МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

30.01.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Направление подготовки (специальность)
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль/специализация) программы
Математика и физика

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
заочная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	5, 6

Магнитогорск
2023 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

17.01.2022, протокол № 5

Зав. кафедрой ________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС

30.01.2022 г. протокол № 5

Председатель ________________ И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

ст. преподаватель кафедры ПМиИ, ______________________Л.А. Грачева

Рецензент:

доцент кафедры Физики, канд. физ.-мат. наук ________________________Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024 - 2025 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от __ __________ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _________________ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является содействие становлению профессиональной компетентности будущего педагога, способного осуществлять системную подготовку учащихся к решению задач повышенной сложности школьного курса математики

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики входит в часть учебного плана формируемую участниками образовательных отношений образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Психология

Теория вероятностей и математическая статистика

Педагогика

Алгебра и теория чисел

Методика обучения математике в школе

Методика дистанционного обучения математике в школе

Математический анализ

Дискретная математика

Элементарная математика

Методика обучения физике в школе

Математическая логика

Геометрия

Практикум по решению задач с параметрами

Задачи на построение циркулем и линейкой

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Производственная – преддипломная практика

Производственная - практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ПК-1 Способен реализовывать педагогический процесс с использованием современных образовательных технологий в организациях среднего общего образования	
ПК-1.1	Оценивает педагогическую ситуацию с позиции необходимости и возможности ее коррекции
ПК-1.2	Решает образовательные задачи на основе современных образовательных технологий
ПК-1.3	Осуществляет контроль результатов и корректировку педагогического воздействия
ПК-3 Способен на основе достижений современной науки разрабатывать и реализовывать методическое обеспечение учебных математических предметов, дисциплин	

ПК-3.1	Анализирует актуальный уровень подготовки обучающихся по математическим дисциплинам, определяет зону их ближайшего развития
ПК-3.2	Решает на основе современных образовательных технологий задачи по планированию, разработке и реализации программ учебных математических дисциплин
ПК-3.3	Осуществляет контроль результатов обучения учащихся по математическим дисциплинам

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц 216 акад. часов, в том числе:

– контактная работа – 8,8 акад. часов:

– аудиторная – 8 акад. часов;

– внеаудиторная – 0,8 акад. часов;

– самостоятельная работа – 200,4 акад. часов;

– в форме практической подготовки – 0 акад. час;

– подготовка к зачёту – 2,9 акад. час

Форма аттестации - зачет, зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Арифметика								
1.1 Элементы теории делимости целых чисел, проценты и прогрессии, текстовые арифметические задачи	5	1		0,5	30	Решение ИДЗ №1 "Арифметика", подготовка к практическим занятиям	защита ИДЗ-тестирование	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3
Итого по разделу		1		0,5	30			
2. Алгебра								
2.1 Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Модуль. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств	5	1		0,5	30	Решение ИДЗ №2 "Алгебра", подготовка к тесту	Защита ИДЗ - тест	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3
Итого по разделу		1		0,5	30			
3. Тригонометрия								
3.1 Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Тригонометрические	5			1	40,7	Выполнение ИДЗ №3 "Тригонометрия"	защита ИДЗ - тест	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3
Итого по разделу				1	40,7			
4. зачет								
4.1 Зачет	5							
Итого по разделу								
Итого за семестр		2		2	100,7		зачёт	
5. Планиметрия								

5.1 Треугольники, многоугольники, окружности.	6	1		1	46	Выполнение ИДЗ №4 "Планиметрия"	защита ИДЗ - тест	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3
Итого по разделу		1		1	46			
6. Стериометрия								
6.1 Многогранники, круглые тела, плоскости, углы в пространстве	6	1		1	53,7	ИДЗ №5 "Стереометрия"	защита ИДЗ - тест	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3
Итого по разделу		1		1	53,7			
7. зачет с оценкой								
7.1 Зачет с оценкой	6							
Итого по разделу								
Итого за семестр		2		2	99,7		зао	
Итого по дисциплине		4		4	200,4		зачет, зачет с оценкой	

5 Образовательные технологии

1. Традиционные образовательные технологии ориентируются на организацию образовательного процесса, предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий с использованием традиционных технологий, используемые для данной дисциплины - практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Интерактивные технологии – организация образовательного процесса, которая предполагает активное и нелинейное взаимодействие всех участников, достижение на этой основе личностно значимого для них образовательного результата. Наряду со специализированными технологиями такого рода принцип интерактивности прослеживается в большинстве современных образовательных технологий. Интерактивность подразумевает субъект-субъектные отношения в ходе образовательного процесса и, как следствие, формирование саморазвивающейся информационно-ресурсной среды.

3. Информационно-коммуникационные образовательные технологии – организация образовательного процесса, основанная на применении специализированных программных сред и технических средств работы с информацией.

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий - практическое занятие в форме презентации – представление результатов проектной или исследовательской деятельности, решения сложной задачи.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Далингер, В. А. Задачи с параметрами в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 466 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15073-5. — Текст : электронный URL: https://urait.ru/book/zadachi-s-parametrami-v-2-ch-chast-1-520403(дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.

2. Далингер, В. А. Задачи с параметрами в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 501 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15071-1. — Текст : электронный URL:https://urait.ru/book/zadachi-s-parametrami-v-2-ch-chast-2-520404(дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.

3. Любецкий, В. А. Элементарная математика с точки зрения высшей. Основные понятия : учебное пособие для вузов / В. А. Любецкий. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10421-9. — Текст : электронный URL: https://urait.ru/book/elementarnaya-matematika-s-tochki-zreniya-vysshey-osnovnye-ponyatiya-517029 (дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.

б) Дополнительная литература:

1. Арифметика, алгебра, геометрия: Шпаргалка. - Москва : ИД РИОР, 2009. - 71 с. (Шпаргалка [отрывная]). ISBN 978-5-369-00389-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/159413 (дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.

2. Киселев, А. П. Алгебра. Часть 1: Учебник / Киселев А.П. - Москва :ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 152 с.: ISBN 978-5-9221-0676-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/851799 (дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.

3. Киселев, А. П. Алгебра. Ч. II / Киселёв А.П. - Москва :ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 248 с.: ISBN 978-5-9221-1548-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/945101 (дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.

4. Шуман, Г. И. Алгебра и геометрия : учеб. пособие / Г.И. Шуман, О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. — (Высшее образование). - 160 с. — DOI: https://doi.org/10.12737/1708-1. - ISBN 978-5-369-01708-1. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1002027 (дата обращения: 24.05.2023). – Режим доступа: по подписке.

в) Методические указания:

1. Методика обучения математике : учебно-методическое пособие : в 3 частях / составитель Г. Н. Васильева. — Пермь : ПГГПУ, [б. г.]. — Часть 1 — 2015. — 65 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/129560 (дата обращения: 24.05.2023).

2. Методика обучения математике : учебно-методическое пособие : в 3 частях / составитель Г. Н. Васильева. — Пермь : ПГГПУ, [б. г.]. — Часть 2 — 2016. — 75 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/129561
(дата обращения: 24.05.2023).

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно
Adobe Photoshop CS 5 Academic Edition	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
Maple 14 Classroom License	К-113-11 от 11.04.2011	бессрочно
MS Office 2003 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
MS Windows 10 Pro	К-79-21 от 22.11.2021	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка

Университетская информационная система РОССИЯ	https://uisrussia.msu.ru
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://magtu.informsystema.ru/Marc.html?locale=ru
Информационная система - Единое окно доступа к информационным	URL: http://window.edu.ru/
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Электронная база периодических изданий East View Information Services,	https://dlib.eastview.com/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

По дисциплине «Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение задач на практических занятиях, внеаудиторная – решение домашних индивидуальных заданий (ИДЗ).

Примеры задач, предлагаемые для практических работ и домашнего задания

ИДЗ № 1 «Арифметика»

Теория делимости целых чисел

1. Докажите, что для всех натуральных n

2. 1) $7^{2n} - 3^{2n}$ делится на 40;
3. 2) $9^{2n} - 5^{2n}$ делится на 56;
4. 3) $7^n + 3n - 1$ делится на 9;
5. 4) $5^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 1$ делится на 8;
6. 5) $10^n + 18n - 1$ делится на 27;
7. 6) $3^{2n} - 8n - 1$ делится на 16

2. Докажите, что при любом натуральном n $2^n + 1 \vdots 3$.

Задачи на проценты, части, доли

Формула простого процентного роста (формула простых процентов): $S_n = S \cdot \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$, где S_n — наращенная сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами); S — исходная сумма; p% — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период; n — число периодов начисления.

Пример 1. Как изменится X, если его последовательно сначала увеличить на 10%, а потом уменьшить на 10%?Решение.Неправильный ответ — не изменится.Увеличить X на 10% означает: X + 0,1X = 1,1X. Уменьшаем на 10% уже не X, а 1,1X: 1,1X – 0,1(1,1X) = 1,1X – 0,11X = 0,99X. Значит, число уменьшилось на 1% по сравнению с первоначальным.

Пример 2. Как изменится X, если его последовательно увеличить на p% два раза подряд?Решение.1-й раз увеличили X на p%, получили X + Xp/100 = X(1 + p/100).2-й раз увеличили X(1 + p/100) на p%, получим:X(1 + p/100) + p/100(X(1 + p/100)) = $X(1 + p/100)^2$.

Пример 3. Как изменится X, если его последовательно увеличить на p% n раз подряд?Решение.Продолжая рассуждение в примере №7, получим формулу:X(1 + p/100)n .

Формула сложного процентного роста (формула сложных процентов): $S_n = s\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, где S_n — наращенная сумма (исходная сумма вместе с начисленными процентами); S — исходная сумма; p% — процентная ставка от суммы, выраженная в долях за период; n — число периодов начисления.

Пример 4. Как изменится X, если его последовательно уменьшать на p% n раз подряд? Решение. Аналогично строя рассуждения, как в примерах №7 и 8, получим формулу: $X(1 - p/100)^n$.

Пример 5. Пальто дешевле шубы на 20%. На сколько процентов шуба дороже пальто? Решение.Пусть П — стоимость пальто, Ш — стоимость шубы. П = 0,8Ш, тогда Ш = П : 0,8; Ш = 1,25П. Т. е. шуба дороже пальто на 25%.

Пример 6. Пять рубашек дешевле куртки на 25%. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

Решение. Пусть Р — стоимость рубашки, К — стоимость куртки. 5Р = 0,75К; отсюда Р = 0,75К/5 =0,15К. Тогда 7Р = 7 ·0,15К = 1,05К. Т.е. 7 рубашек дороже куртки на 5%.

Пример 7. Три числа относятся как 5:6:10. Если первое число уменьшить на 10%, а второе — на 20%, то на сколько % надо увеличить третье число, чтобы сумма не изменилась?Решение.5X + 6X + 10X = (5 - 0,5)X + (6 -1,2)X + (10 + p)X21X = 4,5X + 4,8X + (10 + p)X11,7X = (10 + p)X | :X11,7 = 10 + pp = 1,7 или 17%.

Пример 8.Три числа относятся как 8/19 : 0,6 : 93/95. Третье числа больше половины первого на 36,5. Найти большее из чисел.Решение.Пусть первое число 8X/19; второе — 0,6X; третье — 93X/95.По условию 3-е больше 1/2 первого на 36,5:

$$\frac{93}{95}X - \frac{1}{2}\cdot\frac{8}{19}X = 36,5; \qquad X\left(\frac{93}{95} - \frac{4}{19}\right) = \frac{73}{2}; \qquad \frac{73}{95}X = \frac{73}{2}; \qquad X = 46,5.$$

Тогда

1) первое число (8/19) ·46,5 = 20;2) второе число 0,6 ·46,5 = 28,5;3) третье число (93/95) ·46,5 = 41,5 — наибольшее из чисел.

Пример 9. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. На сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 8000 рублей, он через два года был продан за 6480 рублей?

Решение. Согласно формуле примера №10 получим уравнение:8000(1 – р/100)2 = 6480; (1 – р/100)2 =0,81; откуда 1 – р/100 = 0,9 или 1 – р/100 = - 0,9. Второе уравнение не удовлетворяет смыслу задачи, а из первого находим р = 10%.

Пример 10. Чему равна первоначальная сумма вклада (в рублях), если после двух лет она выросла на 304,5 рубля при 3% годовых? Решение. Пусть Х — первоначальная сумма вклада. Согласно формуле сложного процента получим уравнение: Х(1 + 0,03)2= Х + 304,5; 1,0609Х = Х + 304,5; 0,0609Х = 304,5; Х = 5000 (руб.)

Пример 11. Сбербанк в конце года начисляет 3% к сумме, находившейся на счету. На сколько рублей увеличится первоначальный вклад в 1000 рублей через 2 года? Решение. Согласно формуле сложного процента получим:$1000(1 + 0{,}03)^2 = 1000\cdot 1{,}0609 = 1060{,}9$ (руб.) Т.е. вклад увеличится на 1060,9 – 1000 = 60,9 (руб.)

Пример 12. Цену на автомобиль поднимали два раза: сначала на 25%, а затем на 20%. Во сколько раз новая цена на автомобиль больше первоначальной цены? Решение. Пусть Х — первоначальная цена автомобиля. Тогда цена после первого повышения составит 1,25%А = 1,25А, а после второго повышения:120%(1,25А) = 1,2 - 1,25А = 1,5А. Значит, новая цена на автомобиль больше первоначальной цены в 1,5 раза.

Пример 13. Когда рабочий сделал 2484 детали, то оказалось, что он выполнил 46% месячной нормы. Сколько деталей составляет месячная норма рабочего?1) 5400; 2) 4600; 3) 2116; 4) 1600.

Решение.

> 1-й способ: Пусть месячная норма составляет х деталей. Тогда:2484 деталей - 46% х деталей - 100%х = 2484·100/46 = 5400.2-й способ: Задача сводится к нахождению числа по его проценту:2484 : 0,46 = 5400, что соответствует первому варианту ответов.

Пример 14. В двух группах 50 учащихся. Когда число учащихся первой группы уменьшили на 20 %, а второй группы увеличили на 40 %, то в первой группе стало на 4 ученика меньше, чем во второй. Сколько учащихся было в каждой группе первоначально?

Решение. Пусть x и y — число учеников в первой и второй группах соответственно, тогда в обеих группах: x + y = 50. Когда число учащихся первой группы уменьшили на 20 %, то их число стало x – 0,2x = 0,8x. Когда число учащихся второй группы увеличили на 40 %, то их сталоу + 0,4y = 1,4y. А разница в численном количестве учеников стала 1,4y – 0,8x = 4. Решим систему уравнений способом сложения:

$$\begin{cases} x + y = 50, \\ 1{,}4y - 0{,}8x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 50, \\ -4x + 7y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 200, \\ -4x + 7y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 220, \\ x + y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20, \\ x = 30. \end{cases}$$

Пример 15. Цена товара сначала снизилась на 40%, а затем его новая цена повысилась на 40%. Сравните последнюю цену товара с его первоначальной ценой.1) цена стала ниже; 2) цена стала выше; 3) не изменилась; 4) для ответа не хватает данных.

Решение. Пусть товар стоил x руб., тогда после снижения на 40% он стал стоить x – 0,4x = 0,6x (руб). А эту цену повысили на 40%, т.е. товар стал стоить: 0,6x + 0,4·0,6x = 0,6x +0,24x =0,84x. Таким образом, товар стоил x руб, а стал стоить 0,84x, т.е. на 16% меньше.

Пример 16. Двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр, а квадрат этой суммы в 2,25 раза больше самого числа. Найти это число.

Решение. Пусть 10A + B — данное число.

$$\begin{cases} 10A + B = 4(A + B), \\ (A + B)^2 = 2{,}25(10A + B), \end{cases} \quad \begin{cases} 10A - 4A = 4B - B, \\ \left(\frac{10A + B}{4}\right)^2 = \frac{9}{4}(10A + B), \end{cases} \quad \begin{cases} 6A = 3B, \\ \left(\frac{10A + B}{4}\right)\left(\frac{10A + B}{4} - 9\right) = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = 2A, \\ 10A + B = 36, \end{cases} \quad \begin{cases} B = 2A, \\ 12A = 36, \end{cases} \quad \begin{cases} B = 6, \\ A = 3. \end{cases}$$

10A +B = 36. Ответ:

Пример 17. Сумма кубов цифр двузначного числа равна 243, а произведение суммы его цифр на произведение цифр этого числа равно 162. Найти это число.Решение.Пусть 10A + B — данное число.

$$\begin{cases} A^3 + B^3 = 243 = 3^5, \\ (A + B)AB = 162 = 2 \cdot 3^4, \end{cases} \quad \begin{cases} (A + B)(A^2 - AB + B^2) = 3^5, (1) \\ (A + B)AB = 2 \cdot 3^4. \quad (2) \end{cases}$$ Разделим (1) на (2):

$\frac{A^2 - AB + B^2}{AB} = \frac{3}{2}, \quad \frac{A}{B} + \frac{B}{A} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}.$ Пусть A/B = t. t + 1/t - 5/2 = 0, 2t2 - 5t + 2 = 0, t1 = 2, t2 =1/2.Получим две системы: A/B = 2/1 или A/B = 1/2.Ответ:

Пример 18. Некоторая сумма, больше 1000 рублей была помещена в банк и после первого года хранения проценты, начисленные на вклад, составили 400 рублей. Владелец вклада добавил на счет еще 600 рублей. После второго года хранения и начисления процентов сумма на вкладе стала равной 5500 рублям. Какова была первоначальная сумма вклада, если процентная ставка банка для первого и второго годов хранения была одинакова?

Решение. Пусть X руб. — первоначальная сумма. После 1-го года хранения сумма стала (X + 400) руб. Согласно формуле простых процентов: X(1 + p/100) = X + 400, X + Xp/100 = X +400, Xp/100 = 400, откуда Xp=40000, p = 40000/X. Уравнение после 2-го года хранения, учитывая добавление на вклад 600 руб., примет вид: (X + 1000)(1 + p/100) = 5500. Раскроем скобки:X + Xp/100 + 1000 + 10p = 5500, заметим, что Xp/100 = 400, тогда уравнение примет вид: X + 10p = 4100. Подставим в него p = 40000/X, полученное в первом уравнении, и перейдем к квадратному уравнению: X^2 - 4100X + 400000 = 0. Решая, которое получим два корняX_1 = 100 и X_2 = 4000.По условию задачи сумма была больше 1000, т.е. походит только второе решение.

Арифметические текстовые задачи
1. Задание 1 (№ 25205)

Теплоход рассчитан на 1000 пассажиров и 30 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

2**. Задание 1 (№ 24705)**

Флакон шампуня стоит 170 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 1100 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

3**. Задание 1 (№ 25479)**

Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее количество таких ручек можно будет купить на 300 рублей после повышения цены на 25%?

4. **Задание 1 (№ 25429)**

Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно будет купить на 950 рублей после понижения цены на 25%?

5. Задание 1 (№ 24355)

Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 100 рублей за штуку и продает с наценкой 30%. Какое наибольшее количество таких горшков можно купить в этом магазине на 1200 рублей?

6. Задание 1 (№ 25255)

В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 300 листов. Какого наименьшего количества пачек бумаги хватит на 6 недель?

7. Задание 1 (№ 24855)

Стоимость проездного билета на месяц составляет 207 рублей, а стоимость билета на одну поездку – 20 рублей. Аня купила проездной и сделала за месяц 30 поездок. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на каждую поездку?

8. Задание 1 (№ 24505)

Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 4 раза в день в течение 3 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0.5 г Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

9. Задание 1 (№ 24905)

Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 10 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 15 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 8 литров маринада?

10. Задание 1 (№ 25005)

Шоколадка стоит 40 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну – в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 320 рублей в воскресенье?

ИДЗ № 2 «Алгебра»

Рациональные неравенства

1. Задание 15 № 507491

Решите неравенство: $\dfrac{x^2-6x+8}{x-1}-\dfrac{x-4}{x^2-3x+2}\le 0.$

2. Задание 15 № 507658

Решите неравенство

$$\frac{x^2-2x+1}{(x+2)^2}+\frac{x^2+2x+1}{(x-3)^2}\le\frac{(2x^2-x+5)^2}{2(x+2)^2(x-3)^2}.$$

3. Задание 15 № 508212

Решите неравенство: $(x^2-3{,}6x+3{,}24)(x-1{,}5)\le 0.$

4. Задание 15 № 508213

Решите неравенство: $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{2-x}\le 5.$

5. Задание 15 № 508345

Решите неравенство: $1-\dfrac{2}{|x|}\le\dfrac{23}{x^2}.$

6. Задание 15 № 508346

Решите неравенство: $\dfrac{2-(x-6)^{-1}}{5(x-6)^{-1}-1}\le -0{,}2.$

7. Задание 15 № 508347

Решите неравенство: $\dfrac{6}{x\sqrt{3}-3}+\dfrac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9}\ge 2.$

Неравенства с модулем

1. Задание 15 № 507667

Решите неравенство

$$\left((x+1)^{-1}-(x+6)^{-1}\right)^2\le\frac{|x^2-10x|}{(x^2+7x+6)^2}.$$

2. Задание 15 № 507670

Решите неравенство

$$\left((-x+1)^{-1}-(-x+4)^{-1}\right)^2 \leq \frac{|x^2+6x|}{(x^2-5x+4)^2}.$$

Ответ: $(-\infty; -3-3\sqrt{2}] \cup \{-3\} \cup [-3+3\sqrt{2}; 4) \cup (4; +\infty)$.

3. Задание 15 № 508356

Решите неравенство: $25x^2-3\,|3-\ 5x|<30x-9$.

Решение.

Преобразуем неравенство:

$25x^2-30x+9-3|3-5x|<0 \Leftrightarrow (5x-3)^2-3|3\ -\ 5x|<0.$

Ответ: $\left(0;\ \frac{3}{5}\right) \cup \left(\frac{3}{5};\ \frac{6}{5}\right)$.

4. Задание 15 № 508358

Решите неравенство: $25x^2-4\,|8-\ 5x|<80x-64$.

Ответ: $\left(\frac{4}{5};\ \frac{8}{5}\right) \cup \left(\frac{8}{5};\ \frac{12}{5}\right)$.

5. Задание 15 № 508380

Решите неравенство: $3|x+3|-3x \leq 14-|2-x|$.

Ответ: $[-3;\ 7]$.

Иррациональные уравнения (с сайта ФИПО)

1. Задание 13 № 507572,
Решите уравнение

$$\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}=4.$$

Ответ: $[4;\ 8]$

2. Задание 13 № 519658

а) Решите уравнение

$$\sqrt{x^3-4x^2-10x+29}=3-x.$$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\sqrt{3};\ \sqrt{30}]$.

Ответ: а) $\{-2;2\}$; б) 2.

3. Задание 13 № 520994

а) Решите уравнение: $x-3\sqrt{x-1}+1=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3};\sqrt{20}].$

Ответ: а) 2; 5; б) 2.

Логарифмические и показательные уравнения

1. Задание 13 № 502053

а) Решите уравнение $1+\log_2(9x^2+5)=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{8x^4+14}.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-1;\ \frac{8}{9}\right].$

2. Задание 13 № 502094

а) Решите уравнение $9^{x-\frac{1}{2}}-8\cdot 3^{x-1}+5=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(1,\ \frac{7}{3}\right).$

Ответ: а) $1,\ \log_3 5$; б) $\log_3 5.$

3. Задание 13 № 503127

а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1}+4^{x^2-2x}=20.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;\ 2].$

Ответ а) $x=1\pm\sqrt{2}$; б) $x=1-\sqrt{2}.$

4. Задание 13 № 502999

а) Решите уравнение $7\cdot 9^{x^2-3x+1}+5\cdot 6^{x^2-3x+1}-48\cdot 4^{x^2-3x}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;\ 2]$.

5. Задание 13 № 513605

а) Решите уравнение $27^x-5\cdot 9^x-3^{x+2}+45=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 4;\ \log_3 10].$

6. Задание 13 № 514081

а) Решите уравнение $3\cdot 9^{x-\frac{1}{2}}-7\cdot 6^x+3\cdot 4^{x+1}=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащего отрезку $[2;\ 3].$

Ответ: а) $\log_{\frac{3}{2}} 3;\ \log_{\frac{3}{2}} 4,$ б) $\log_{\frac{3}{2}} 3.$

7. Задание 13 № 514623

а) Решите уравнение $6\log_8^2 x-5\log_8 x+1=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2;\ 2{,}5].$

Ответ: а) 2 и $2\sqrt{2};$ б) 2.

8. Задание 13 № 515705

а) Решите уравнение $5\cdot 4^{x^2+4x}+20\cdot 10^{x^2+4x-1}-7\cdot 25^{x^2+4x}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3;\ 1].$

Ответ: а) −4; 0; б) 0.

9. Задание 15 № 515726

Решите неравенство $x^3+6x^2+\dfrac{28x^2+2x-10}{x-5}\le 2.$

10. Задание 15 № 515745

Решите неравенство $\dfrac{2}{x^2-12x+35}+\dfrac{3}{x^2-17x+70}\le 0.$

11. Задание 15 № 516402

Решите неравенство $\dfrac{4x^4-4x^3+x^2}{-2x^2+5x-2}+\dfrac{2x^3-7x^2+5x+1}{x-2}\leq 0.$

12. Задание 15 № 523377

Решите неравенство $4^{x-3}-2^{x-3}\left(16-x^2\right)-16x^2\geq 0.$

ИДЗ № 3 «Тригонометрия»

Преобразование тригонометрических выражений

1. Вычислите: $44\sqrt{3}tg\left(-480^\circ\right)$

2. Найдите $3\cos\alpha$, если $\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};\ 2\pi\right)$.

3. Найдите $tg\alpha$, если $\sin\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\alpha\in\left(1,5\pi;\ 2\pi\right)$

4. Найдите значение выражения: $\frac{13\sin 152^\circ}{\cos 76^\circ\cdot\cos 14^\circ}$

5. Упростите выражение: $\frac{3cos(\pi-\beta)+sin(\frac{\pi}{2}+\beta)}{cos(\beta+3\pi)}$

6. Найдите $2\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=-0,7$.

7. Вычислите $\frac{1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}$, если $tg\alpha=0,3$

Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ

1. Задание 13 № 505152

а) Решите уравнение $\dfrac{5\cos x+4}{4\operatorname{tg} x-3}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi, -\dfrac{5\pi}{2}\right].$

Ответ: а) $\left\{\pi-\arccos\dfrac{4}{5}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}$; **б)** $-3\pi-\arccos\dfrac{4}{5}.$

2. Задание 13 № 507430

Решите уравнение: $\dfrac{2\sin^2 x-5\sin x-3}{\sqrt{x+\frac{\pi}{6}}}=0.$

Ответ: $\left\{(-1)^{n+1}\dfrac{\pi}{6}+\pi n:\ n\in\mathbb{N}\right\}.$

3. Задание 13 № 507620

Решите уравнение: $\dfrac{4\cos^2 x+8\sin x-7}{\sqrt{-\operatorname{tg} x}}=0.$

Ответ: $\left\{\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}.$

4. Задание 13 № 507633

Решите уравнение $\dfrac{(\sin x-1)(2\cos x+1)}{\sqrt{\operatorname{tg} x}}=0.$

Ответ: $\left\{-\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}.$

5. Задание 13 № 507689

Решите уравнение: $\dfrac{2\sin^2 x+3\cos x}{2\sin x-\sqrt{3}}=0.$

Ответ: $\left\{-\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}.$

6. Задание 13 № 508971

а) Решите уравнение $\dfrac{\cos 2x+\sqrt{3}\sin x-1}{\operatorname{tg} x-\sqrt{3}}=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\left\{\pi k,\ \dfrac{2\pi}{3}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}$; **б)** $2\pi;\ \dfrac{8\pi}{3};\ 3\pi.$

7. Задание 13 № [512398]()

а) Решите уравнение $\left(\sqrt{2}\sin^2 x+\cos x-\sqrt{2}\right)\sqrt{-6\sin x}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\dfrac{7\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\left\{\pi k,\ -\dfrac{\pi}{4}+2\pi k,\ -\dfrac{\pi}{2}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}$; **б)** $2\pi; 3\pi;\ \dfrac{7\pi}{2}.$

8. Задание 13 № [507426]()

Решите уравнение: $\sqrt{\sin x\cos x}\left(\dfrac{1}{\operatorname{tg} 2x}+1\right)=0.$

Ответ: $\left\{\dfrac{3\pi}{8}+\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}.$

9. Задание 13 № [505498]()

а) Решите уравнение $\dfrac{1}{\sin^2 x}-\dfrac{3}{\sin x}+2=0.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{2},-\pi\right]$.

Ответ: а) $\left\{\dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}$; **б)** $-\dfrac{11\pi}{6};-\dfrac{3\pi}{2};-\dfrac{7\pi}{6}.$

10. Задание 13 № [484556]()

Решите уравнение $(2\cos^2 x-5\cos x+2)\cdot\log_{11}(-\sin x)=0.$

Ответ: $\left\{-\dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\ -\dfrac{\pi}{3}+2\pi k:\ k\in\mathbb{Z}\right\}.$

11. Задание 13 № 500638

а) Решите уравнение $4\operatorname{tg}^2 x+\dfrac{3}{\cos x}+3=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{5\pi}{2}, 4\pi\right].$

Ответ: а) $\{\pi+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\}$; **б)** 3π.

12. Задание 13 № 507694

Дано уравнение $\operatorname{tg}x+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-2x\right)=0.$

а) Решите уравнение;

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi;\ \dfrac{\pi}{2}\right].$

Ответ: а) $\left\{\pi k;\ \dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi k}{2}\ :\ k\in\mathbb{Z}\right\}$; **б)** $-\pi, -\dfrac{3\pi}{4}, -\dfrac{\pi}{4}, 0, \dfrac{\pi}{4}.$

13. Задание 13 № 516274

а) Решите уравнение $\dfrac{9^{\sin 2x}-3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}}=0.$

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{7\pi}{2};\ 5\pi\right].$

14. Задание 13 № 516331

а) Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-\sin x}{\log_7(\cos x)}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\dfrac{7}{2}\pi\right].$

ИДЗ №5 «Планиметрия»

Тригонометрия в прямоугольном треугольнике

1. В треугольнике ABC угол C равен 90°, BC = 15, $tgA=0,75$. Найдите AC.

Ответ: 20.

2. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $tgA=\frac{9}{40}$, $AC=20$. Найдите AB.

Ответ: 20,5

Треугольники. Формулы площади треугольника

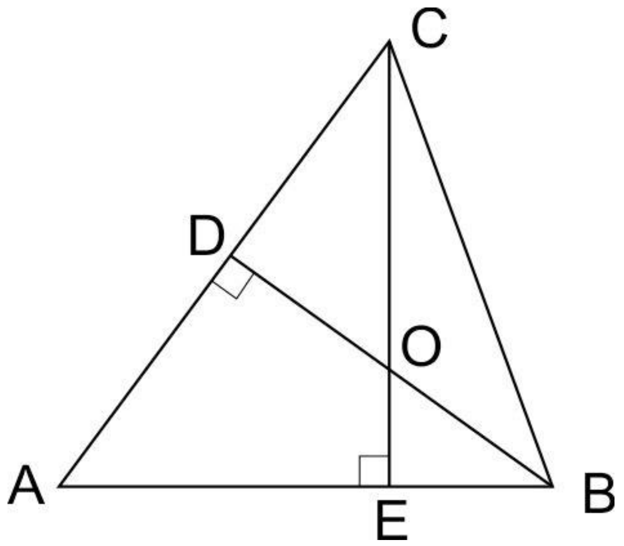
3. В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 122° Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 25

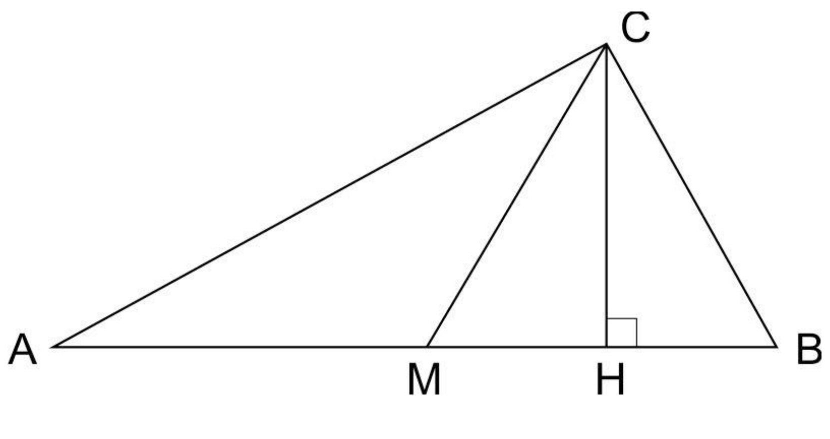
Элементы треугольника: высоты, медианы, биссектрисы

4. В треугольнике ABC угол ACB равен 90° , угол B равен 58°, CD — медиана. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

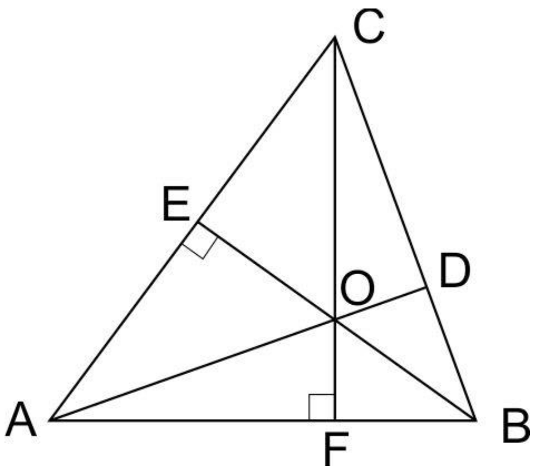
5. В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 65°. BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



6. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66°. Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



7. В треугольнике ABC угол A равен 60° угол B равен 82°. AD, BE и CF — биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOF. Ответ дайте в градусах.



8. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD и AB=AD=CD. Найдите меньший угол треугольника ABC. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 36.

Параллелограмм

9. В параллелограмме ABCDAB=3, AD=21, $sinA = \frac{6}{7}$. Найдите большую высоту параллелограмма.

Ответ: 18

10. Площадь параллелограмма равна 40, две его стороны равны 5 и 10. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

Прямоугольник

11. Периметр прямоугольника равен 8, а площадь равна 3,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.

Ответ: 3.

12. Середины последовательных сторон прямоугольника, диагональ которого равна 5, соединены отрезками. Найдите периметр образовавшегося четырехугольника.

Трапеция и ее свойства

13. Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.

14. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту трапеции.

15. Основания трапеции равны 2 и 3. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

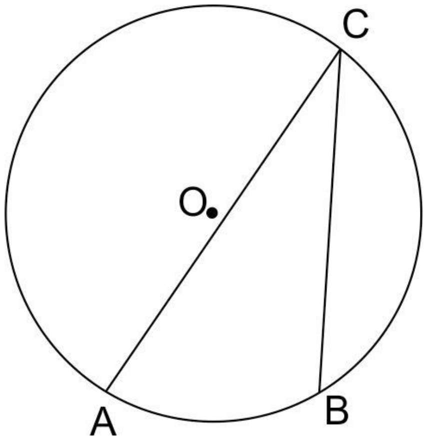
Ответ: 0,5.

16. Диагонали равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 9. Найдите ее среднюю линию.

Ответ: 9.

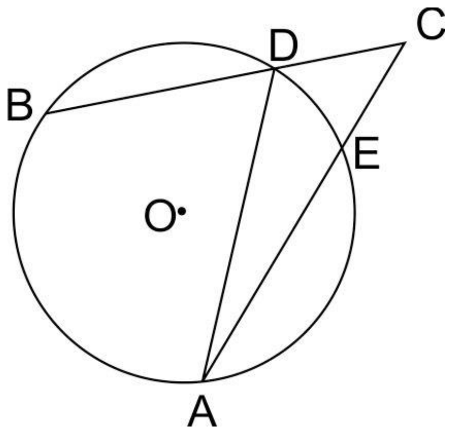
Центральные и вписанные углы

17. Дуга окружности AC, не содержащая точки B, имеет градусную меру 200°, а дуга окружности BC, не содержащая точки A, имеет градусную меру 80°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Ответ: 40

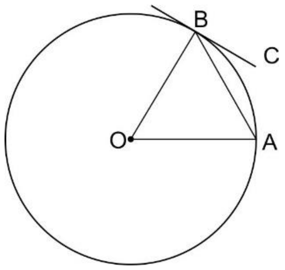
18. Угол ACB равен 3° Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна 124°. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.



Ответ: 44.

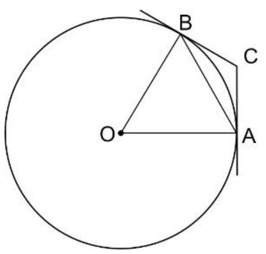
Касательная, хорда, секущая

19. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен $32°$. Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB. Ответ дайте в градусах.



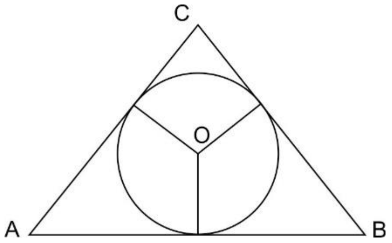
Ответ: 64.

20. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB, равный $122°$. Найдите величину меньшей дуги AB, стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



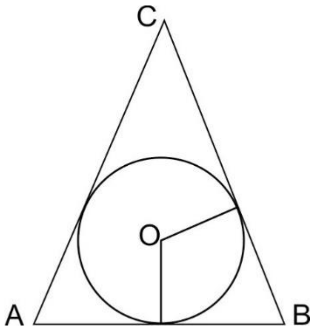
Вписанные и описанные треугольники

21. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



Ответ: 1,5.

22. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



Ответ: 6.

23. Меньшая сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 30.

24. Сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 150.

25. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $82 + 41\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

Ответ: 41.

Вписанные и описанные четырехугольники

26. В четырёхугольник ABCD вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 16$. Найдите периметр четырёхугольника ABCD.

27. Стороны четырехугольника ABCD AB,BC,CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 95,49,71,145 градусов.Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 108.

28. Угол между стороной правильного n-угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 84° Найдите n.

ИДЗ № 5 Стереометрия

1. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона AB основания равна $2\sqrt{3},$ а высота SHпирамиды равна 3. Точки M и N — середины рёбер CD и AB, соответственно, а NT — высота пирамиды $NSCD$ с вершиной N и основанием SCD.

а) Докажите, что точка T является серединой SM.

б) Найдите расстояние между NT и SC.

2.

Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Грань ACC_1A_1 является квадратом.

а) Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1, если $AC = 4$, $BC = 7$.

3. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 12$ и $BC = 5\sqrt{3}.$ Длины боковых рёбер пирамиды $SA = 5$, $SB = 13$, $SD = 10$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости SBC.

4. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S, все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC, точка O центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая NP перпендикулярна прямой BS.

б) Найдите расстояние от точки В до прямой NP

5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1равно 3. На ребре AB отмечена точка K так, что $AK = 1$. Точки M и L — середины рёбер A_1C_1 и B_1C_1соответственно. Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L.

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ;

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости γ.

6. Ребро SA пирамиды $SABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC.

а) Докажите, что высота пирамиды, проведённая из точки A, делится плоскостью, проходящей через середины рёбер AB, AC и SA, пополам.

б) Найдите расстояние от вершины A до этой плоскости, если $SA = \sqrt{5},\ AB = AC = 5,\ BC = 2\sqrt{5}.$

7. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка N — середина ребра A_1C_1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN.

б) Найдите периметр этого сечения.

8. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E = 6EA$. Точка T — середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB = 4\sqrt{2},$ $AD = 12$, $AA_1 = 14$.

а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении 4 : 3.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1.

9. Основанием прямой четырехугольной призмы $ABCDA'B'C'D'$ является квадрат $ABCD$ со стороной $3\sqrt{2}$, высота призмы равна $2\sqrt{7}.$ Точка K — середина ребра BB'. Через точки K и C' проведена плоскость α, параллельная прямой BD'.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α является равнобедренным треугольником.

б) Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью α.

10. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 4. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 построена плоскость α, параллельная прямой BD_1.

а) Докажите, что $A_1P : PB_1 = 2 : 1$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром A_1B_1.

б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани BB_1C_1C.

11. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра $AB = 35$, $AD = 12$, $CC_1 = 21$.

а) Докажите, что высоты треугольников ABD и A_1BD, проведённые к стороне BD, имеют общее основание.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и A_1DB.

12. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Расстояние между этими хордами равно $2\sqrt{197}$.

а) Докажите, что центры оснований цилиндра лежат по одну сторону от этой плоскости.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

13. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 5$.

а) Найдите длину отрезка A_1K, где K — середина ребра BC.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1.

14. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 3$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{11}$, $SB = 3\sqrt{3}$, $SD = 2\sqrt{5}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB.

15. Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 9.

Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1, M — середина ребра SB, точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобедренная трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

16. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 8. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C.

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка C, а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики»

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ПК-1 - Способен реализовывать педагогический процесс с использованием современных образовательных технологий в организациях среднего общего образования		
ПК-1.1	Оценивает педагогическую ситуацию с позиции необходимости и возможности ее коррекции	Для оценивания педагогической ситуации с точки зрения её коррекции, студент проводит самоконтроль и рефлексию, по окончании которых способен составить список вопросов к зачету по основным теоретическим разделам изучаемого

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		школьниками предмета (дисциплины), в который входят: 1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) разделов математики. 2. Методы и способы решения основных типов задач на вычисление и доказательство. Например, **теоретические вопросы для зачетов** **по теме Алгебра:** 1. Рациональные уравнения - способы их решения 2. Рациональные неравенства – понятие равносильности, методы решения. 3. Иррациональные уравнения и неравенства – методы решения. 4. Модуль. Основные способы решения уравнений и неравенств с модулем. 5. Уравнения и неравенства с параметром – методы решения. 6. Показательные уравнения и неравенства. 7. Логарифмические уравнения и неравенства 8. Системы смешанных уравнений и неравенств. **по теме Планиметрия:** 1. Метрические соотношения в треугольнике. 2. Метрические соотношения в окружности. 3. Вписанные и описанные многоугольники – основные положения. 4. Площади плоских фигур. 5. Задачи на сочетание различных планиметрических фигур. 6. Взаимное расположение

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		прямых и плоскостей в пространстве. Далее проводится анализ сдачи школьниками зачета и по результатам принимается решение о корректировке методики преподавания, потенциальных возможностях школьников, их предварительной подготовки к решению сложных задач
ПК-1.2	Решает образовательные задачи на основе современных образовательных технологий	**Задание 1.** Составьте план–конспект практического занятия по теме «Стереометрия» в виде математического боя. **Задание 2.** Изучить периодику и интернет-источники (Академия Гугл и др.) по применению в обучении математике приемов и методов, которые формируют умения самостоятельно добывать знания, собирать необходимую информацию, выдвигать гипотезы, делать выводы и умозаключения. **Задание 3.** Перечислите универсальные учебные действия, обеспечивающие способность к организации самостоятельной учебной деятельности на уроке по теме «Уравнения» и предложите методы их развития (формирования) у школьников. **Задание 4.** Основные принципы и закономерности системно-деятельностного подхода в теме «Применение теории делимости в решении задач повышенной сложности по математике». **Задача 5.** Проектная форма организации обучения, - суть формы, методы обучения,

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		которые применяются на уроке по решению задач повышенной сложности (например, применение активных форм познания: наблюдение, опыты, учебный диалог и пр.; создание условий для развития рефлексии — способности осознавать и оценивать свои мысли и действия как бы со стороны, соотносить результат деятельности с поставленной целью, определять своё знание и незнание и др.)
ПК-1.3	Осуществляет контроль результатов и корректировку педагогического воздействия	***Примерные практические задания*** **Задание 1.** Для осуществления контроля результатов с точки зрения её коррекции, студент должен быть способен составить список вопросов к зачету по основным теоретическим разделам изучаемого школьниками предмета (дисциплины), в который входят: 1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) разделов математики. 2. Методы и способы решения основных типов задач на вычисление и доказательство. По результатам принимается решение о корректировке методики преподавания, потенциальных возможностях школьников, их предварительной подготовки к решению сложных задач **Задание 2.** Уметь решать задачи, подобные нижеследующей, при этом уметь разрабатывать методику обучения решению таких задач школьников. Для этого:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		составить план решения, придумать (подобрать) подзадачи, решение которых – составная часть решения данной задачи; составить список понятий, определение которых необходимо для решения задачи. В правильной треугольной пирамиде *SABC* сторона основания *AB* равна 12, а боковое ребро *SA* авно 8. Точки *M* и *N* — середины рёбер *SA* и *SB* соответственно. Плоскость α содержит прямую *MN* и перпендикулярна плоскости основания пирамиды. а) Докажите, что плоскость α делит медиану *CE* основания в отношении 5 : 1, считая от точки *C*. б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка *C*, а основанием — сечение пирамиды *SABC* плоскостью α. **Задание 3.** Систематизируйте и обобщите все ключевые понятия и приемы решения типовых задач по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств» и «Основные методы решения задач с параметром». Результат оформите в виде таблицы. **Задание 4.** Снимите видеоролик на тему «Я научу вас решать задачи по теме…».
ПК-3 Способен на основе достижений современной науки разрабатывать и реализовывать методическое обеспечение учебных математических предметов, дисциплин		

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ПК-3.1	Анализирует актуальный уровень подготовки обучающихся по математическим дисциплинам, определяет зону их ближайшего развития	Для анализа актуального уровня подготовки обучающихся (школьников) по математическим дисциплинам, студент (будущий учитель) проводит самоконтроль и рефлексию, по окончании которых способен составить список вопросов к зачету по основным теоретическим разделам изучаемого школьниками предмета (дисциплины), в который входят: 1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) разделов математики. 2. Методы и способы решения основных типов задач на вычисление и доказательство.
ПК-3.2	Решает на основе современных образовательных технологий задачи по планированию, разработке и реализации программ учебных математических дисциплин	Составить рабочую программу по дисциплине «ПРМЗ повышенной сложности», включающую следующие пункты: комплекс основных характеристик образования (объем, содержание, планируемые результаты), организационно-педагогических условий и форм аттестации, а также оценочных и методических материалов.
ПК-3.3	Осуществляет контроль результатов обучения учащихся по математическим дисциплинам	Составляет и применяет в своей работе следующие теоретические вопросы для зачетов по разделам дисциплины: По теме Алгебра: 1. Рациональные уравнения - способы их решения 2. Рациональные неравенства – понятие равносильности, методы решения. 3. Иррациональные уравнения и

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		неравенства – методы решения. 4. Модуль. Основные способы решения уравнений и неравенств с модулем. 5. Уравнения и неравенства с параметром – методы решения. 6. Показательные уравнения и неравенства. 7. Логарифмические уравнения и неравенства 8. Системы смешанных уравнений и неравенств. По теме Планиметрия: 1. Метрические соотношения в треугольнике. 2. Метрические соотношения в окружности. 3. Вписанные и описанные многоугольники – основные положения. 4. Площади плоских фигур. 5. Задачи на сочетание различных планиметрических фигур. 6. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. По теме Стереометрия: 1. Метрические задачи на многогранники. 2. Позиционные стереометрические задачи. 3. Вычисление расстояний и углов в стереометрии. 4. Комбинации стереометрических фигур. 5. Построение плоских сечений. 6. Расстояния в стереометрии. 7. Углы в стереометрии. 8. Площади в стереометрии 9. Вычисление объемов в стереометрических фигурах. 10. Круглые тела. Сочетания многогранников и круглых тел. 11. Задачи на максимум и минимум в стереометрии. Векторный метод решения стереометрических задач (углы, расстояния)

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине «Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета (9 и 10 семестры).

Показатели и критерии оценивания зачета (9 семестр):

- для **сдачи зачета** обучающийся показывает сформированность компетенций ПК-1 и ПК-3; т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;

- **зачет не сдан**, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

Показатели и критерии оценивания зачета с оценкой (10 семестр):

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

– на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.

– на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.