



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

30.01.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

***МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА***

Направление подготовки (специальность)  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль/специализация) программы  
Математика и физика

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
заочная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	4

Магнитогорск  
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

17.01.2023 г., протокол № 5

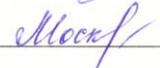
Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

30.01.2023 г., протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

доцент кафедры ПМИИ, канд. пед. наук  Е.А. Москвина

Рецензент:

доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Основными целями освоения дисциплины «Математическая логика» являются формирование общепрофессиональной компетенции в соответствии с требованиями ФГОС ВО, изучение основных понятий математической логики, развитие логического мышления, формирование логической культуры, изучение применений математической логики в будущей профессиональной деятельности, формирование представлений о проблемах оснований математики.

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Математическая логика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Алгебра и теория чисел

Элементарная математика

Дискретная математика

Математический анализ

Методика обучения математике в школе

Теория вероятностей и математическая статистика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики

Практикум решения олимпиадных задач по математике

Методика обучения физике в школе

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математическая логика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности
ОПК-8.2	Использует специальные научные знания для повышения эффективности педагогической деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 4,4 акад. часов;
- аудиторная – 4 акад. часов;
- внеаудиторная – 0,4 акад. часов;
- самостоятельная работа – 99,7 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Логика высказываний								
1.1 Дедуктивный характер математики. Парадоксы канторовской теории множеств. предмет математической логики. Высказывания и логические операции над ними. Язык логики высказываний. Формулы языка логики высказываний. Истинностные функции. Равносильность формул логики высказываний, равносильные преобразования формул. Представление истинностных функций формулами логики высказываний.	4	0,5			12	Выполнение письменных домашних заданий, связанных с алгеброй высказываний. Подготовка к контрольной работе (АКР №1) по разделам, связанным с алгеброй высказываний.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
1.2 Совершенная дизъюнктивная и совершенная конъюнктивная нормальные формы. Минимизация ДНФ. Полные системы булевых функций. Тавтологии -- законы логики высказываний. Семантическое следование. Виды теорем, необходимые и достаточные условия.				0,5	14	Выполнение письменных домашних заданий, связанных с исчислением высказываний. Подготовка к контрольной работе (АКР №1) по разделам, связанным с исчислением высказываний. Изучение литературы	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2

1.3 Принципы построения исчисления высказываний. Аксиомы, правила вывода, доказуемость формул. Выводимость из гипотез. Производные правила вывода. Теорема дедукции. Характеристики исчисления высказываний - непротиворечивость, полнота, разрешимость и			0,5	12	Выполнение письменных домашних заданий по разделу, со строением и видами теорем, необходимыми и достаточными условиями. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий. АКР № 1	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу	0,5		1	38			
2. Логика предикатов							
2.1 Предикаты и логические операции над ними. Кванторы. Язык логики предикатов. Языки первого порядка. Термы и формулы. Интерпретации. Значение формулы в интерпретации. Равносильность, общезначимость и выполнимость формул.	4	0,5		13,7	Выполнение письменных домашних заданий. Подготовка к контрольной работе (АКР №2). Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
2.2 Предваренная нормальная форма. Применение языка логики предикатов для записи математических утверждений и построения их отрицаний.			0,5	12	Выполнение письменных домашних заданий. Подготовка к контрольной работе (АКР №2). Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий. АКР № 2	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу	0,5		0,5	25,7			
3. Формализованные математические теории и проблемы оснований математики							
3.1 Понятие формализованной математической теории. Теории первого порядка. Аксиомы теории, правила вывода. Доказательства в теории. Примеры теорий первого порядка. Теорема дедукции. Доказуемость предикатных подстановок в тавтологии. Характеристика теорий: непротиворечивость, полнота, разрешимость. Непротиворечивость исчисления предикатов.	4		0,5	12	Выполнение домашних заданий по разделам, связанным с теориями первого порядка. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2

3.2 Модели теорий. Формулировка теоремы Геделя о полноте для теорий первого порядка. Формальная арифметика. Формулировка теоремы Геделя о неполноте арифметики.				0,5	12	Выполнение домашних заданий по разделам, связанным с теориями первого порядка. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
3.3 Обзор результатов о формализации теории множеств, непротиворечивости и независимости в основаниях теории множеств. Программа Гильберта. Представление об интуиционистском и конструктивном направлениях в математике.				0,5	12	Выполнение домашних заданий по разделам, связанным с построением и исследованием моделей. Изучение литературы.	Опрос. Проверка домашних заданий.	ОПК-8.1, ОПК-8.2
Итого по разделу	1		0,5	36				
Итого за семестр	2		2	99,7			зао	
Итого по дисциплине	2		2	99,7			зачет с оценкой	

## 5 Образовательные технологии

Реализация компетентностного подхода предусматривает использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Согласно п. 34 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам бакалавриата высшего образования (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301), при проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

В нашей работе мы используем следующее.

1. Традиционные образовательные технологии. Организация образовательного процесса, предполагает прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий:

- информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами.
- практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Технологии проектного обучения. Образовательный процесс построен в соответствии с алгоритмом поэтапного решения проблемной задачи или выполнения учебного задания. Проект предполагает совместную учебно-познавательную деятельность группы студентов, направленную на выработку концепции, установление целей и задач, формулировку ожидаемых результатов, определение принципов и методик решения поставленных задач, планирование хода работы, поиск доступных и оптимальных ресурсов, поэтапную реализацию плана работы, презентацию результатов работы, их осмысление и рефлексию. Применяется в основном для перехода компетенции на уровень владения.

Основные типы применяемых нами в образовательной деятельности проектов:

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем). Результатом является учебная карта по модулю нашей образовательной программы.

Творческий проект, предполагающий в отличие от предыдущего, конечный продукт в следующих вариантах – газета к исторически значимому «математическому» событию (праздник числа «Пи» и т.п.); «математическая» открытка (своего рода учебная карта, только неформально, красочно оформленная; видеоролик «Я научу вас решать ...» и т.п.

Информационный проект – учебно-познавательная деятельность с ярко выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации о каком-то объекте, ознакомление участников проекта с этой информацией, ее анализ и обобщение и, наконец, презентация по практическому приложению).

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии. Организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационную среду университета MOODUS MOODLE).

#### **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

#### **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

#### **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

##### **а) Основная литература:**

1. Игошин В.И. Математическая логика / В.И. Игошин.— Москва: ИНФРА-М, 2019. — 398 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-011691-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=327872>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Игошин В.И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов / В.И. Игошин.— Москва: ИНФРА-М, 2019. — 392 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-906818-08-9. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=329810>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

##### **б) Дополнительная литература:**

1. Успенский В.А. Вводный курс математической логики / В.А. Успенский, Н.К. Верещагин, В.Е. Плиско. - Физматлит, 2017. - 128 с. - ISBN 978-5-9221-0278-0. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=272628>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Ершов Ю.Л. Математическая логика / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин.- Физматлит, 2011. - 356 с. - ISBN 978-5-9221-1301-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/document?id=81684>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 255 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00767-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/432018>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

##### **в) Методические указания:**

1. Павлова Е.А. Элементы математической логики. Алгебра логики: Учебно-методическое пособие для школьников очно-заочной физико-математической школы «Квадрат Декарта».- Тюменский государственный университет, 2018.- 24 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-400-01458-1.

2. Палий, И. А. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12446-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/447489>.

3. Гринченков, Д. В. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов : учебное пособие / Д. В. Гринченков, С. И. Потоцкий. - М. : Кнорус, 2013. - 206 с. : ил., табл. - ISBN 978-5-406-02434-8. - Текст : непосредственный.

##### **г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно	бессрочно
FAR Manager	свободно	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно	бессрочно

### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Информационная система - Единое окно доступа к информационным	URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Электронная база периодических изданий East View Information Services,	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>
Российская Государственная библиотека. Каталоги	<a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a>
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	<a href="https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru">https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru</a>

### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и/или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

## 6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математическая логика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

**Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):**

### АКР № 1

#### 1. Совершенные дизъюнктивные нормальные формы, совершенные конъюнктивные нормальные формы

Построить таблицы истинности для следующих формул алгебры высказываний и привести эти формулы к СДНФ и СКНФ.

1.  $((\neg x \vee y) \rightarrow \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
2.  $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \rightarrow \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
3.  $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \rightarrow (z \wedge \neg(x \wedge y))$
4.  $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y))) \rightarrow (\neg y \wedge z)$
5.  $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \rightarrow (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
6.  $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \rightarrow \neg(x \vee y \vee \neg z)$
7.  $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \rightarrow (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
8.  $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \rightarrow (x \wedge ((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
9.  $(x \vee y \rightarrow z) \leftrightarrow (\neg z \rightarrow \neg(x \wedge y))$
10.  $((\neg x \vee y) \rightarrow \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
11.  $((\neg(y \vee z) \vee \neg x) \rightarrow \neg(y \vee \neg z)) \wedge \neg(x \vee \neg y \vee z)$
12.  $(\neg x \vee ((x \vee z) \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y)) \rightarrow (z \wedge \neg(x \wedge y))$
13.  $(\neg(y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y))) \rightarrow (\neg y \wedge z)$
14.  $(\neg x \vee (x \wedge y \wedge \neg z)) \rightarrow (\neg(\neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y))$
15.  $((x \wedge \neg y) \vee (y \wedge z)) \rightarrow \neg(x \vee y \vee \neg z)$
16.  $(\neg y \vee \neg(z \vee (\neg y \wedge \neg z))) \rightarrow (\neg y \vee (x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge z))$
17.  $(\neg(x \vee \neg y \vee z) \vee z) \rightarrow (x \wedge ((y \wedge z) \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
18.  $\neg(\neg(x \vee z \rightarrow y) \vee (y \wedge \neg z \rightarrow x \vee (\neg y \wedge \neg z)))$
19.  $\neg((z \rightarrow y) \rightarrow x) \rightarrow \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$
20.  $(z \rightarrow x \wedge y) \rightarrow (x \rightarrow y \wedge z) \vee (\neg z \wedge (\neg x \vee \neg y))$

#### 2. Исчисление высказываний

Пусть  $\Phi, \Psi, X, \Theta$  - формулы исчисления высказываний. Построить вывод формулы исчисления высказываний из данного множества гипотез.

1.  $\Phi \vdash \Psi \rightarrow (\Phi \wedge \Psi)$ ;
2.  $\Phi \rightarrow \Psi, \Phi \rightarrow X \vdash \Phi \rightarrow \Psi \wedge X$  ;
3.  $\Phi \rightarrow X, \Psi \rightarrow X \vdash \Phi \vee \Psi \rightarrow X$  ;
4.  $\Phi \rightarrow \Psi \vdash (X \rightarrow \Phi) \rightarrow (X \rightarrow \Psi)$  ;
5.  $\Phi \rightarrow \Psi \vdash \Phi \wedge X \rightarrow \Psi \wedge X$  ;
6.  $\Phi \rightarrow \Psi \vdash \Phi \vee X \rightarrow \Psi \vee X$  ;

7.  $\Phi \rightarrow \Psi \vdash \Phi \rightarrow (\Phi \vee \Psi)$
8.  $\Phi \vee (\Phi \wedge \Psi) \vdash \Phi$
9.  $\Phi \wedge \Psi \vdash \Phi \wedge (\neg \Phi \vee \Psi)$  ;
10.  $\Phi \vee (\neg \Phi \wedge \Psi) \vdash \Phi \vee \Psi$  ;
11.  $X \rightarrow \Phi, \Phi \rightarrow \Psi \vdash X \wedge \Theta \rightarrow \Psi \vee \neg \Theta$  ;
12.  $\Phi \rightarrow X, \Psi \wedge \Phi \vdash \Theta \rightarrow X$  ;
13.  $\Theta \rightarrow \Psi, \Theta \wedge \Phi \vdash (\Phi \wedge \Psi) \vee X$ ;
14.  $\Phi \wedge (\Psi \wedge \Theta) \vdash \Psi \wedge (\Phi \vee \neg \Theta)$ ;
15.  $\Phi \vdash (\Phi \vee \Psi) \wedge (\Phi \vee \neg \Theta)$ ;
16.  $\Psi \wedge (\Phi \wedge \Theta) \vdash (\Phi \wedge \Psi) \wedge \Theta$ ;
17.  $\Phi \vee (\Psi \wedge \Theta) \vdash \Psi \vee (\Phi \vee \neg \Theta)$ ;
18.  $\Phi \wedge \Psi \rightarrow \Theta \vdash X \wedge \Phi \rightarrow (\Psi \rightarrow \Theta \vee \neg \Phi)$ ;
19.  $\Phi \rightarrow \Psi \vdash (\Theta \rightarrow \Phi) \rightarrow (\Theta \wedge \neg \Psi \rightarrow \neg \Phi \vee \Psi)$ ;
20.  $\Phi \vee \Psi \vdash (\Phi \rightarrow \Theta) \rightarrow (\Psi \vee \Theta)$ .

## АКР № 2

### 1. Формулы логики предикатов

Выписать все подформулы данной формулы сигнатуры  $\Sigma = \{+, \cdot, \leq, 0\}$  и определить свободные и связанные переменные формулы:

1.  $\forall x((x + y \leq x) \wedge \neg (x = 0))$ ;
2.  $\exists x(\forall y(x + y = y) \rightarrow (y \leq 0))$ ;
3.  $\forall x \forall y((x \cdot y = 0) \rightarrow (x = 0) \vee (y = 0))$ ;
4.  $\forall x \forall y(((x \leq y) \wedge (y < x) \rightarrow) x = y)$ ;
5.  $\forall x \exists y((x \leq y) \wedge \neg (x = y) \rightarrow \neg (y \leq x))$ ;
6.  $\forall y((x + 0 = x + y) \rightarrow (y = 0))$ ;
7.  $(x + y = 0) \rightarrow (0 \leq x) \vee \exists y(0 \leq y)$ ;
8.  $\forall x \exists y((x \leq y) \rightarrow (x + z \leq y))$ ;
9.  $(x \leq y) \rightarrow \exists z \neg (x + z \leq y)$ ;
10.  $\forall x((x \cdot y \leq y) \vee \neg (0 \leq y))$ ;
11.  $\exists x((x + x = x) \wedge \neg (x \cdot x = x))$ ;
12.  $\forall y((x + y = z) \wedge \neg (x = 0) \rightarrow \neg (y = 0))$ ;
13.  $(x \leq y) \wedge (y \leq z) \rightarrow \forall z \neg (y + z = x)$ ;
14.  $\forall x((x \leq y + x) \rightarrow (0 \leq y)) \vee (x = z)$ ;
15.  $\forall x(x \cdot x \leq x + x) \wedge \exists y(x + y = 0) \rightarrow (z \leq y)$ ;
16.  $\forall x \exists z(z + y = x) \rightarrow (x \cdot y \leq z) \wedge \forall y(x + 0 = y)$ ;
17.  $\forall x \forall y(x \cdot y = 0) \rightarrow (x = 0) \vee (y = 0)$ ;
18.  $\exists z((x + y \leq z) \vee (x + z = y)) \wedge \neg (x = y)$ ;
19.  $\forall x \forall y((x + y = x) \vee \exists z(x \cdot z = y))$ ;
20.  $\exists x((x \cdot y = x + y) \wedge \neg (x = 0) \wedge y \leq x)$ .

Пусть  $\Phi, \Psi, X$  - атомарные формулы логики предикатов. Выписать все подформулы данной формулы и определить свободные и связанные переменные формулы:

1.  $\neg((\exists x \forall y \Phi(x, y) \vee \exists x \exists y \Psi(x, y)) \wedge \exists y X(x, y))$ ;

2.  $\neg((\exists x\Phi(x, y) \vee \exists z\Psi(x, z)) \vee \exists x\exists yX(x, y));$
3.  $\forall x(\exists y\Phi(x, y) \wedge \exists y\Psi(x, y)) \wedge \forall x\Psi(x, y);$
4.  $\forall x(\forall y\Phi(x, y) \vee \Psi(x, y)) \vee \forall x\exists yX(x, y);$
5.  $\neg(\forall x\exists y\Phi(x, y) \rightarrow \forall x\Psi(x, y)) \wedge \forall x\forall zX(x, z);$
6.  $\forall x\Phi(x, y) \vee \forall x(\exists y\Psi(x, y) \vee (\exists yX(x, y) \wedge \exists y\Phi(x, y)));$
7.  $\forall x(\exists y\Phi(x, y) \wedge \forall x\exists y\Psi(x, y)) \wedge (\exists yX(x, y) \vee \exists y\Phi(x, y));$
8.  $\neg(\forall x\neg(\forall y\Phi(x, y) \wedge y\Psi(x, y))) \rightarrow \exists y\forall xX(x, y);$
9.  $\exists x\forall y\Phi(x, y) \rightarrow \neg(\forall x\neg(\forall y\Phi(x, y) \wedge \exists z\Psi(z, y)));$
10.  $\exists x(\exists y\Phi(x, y) \vee \forall y\Psi(x, y)) \wedge \forall y(\Phi(x, y) \wedge \Psi(x, y));$
11.  $\neg((\exists x\exists y\Phi(x, y) \wedge \exists x\forall y\Psi(x, y)) \vee \exists x\exists yX(x, y));$
12.  $\exists x\Phi(x, y) \vee (\exists x\forall y\Psi(x, y) \rightarrow \exists x\exists yX(x, y));$
13.  $\forall x(\neg(\exists y\Phi(x, y) \rightarrow \forall y\Psi(x, y)) \vee (\Phi(x, z) \rightarrow \forall y\Psi(x, y)));$
14.  $\forall x(\exists y\Phi(x, y) \vee \forall y\Psi(x, y)) \wedge \exists x\neg(\Phi(z, y) \wedge \forall y\Psi(x, y));$
15.  $\forall x\Phi(x, y) \rightarrow \exists y(\exists xX(x, y) \rightarrow \Psi(y, z) \vee \Phi(y, z));$
16.  $\forall x\exists y\Phi(x, y) \wedge \forall y\forall x\Psi(x, y) \rightarrow \neg X(x, y) \wedge \Phi(x, y);$
17.  $\forall x\exists y\neg(\Phi(x, y) \rightarrow \neg\Psi(x, y)) \vee \exists zX(z, y);$
18.  $\forall x(\forall y\Phi(x, y) \rightarrow \exists y\Psi(x, y)) \wedge \neg(\exists yX(x, y) \vee \exists y\Phi(x, y));$
19.  $\exists x\Phi(x, y) \wedge \forall x\exists y\Psi(x, y) \rightarrow \forall x\exists yX(x, y) \vee \exists y\Psi(x, y);$
20.  $\exists y\forall z(\Phi(x, y) \vee \forall x\exists y\Psi(x, y) \rightarrow \exists yX(z, y)) \vee \exists y\Phi(x, y).$

## 2. Истинность формулы логики предикатов в алгебраической системе

В следующих задачах предикаты  $P(x)$  и  $Q(x)$  заданы на множестве всех действительных чисел. Следует определить:

- множество истинности предиката  $\neg P(x)$ ;
- справедливо ли одно из следующих соотношений  $P(x) \rightarrow Q(x), Q(x) \rightarrow P(x)$ .

Определить также, истинно или ложно каждое из высказываний:

а)  $\forall xP(x)$ , б)  $\exists xP(x)$  в случаях, когда предикат  $P(x)$  рассматривается на указанном в соответствующем задании интервале.

1.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 \leq 4x$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| \leq 4$ :
  - а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(0,4)$ ;
  - б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(4, +\infty)$ .
2.  $P(x)$  задан в виде  $|x| \leq 2$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 < 1$ :
  - а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-\infty, 2]$ ;
  - б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-2, 2)$ .
3.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 > x$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| > 1$ :
  - а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-1, 0)$ ;
  - б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[1, +\infty)$ .
4.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 - 5x + 4 = 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| < 5$ :
  - а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[1, 4]$ ;
  - б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[4, 5]$ .

5.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 + 4x + 4 = 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| > 1$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[-2,2]$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[0,2]$ .
6.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 - 6x + 8 < 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| < 4$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(2,4)$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[3,4]$ .
7.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 \geq 16$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 - 25 > 0$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-\infty,-4)$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-4,4)$ .
8.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 > 3x$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 - 4x > 0$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[3, +\infty)$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[0,3]$ .
9.  $P(x)$  задан в виде  $|x| > 5$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 \geq 25$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-6,-5)$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-6,6)$ .
10.  $P(x)$  задан в виде  $4x^2 - 1 > 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 > 1$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[0,5;1)$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(0,1)$ .
11.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 \leq 6x$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| \leq 6$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(0,6)$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(6, +\infty)$ .
12.  $P(x)$  задан в виде  $|x| \leq 4$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 < 1$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-\infty,4]$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-4,4)$ .
13.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 > 2x$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| > 2$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-2,0)$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[2, +\infty)$ .
14.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| < 5$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[1,4]$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[3,6]$ .
15.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 + 6x + 9 = 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| > 2$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[-3,3]$ ;
  - $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[0,3]$ .
16.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 - 7x + 10 < 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $|x| < 5$ :
- $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(2,6)$ ;

- б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[1,6]$ .
17.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 \geq 9$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 - 16 > 0$ :
- а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-\infty,-3)$ ;
- б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-4,4)$ .
18.  $P(x)$  задан в виде  $x^2 > 5x$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 - 7x > 0$ :
- а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[3, +\infty)$ ;
- б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[0,7]$ .
19.  $P(x)$  задан в виде  $|x| > 8$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 \geq 16$ :
- а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-5,0)$ ;
- б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-8,8)$ .
20.  $P(x)$  задан в виде  $9x^2 - 1 > 0$ ,  $Q(x)$  – в виде  $x^2 > 4$ :
- а)  $\forall xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $[0;1)$ ;
- б)  $\exists xP(x)$ , где предикат  $P(x)$  рассматривается на интервале  $(-1,2)$ .

### 3. Исчисление предикатов

Пусть  $\Phi, \Psi, X, \Theta$  - формулы исчисления предикатов. Построить вывод формулы исчисления предикатов из данного множества гипотез.

1.  $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists z \Phi(y, z)$ ;
2.  $\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists x \Phi(y, x)$ ;
3.  $\forall x \Phi(x, x) \vdash \exists y \exists z \Phi(y, z)$ ;
4.  $\exists x \forall y \Phi(x, y) \vdash \exists z \Phi(z, z)$ ;
5.  $\forall y \Phi(y) \vdash \exists x (\Phi(x) \vee \Psi(x))$ ;
6.  $\exists x \Phi(x) \vee \exists x \Psi(x) \vdash \exists x (\Phi(x) \vee \Psi(x))$ ;
7.  $\forall x \Phi(x) \wedge \forall y \Psi(y) \vdash \Phi(u) \wedge \Psi(u)$ ;
8.  $\Phi(x) \vdash \Psi(y) \rightarrow \exists x \Phi(x)$ ;
9.  $\exists x (\Phi(x) \rightarrow \Psi(x)) \vdash \forall x \Phi(x) \rightarrow \exists y \Psi(y)$ ;
10.  $\forall x \Phi(x) \rightarrow \forall y \Psi(y) \vdash \neg \Psi(x) \rightarrow \exists y \neg \Phi(y)$ ;
11.  $\forall x \Phi(x) \vee \forall y \Psi(y) \vdash \neg \Psi(x) \rightarrow \Phi(y)$ ;
12.  $\forall y \exists x (\Phi(x, y) \rightarrow \Psi(y)) \vdash \forall x (\forall z \Phi(z, x) \rightarrow \Psi(x))$ ;
13.  $\exists x \exists y (\Phi(x) \wedge \Psi(x, y)) \vdash \exists x \Phi(x) \wedge \exists y \exists z \Psi(y, z)$ ;
14.  $\forall y \Phi(y) \vee \forall x \exists y \Psi(x, y) \vdash \forall x \exists z (\Phi(x) \vee \Psi(x, z))$ ;
15.  $\exists x \forall y (\Phi(x, y) \wedge \Psi(x)) \vdash \forall x \exists z \Phi(z, x) \wedge \exists x \Psi(x)$ ;
16.  $\forall y (\Phi(x, y) \vee \Psi(x)) \vdash \exists x \exists z \Phi(z, x) \vee \exists x \Psi(x)$ ;
17.  $\exists x \forall y \exists z \Phi(x, y, z) \vdash \exists u \forall v \exists w \Phi(v, u, w)$ ;
18.  $\exists x \forall y \Phi(x, y, y) \vdash \forall u \exists z \exists v \Phi(z, u, v)$ ;
19.  $\forall x \exists z \forall y \Phi(x, y, z) \vdash \forall u \forall v \exists w \Phi(v, u, w)$ ;
20.  $\exists y \forall x \Phi(x, y, y) \vdash \exists u \exists y \exists z \Phi(u, y, z)$ .

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации по дисциплине  
«Математическая логика»

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-8 - Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</b>		
ОПК-8.1	Планирует и проводит научные исследования в области педагогической деятельности	<p><b>Теоретические вопросы для зачета с оценкой по дисциплине «Математическая логика»:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Высказывания и логические операции над ними.</li> <li>2. Формулы логики высказываний. Равносильность формул логики высказываний.</li> <li>3. Тавтологии.</li> <li>4. Семантическое следствие формул логики высказываний.</li> <li>5. Истинностные функции. Представление истинностных функций формулами логики высказываний.</li> <li>6. Нормальные формы.</li> <li>7. Проблема разрешения.</li> <li>8. Понятие об исчислении высказываний. Аксиомы и правила вывода в исчислении высказываний</li> <li>9. Выводимость из гипотез (в исчислении высказываний).</li> <li>10. Производные правила вывода (в исчислении высказываний).</li> <li>11. Некоторые утверждения о выводимости (в исчислении высказываний).</li> <li>12. Полнота исчисления высказываний.</li> <li>13. Непротиворечивость исчисления высказываний.</li> <li>14. Высказывательные формы и предикаты.</li> <li>15. Кванторы.</li> <li>16. Понятие о языке первого порядка. Теоремы и формулы.</li> <li>17. Понятие интерпретации.</li> <li>18. Истинностное значение формулы. Общезначимые формулы.</li> <li>19. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов.</li> <li>20. Выводимость из гипотез в исчислении предикатов.</li> <li>21. Полнота и непротиворечивость исчисления предикатов.</li> <li>22. Теории первого порядка и некоторые их характеристики. Примеры теорий первого порядка.</li> <li>23. Формальная арифметика.</li> <li>24. Теоремы Геделя о неполноте и непротиворечивости арифметики.</li> </ol>
ОПК-8.2	Использует специальные научные	<b>Примерные практические задания для зачета:</b>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
	знания для повышения эффективности педагогической деятельности	<p><b>Задание 1.</b> Построить таблицы истинности для следующей формулы алгебры высказываний и привести эти формулы к СДНФ и СКНФ.</p> $((\neg x \vee y) \rightarrow \neg(\neg(x \vee y) \vee z)) \vee \neg(x \wedge y \wedge \neg z)$ <p><b>Задание 2.</b> Пусть <math>\Phi, \Psi, X, \Theta</math> - формулы исчисления высказываний. Построить вывод формулы исчисления высказываний из данного множества гипотез.  <math>\Phi \vdash \Psi \rightarrow (\Phi \wedge \Psi)</math>.</p> <p><b>Задание 3.</b> Выписать все подформулы данной формулы сигнатуры <math>\Sigma = \{+, \cdot, \leq, 0\}</math> и определить свободные и связанные переменные формулы:  <math>\forall x((x + y \leq x) \wedge \neg(x = 0))</math>;</p> <p><b>Задание 4.</b> Пусть <math>\Phi, \Psi, X</math> - атомарные формулы логики предикатов. Выписать все подформулы данной формулы и определить свободные и связанные переменные формулы:  <math>\neg((\exists x \forall y \Phi(x, y) \vee \exists x \exists y \Psi(x, y)) \wedge \exists y X(x, y))</math>;</p> <p><b>Задание 5.</b> Предикаты <math>P(x)</math> и <math>Q(x)</math> заданы на множестве всех действительных чисел. Следует определить:  – множество истинности предиката <math>\neg P(x)</math>;  – справедливо ли одно из следующих соотношений <math>P(x) \rightarrow Q(x), Q(x) \rightarrow P(x)</math>.  Определить также, истинно или ложно каждое из высказываний:  а) <math>\forall x P(x)</math>, б) <math>\exists x P(x)</math> в случаях, когда предикат <math>P(x)</math> рассматривается на указанном в соответствующем задании интервале.  <math>P(x)</math> задан в виде <math>x^2 \leq 4x</math>, <math>Q(x)</math> – в виде <math> x  \leq 4</math>:  а) <math>\forall x P(x)</math>, где предикат <math>P(x)</math> рассматривается на интервале <math>(0, 4)</math>;  б) <math>\exists x P(x)</math>, где предикат <math>P(x)</math> рассматривается на интервале <math>(4, +\infty)</math>.</p> <p><b>Задание 6.</b> Пусть <math>\Phi, \Psi, X, \Theta</math> - формулы исчисления предикатов. Построить вывод формулы исчисления предикатов из данного множества гипотез.  1. <math>\forall y \forall x \Phi(x, y) \vdash \forall y \exists z \Phi(y, z)</math>;</p>

**б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математическая логика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета с оценкой.

**Показатели и критерии оценивания зачета с оценкой:**

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного и методического материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.