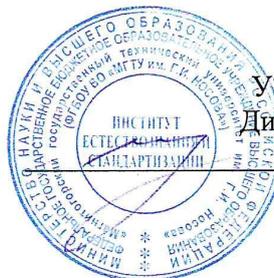




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

19.02.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Большие и открытые данные

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1, 2
Семестр	1, 2, 3

Магнитогорск
2024 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
09.02.2024, протокол № 6

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

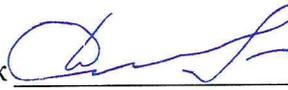
Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
19.02.2024 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:

профессор кафедры ПМИИ, д-р пед. наук  П.Ю. Романов

Рецензент:

Зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Долгушин Д.М.

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Формирование основных понятий и методов решения соответствующих классов задач, повышение достигнутого на предыдущей ступени образования уровня математической подготовки, необходимого для изучения других дисциплин, осуществления профессиональной деятельности и дальнейшего самообразования, формирование способности использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Алгебра и геометрия входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Алгебра и геометрия в объеме средней общеобразовательной школы

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Математические модели экономического роста

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Алгебра и геометрия» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц 432 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 271,8 акад. часов;
- аудиторная – 264 акад. часов;
- внеаудиторная – 7,8 акад. часов;
- самостоятельная работа – 124,5 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;
- подготовка к экзамену – 35,7 акад. час

Форма аттестации - зачет, экзамен, зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Алгебра матриц								
1.1 Матрицы. Операции над матрицами. Определители матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица. Критерий обратимости матрицы. Способы нахождения обратной матрицы.	1	12		12	11	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа. контрольная работа	
Итого по разделу		12		12	11			
2. Системы линейных алгебраических уравнений								
2.1 Метод Гаусса. Теорема Крамера. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Матричный способ решения систем линейных алгебраических	1	12		12	12	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	
Итого по разделу		12		12	12			
3. Основы векторной алгебры								
3.1 Арифметические n-мерные векторы. Операции над векторами. Линейно зависимые (независимые) системы векторов. Свойства систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Однородные системы линейных алгебраических	1	12		12	11,1	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	
Итого по разделу		12		12	11,1			

Итого за семестр		36		36	34,1		зачёт	
4. Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве								
4.1 Векторы. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства.	2	18		34	16	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	
Итого по разделу		18		34	16			
5. Прямая на плоскости								
5.1 Способы задания прямой на плоскости. Геометрический смысл знака трехчлена $ax+by+c=0$. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.	2	16		34	22,3	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа?	
Итого по разделу		16		34	22,3			
Итого за семестр		34		68	38,3		экзамен	
6. Кривые второго порядка на плоскости								
6.1 Эллипс. Гипербола. Парабола. Общее уравнение кривой второго порядка. Исследование уравнения кривой.	3	18		16	32,1	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа	
Итого по разделу		18		16	32,1			
7. Плоскости в пространстве								
7.1 Уравнение плоскости. Способы задания плоскости. Связка и пучок плоскостей. Взаимное расположение плоскостей.	3	18		38	20	Подготовка к практическому занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, самостоятельная работа, контрольная работа.	
Итого по разделу		18		38	20			
Итого за семестр		36		54	52,1		зао	
Итого по дисциплине		106		158	124,5		зачет, экзамен, зачет с оценкой	

5 Образовательные технологии

При проведении занятий и организации самостоятельной работы студентов используются:

ТРАДИЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические работы, контрольная работа и др. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации.

ИНТЕРАКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Карнаков В.А. Лекции по линейной алгебре. - Иркутск 2016. – URL: http://physdep.isu.ru/ru/departments/theory/study/Karnakov_lect_lin_algebra.pdf

2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – URL: <https://siblec.ru/matematika/linejnaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya>

3. Веселов, А.П. Лекции по аналитической геометрии: учебное пособие / А.П. Веселов, Е.В. Троицкий. — Москва : МЦНМО, 2017. — 152 с. — ISBN 978-5-4439-3064-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/92692>

4. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии учебное пособие / Д.В. Клетеник ; под редакцией Н.В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 224 с.— Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/114702>

б) Дополнительная литература:

1. Постников, М. М. Линейная алгебра. Лекции по геометрии. Ч. 2 [Текст] : учеб. пособие [для вузов]. - 3-е изд., испр. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 400 с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0890-0 : 350-02.

2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – URL: <https://siblec.ru/matematika/linejnaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya>

3. Высшая математика для экономистов. Практикум : учеб. пособие для вузов / Кремер Н. Ш. - М. : ЮНИТИ, 2010. - 478 с. - (Золотой фонд российских учебников) - Рек. Мин. обр. РФ (36 экз.)

4. Коваленко, А.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / А.А. Коваленко. — Барнаул : АлтГПУ, 2015. — 89 с. — Текст: электронный //

Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112175>

в) Методические указания:

1. Туганбаев, А.А. Линейная алгебра: учебное пособие / А.А. Туганбаев. — 2-е изд., стер. — Москва: ФЛИНТА, 2017. — 75 с. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/108266>.

2. Морозова, Е.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / Е.А. Морозова, Е.Г. Складенко. — Москва: МЦНМО, 2016. — 96 с.— Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/92694>

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
CorelDraw 2017 Academic Edition	Д-504-18 от 25.04.2018	бессрочно
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	https://dlib.eastview.com/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Помещения для самостоятельной работы обучающихся

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования

Приложение 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

По дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на практических занятиях.

Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

АКР №1 «Метод Гаусса»

Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -10, \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -17, \\ x_1 - 4x_2 - 4x_3 = -3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 - 3x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1; \end{cases}$$

АКР №2 «Матрицы, операции над матрицами»

Вычислить матрицы AB , BA , A^2 , B^2 , если

$$1. A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

АКР №3 «Операции над векторами»

1. Даны векторы $\vec{a}(1; -1; 0; 5)$, $\vec{b}(-3; 0; 4)$. Найти $|2\vec{a}| + |\vec{b}|$.
2. Найти значения m и n , при которых векторы $\vec{a}(1; m; 3)$ и $\vec{b}(3; 6; n)$ коллинеарны.
3. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} + \vec{c}$ и $3\vec{a} - 2\vec{c}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{c}| = 2$, $\angle(\vec{a}; \vec{c}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. В параллелограмме ABCD даны его вершины $A(1; 2)$, $B(2; 4)$, $C(6; 4)$. Определить координаты вершины D и угол при вершине A.

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде изучения литературы по соответствующему разделу с проработкой материала; выполнения домашних заданий.

Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

ИДЗ №1 «Метод Крамера решения СЛАУ»

По формулам Крамера решить системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = -5, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 7 = 0, \\ 10x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 3 = 0, \\ 6x_1 + 9x_2 - 2x_3 - x_4 + 4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0 \end{cases}$$

ИДЗ №2 «Уравнения прямой на плоскости»

1. Написать уравнение прямой:

- а) проходящей через точку $A(-2; 4)$ и параллельно вектору $\vec{d}\{3; -1\}$;
- б) отсекающей от оси ординат отрезок длиной 5 и образующей с осью абсцисс угол

60° ;

- в) проходящей через точки $A(-3; 2)$ и $D(2; -6)$;
- г) проходящей через точку пересечения прямых $y = 2x - 3$ и $y = -4x + 3$ и перпендикулярно прямой $x - 2y + 2 = 0$.
- д) являющейся средней линией $\triangle ABC$ с вершинами $A(5; -2)$, $B(-1; 6)$, $C(3; 4)$ и параллельной стороне AC ;
- е) найти высоту $ВД$ треугольника ABC , заданного условиями пункта б).

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине за определенный период обучения (семестр) и проводится в форме зачета, зачета с оценкой, экзамена

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности		
ОПК-1.1	Решает профессиональные задачи с области фундаментальной и прикладной математики	<ol style="list-style-type: none"> 1. Системы линейных уравнений. Основные определения. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. 2. Изложение метода Гаусса. Возможные варианты количества решений систем линейных алгебраических уравнений 3. Определение определителя. Вычисление определителя второго порядка (ответ подкрепить конкретными примерами). 4. Определение определителя. Вычисление определителя третьего порядка. Правило Саррюса. 5. Определение определителя. Свойства определителей (каждое свойство проиллюстрировать конкретными примерами). 6. Миноры и алгебраические дополнения. Лемма о вычислении определителя матрицы $n - 20$ порядка, содержащей строку (столбец), все элементы которой, за исключением, быть может, одного элемента равны нулю (ответ подкрепить конкретными примерами). 7. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о вычислении определителя матрицы через элементы какой-либо строки (столбца) и их алгебраические дополнения(ответ подкрепить конкретными примерами). 8. Решение систем линейных уравнений при помощи формул Крамера (ответ подкрепить конкретными примерами). 9. Алгебра матриц: основные определения, операции над матрицами, свойства операций над матрицами. Единичная матрица. Обратная и обратимая матрицы. 10. Вырожденная матрица. Достаточный признак обратимости матрицы. На

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>конкретном примере показать нахождение обратной матрицы.</p> <p>11. Способ нахождения матрицы, обратной данной с использованием единичной матрицы (иллюстрация на конкретном примере).</p> <p>12. Матричный способ решения систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными</p> <p>13. Векторы. Основные определения теории векторов. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов.</p> <p>14. Базис системы векторов. Теорема о существовании базиса у всякой ненулевой системы векторов. Правило нахождения базиса системы векторов</p> <p>15. Базис системы векторов. Теорема о разложении любого вектора через вектора базиса (привести конкретные примеры).</p> <p>16. Ранг системы векторов. Правило нахождения ранга системы векторов.</p> <p>17. Ранг системы векторов. Теорема об эквивалентности системы алгебраических уравнений и векторного уравнения.</p> <p>18. Теорема Кронекера-Капелли. Правило нахождения ранга системы векторов. На конкретном примере проиллюстрировать применимость теоремы Кронекера-Капелли.</p> <p>19. Операции над векторами. Координаты вектора. Длина вектора. Скалярное и векторное произведения векторов.</p> <p>20. Приложение векторной алгебры к решению задач элементарной геометрии.</p> <p>21. Вычисление расстояния между точками.</p> <p>22. Ключевые задачи в координатах.</p> <p>23. Деление отрезка в данном отношении. Середина отрезка. Площадь треугольника.</p> <p>24. Приложение метода координат к решению задач элементарной геометрии.</p> <p>25. Различные способы задания прямой на плоскости. Геометрический смысл знака трехчлена.</p> <p>26. Взаимное расположение прямых на плоскости.</p> <p>27. Расстояние от точки до прямой. Угол</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>между прямыми.</p> <p>28. Эллипс. Гипербола. Парабола. Общее уравнение кривой второго порядка.</p> <p>29. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.</p> <p>30. Приложение теории прямой к решению задач элементарной геометрии.</p> <p>31. Окружность, ее уравнение, задачи на множества точек, определяющих окружность.</p> <p>32. Эллипс, его уравнение, задачи на множества точек, определяющих эллипс.</p> <p>33. Парабола, ее уравнение, задачи на множества точек, определяющих параболу.</p> <p>34. Гипербола, ее уравнение, задачи на множества точек, определяющих гиперболу.</p>
ОПК-1.2	Владеет способами и приемами решения исследовательских задач в области фундаментальной и прикладной математики	<p>1. Решить уравнение: $3(a_1 - 2x) + 5(a_2 + a_3 - 3x) = 2(a_3 - 4x)$, где $a_1 = (4, 3, 1, 2)$, $a_2 = (2, -1, -3, 4)$, $a_2 = (2, -1, -3, 4)$, $a_3 = (-1, 4, -5, 3)$.</p> <p>2. Установить линейную независимость векторов: а) $a_1 = (3, 1, 1, 1, 1)$, $a_2 = (1, 1, 2, 3, 1)$, $(1, 2, 9, 1, 4)$, $a_4 = (1, 1, 3, 8, 2)$; б) $a_1 = (1, 1, 1, 1)$, $a_2 = (1, -1, 2, -2)$, $(1, 3, 0, 4)$, $a_4 = (1, 5, -1, 7)$.</p> <p>3. Найти ранг данной системы векторов, указать всевозможные ее базы и выразить через базу все векторы системы: а) $a_1 = (5, 2, -3, 1)$, $a_2 = (4, 1, -2, 3)$, $(1, 1, -1, -2)$, $a_4 = (3, 4, -1, 2)$;</p>
ОПК-1.3	Применяет фундаментальные междисциплинарные знания для решения задач в профессиональной деятельности	<p>1. Найти матрицу $X = A(B - 2C)$ и вычислить ее определитель, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$</p> <p>2. Решить систему: 1) методом Гаусса; 2) методом Крамера, показав умения находить определители: а) по правилу Саррюса; б) сведением матрицы определителя к треугольному виду; в) получением столбца (строка) со всеми нулевыми элементами, за исключением</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>одного; 3) матричным способом.</p> $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4; \end{cases}$ <p>3. Написать программу для выполнения действий над матрицами</p> <ul style="list-style-type: none"> - сложение матриц; - умножение матрицы на число; - умножение двух матриц.