрольных работ (АКР):**

1. Используя метод простой итерации с нулевым начальным вектором, найти приближённое решение СЛАУ, с матрицей, имеющей диагональное преобладание. Абсолютная погрешность приближённого решения не должна превышать величины 0,1. Кроме того найти в методе простой итерации число шагов, необходимое для того чтобы гарантировать абсолютную погрешность приближённого решения не более 0,1. Сравнить это расчётное количество шагов с реальным количеством шагов, обеспечившим заданную погрешность.
2. Используя метод Зейделя с нулевым начальным вектором, найти приближённое решение СЛАУ, с матрицей, имеющей диагональное преобладание. Абсолютная погрешность приближённого решения не должна превышать величины 0,1. Сравнить в методах простой итерации и Зейделя количество шагов для достижения абсолютной погрешности, не превышающей величины 0,1.
3. LU-разложение матрицы. Сгенерировать квадратную матрицу  $A$  с преобладанием диагональных элементов порядка  $n = 7 + N$ ,  $N$ -номер студента. 1. Построить LU-разложение матрицы  $A$ . 2. Сгенерировать столбец свободных членов  $b$  и решить систему  $A \cdot x = b$  с использованием LU-разложение матрицы  $A$ . Найти невязку решения. 3. Вычислить определитель матрицы  $A$  и найти для нее обратную матрицу, используя LU-разложение матрицы  $A$ .
4. Сгенерировать симметричную квадратную матрицу  $A$  порядка  $n = 7 + N$ ,  $N$ -номер студента, и столбец свободных членов  $b$  и решить систему  $A \cdot x = b$  методом квадратных корней. Найти невязку решения.

**Вопросы для итоговой оценки качества освоения курса:**

**Перечень тем для подготовки к экзамену:**

1. Основные источники погрешностей.
2. Абсолютная и относительная погрешности приближённого числа.
3. Десятичная запись числа. Округление чисел. Погрешность суммы, разности, произведения и частного.
4. Погрешность функции.
5. Постановка прямой задачи погрешности.
6. Постановка обратной задачи погрешностей.
7. Виды СЛАУ.
8. Классификация методов решения СЛАУ.
9. Обусловленность матриц.
10. Прямые методы решения СЛАУ.
11. Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ.
12. Теорема об LU-разложении. Схема единственного деления и ее связь с теоремой об LU-разложении.
13. Метод Гаусса Постановка задачи. алгоритм. Пример.
14. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Постановка задачи, алгоритм. Пример.
15. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса.
16. Алгоритм вычисления определителя матрицы.
17. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
18. Метод прогонки. Постановка задачи. алгоритм. Пример.
19. Решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.

20. Отделение корней уравнения (графически и аналитически). Уточнение корня методом половинного деления.
21. Уточнение корня уравнения методом хорд.
22. Уточнение корня уравнения методом касательных.
23. Интерполирование функции. Линейная интерполяция, погрешность линейной интерполяции.
24. Интерполирование алгебраическими многочленами.
25. Методы интерполирования.
26. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка погрешности.
27. Многочлены Чебышева.
28. Задача интерполяции по Чебышеву.
29. Конечные разности.
30. Первый интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов.
31. Второй интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов.
32. Аппроксимация функций одной переменной. Выбор вида приближающей функции.
33. Метод наименьших квадратов.
34. О сходимости итерационных процессов для СЛАУ. Метод Зейделя. Постановка задачи. алгоритм. Пример.
35. О сходимости итерационных процессов для систем линейных алгебраических уравнений Метод релаксации.
36. Понятие модели.
37. Физическое, аналоговое, интуитивное, знаковое и математическое моделирование.

Приложение 2.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1 - Способен решать производственные и (или) исследовательские задачи, на основе фундаментальных знаний в области металлургии		
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи в области металлургии и процессов металлообработки, используя фундаментальные знания	Теоретические вопросы для зачета и экзаменов Перечень теоретических вопросов к экзамену: Алгоритм вычисления определителя матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Методы, основанные на разложении матрицы. Методы, основанные на построении вспомогательной системы векторов. Метод основанный на сопряженных градиентах.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в предметной области металлургии и металлообработки	<p>Примерные практические задания для экзаменов и зачета:</p> <p>LU-разложение матрицы. Сгенерировать квадратную матрицу <math>A</math> с преобладанием диагональных элементов порядка <math>n = 7 + N</math>, <math>N</math>-номер студента.</p> <p>Построить LU-разложение матрицы <math>A</math>.</p> <p>Сгенерировать столбец свободных членов <math>b</math> и решить систему <math>A \cdot x = b</math> с использованием LU-разложение матрицы <math>A</math>. Найти невязку решения.</p> <p>Вычислить определитель матрицы <math>A</math> и найти для нее обратную матрицу, используя LU-разложение матрицы <math>A</math>.</p> <p>Решить СЛАУ заданным методом с точностью <math>\varepsilon = 0.01</math>.</p> $\begin{cases} 19 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - x_4 = 100 \\ -2 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = -5 \\ 6 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 25 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 34 \\ -3 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 = 69 \end{cases}$
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной	<p>Примерные прикладные задачи и задания</p> <p>Решить СЛАУ заданным методом с точностью <math>\varepsilon = 0.01</math>.</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	деятельности	$\begin{cases} 19 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 - x_4 = 100 \\ -2 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = -5 \\ 6 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 25 \cdot x_3 + 9 \cdot x_4 = 34 \\ -3 \cdot x_2 - 9 \cdot x_3 + 12 \cdot x_4 = 69 \end{cases}$
ОПК-4: Способен находить и перерабатывать информацию, требуемую для принятия решений в научных исследованиях и в практической технической деятельности		
ОПК-4.1	Производит поиск, анализ и синтез информации для разработки и принятия решений при проведении научных исследований и осуществления профессиональной деятельности в области металлургии и металлообработки	<p>Теоретические вопросы для зачета и экзаменов</p> <p>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</p> <p>Отделение корней уравнения (графически и аналитически). Уточнение корня методом половинного деления.</p> <p>Уточнение корня уравнения методом хорд. Уточнение корня уравнения методом касательных</p>
ОПК-4.2	Использует профессиональные знания для сравнения, классификации и преобразования информации, необходимой для совершенствования основных и	<p>Примерные практические задания для экзаменов и зачета:</p> <p>Примерные практические задания для экзамена:</p> <p>Определить с точностью 0,001 корень уравнения <math>f(x) = 0</math>, принадлежащий заданному</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	вспомогательных операций технологических процессов производства металлопродукции широкого назначения	<p>отрезку <math>[a; b]</math> с помощью:</p> <p>метода деления отрезка пополам;</p> <p>метода касательных (Ньютона);</p> <p>метод хорд.</p>
ОПК-4.3	Применяет существующие методологические подходы для структурирования, систематизации, хранения и передачи информации, требуемой для решения широкого спектра задач в практической деятельности	<p>Перечень теоретических вопросов к экзамену:</p> <p>Итерационные методы решения СЛАУ. Метод простой итерации. Постановка задачи. алгоритм. Пример.</p> <p>О сходимости итерационных процессов для СЛАУ. Метод Зейделя. Постановка задачи. алгоритм. Пример.</p> <p>О сходимости итерационных процессов для систем линейных алгебраических уравнений Метод релаксации.</p> <p>Вычисление первой производной многочлена Лагранжа в форме Ньютона. Трудоемкость вычисления.</p> <p>Вычисление <math>l</math>-ой производной многочлена Лагранжа в форме Ньютона. Трудоемкость вычисления.</p> <p>Квадратурные формулы интерполяционного типа. Формула Ньютона-Котеса.</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства						
		<p>Формулы Ньютона-Котеса и оценки погрешности для 1-го и 2-х узлов.</p> <p>Формулы Ньютона-Котеса и оценки погрешности для 3-х узлов.</p> <p>Примерные прикладные задачи и задания</p> <p style="text-align: center;">Сравнить количество итераций для каждого изученного метода. Сделать выводы.</p> <p>1. <math>f(x) = x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 3x + 12</math> <span style="float: right;"><math>a = 1</math>, <math>b = 2</math></span></p> <p>2. <math>f(x) = x^4 - 3x^3 - 10</math> <span style="float: right;"><math>a = 2</math>, <math>b = 4</math></span></p> <p>3. <math>f(x) = x^4 - 4x^2 + 5x - 7</math> <span style="float: right;"><math>a = 1</math>, <math>b = 3</math></span></p> <p>4. <math>f(x) = x^4 + 8x^2 - 3</math> <span style="float: right;"><math>a = 0</math>, <math>b = 2,5</math></span></p> <p><math>f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 0,5</math> <span style="float: right;"><math>a = 0</math>, <math>b = 3</math></span></p> <p>Известна функция <math>y(x)</math>, заданная таблицей значений. Требуется, используя значения функции <math>y_i</math>, <math>i=0, 1, 2, \dots, n</math> в узлах интерполяции <math>x_i</math> вычислить значение <math>y(x)</math> для любого <math>x</math> из промежутка <math>[x_0; x_n]</math>. Для решения задачи использовать интерполяционный полином Лагранжа.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 16.6%;">1) x</td> <td style="width: 16.6%;">y(x)</td> <td style="width: 16.6%;">2) x</td> <td style="width: 16.6%;">y(x)</td> <td style="width: 16.6%;">3) x</td> <td style="width: 16.6%;">y(x)</td> </tr> </table>	1) x	y(x)	2) x	y(x)	3) x	y(x)
1) x	y(x)	2) x	y(x)	3) x	y(x)			

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства					
		2,0	0,9093	6,3	0,0168	0,1	0,9093
2,2	0,8085	6,5	0,2151	0,3	0,8085		
2,4	0,6755	6,7	0,4048	0,5	0,6755		
2,6	0,5155	6,9	0,5784	0,7	0,5155		
2,8	0,3350	7,1	0,7290	0,9	0,3350		
3,0	0,1411	7,3	0,8504	1,1	0,1411		
3,2	-0,0584	7,5	0,9380	1,3	-0,0584		
3,4	-0,2555	7,7	0,9882	1,5	-0,2555		
3,6	-0,4425	7,9	0,9989	1,7	-0,4425		
3,8	-0,6119	8,1	0,9699	1,9	-0,6119		
		x=2,1 x=3,7		x=6,4 x=7,6		x=0,17 x=1,89	
		4) x	y(x)	5) x	y(x)	6) x	y(x)

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства					
		2,0	-0,4161	0,72	0,4868	0,45	0,4831
2,2	-0,5885	0,92	0,3985	0,50	0,5463		
2,4	-0,7374	1,12	0,3269	0,55	0,6131		
2,6	-0,8596	1,32	0,2671	0,60	0,6841		
2,8	-0,9422	1,52	0,2187	0,65	0,7602		
3,0	-0,9900	1,72	0,1791	0,70	0,8423		
3,2	-0,9668	1,92	0,1446	0,75	0,9316		
3,4	-0,8968	2,12	0,1200	0,80	1,0296		
3,6	-0,7910	2,32	0,0983	0,85	1,1383		
3,8	-0,6709	2,52	0,0805	0,90	1,2602		
		x=2,1 x=3,7		x=0,75 x=2,41		x=0,48 x=0,87	
		7) x	y(x)	8) x	y(x)	9) x	y(x)

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства							
		0,49	0,5334	0,47	0,5080	0,50	0,5463		
		0,54	0,5994	0,52	0,5726	0,55	0,6131		
		0,59	0,6696	0,57	0,6410	0,60	0,6841		
		0,64	0,7445	0,62	0,7139	0,65	0,7602		
		0,69	0,8253	0,67	0,7922	0,70	0,8423		
		0,74	0,9131	0,72	0,8770	0,75	0,9316		
		0,79	1,0692	0,77	0,9696	0,80	1,0296		
		0,84	1,1156	0,82	1,0717	0,85	1,1383		
		0,89	1,2346	0,87	1,1853	0,90	1,2602		
		0,94	1,3692	0,92	1,3133	0,95	1,3984		

***б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:***

Промежуточная аттестация по дисциплине «Численные методы в решении математических моделей» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена (2 семестр).

**Показатели и критерии оценивания экзамена:**

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.