



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
И.Ю. Мезин

19.02.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Направление подготовки (специальность)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы  
Большие и открытые данные

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	3
Семестр	5

Магнитогорск  
2024 год


Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
09.02.2024, протокол № 6

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
19.02.2024 г. протокол № 5

Председатель  И.Ю. Мезин

Рабочая программа составлена:  
доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук  Л.В. Смирнова

Рецензент:  
зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование способностей применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности, ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами теории вероятностей и теории случайных процессов и их использовании при решении научных и прикладных задач, выработка у студентов умения проводить статистический анализ прикладных задач и овладение основными методами исследования и решения таких задач, формирование общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для осуществления будущей профессиональной деятельности.

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дискретная математика

Математический анализ

Алгебра и геометрия

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Математические основы экономики

Разработка интернет приложений

Математическое моделирование

Численные методы математической физики

Теория игр и исследование операций

Экономика. Часть 2

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 академических часов, в том числе:

- контактная работа – 76,1 академических часов;
- аудиторная – 72 академических часов;
- внеаудиторная – 4,1 академических часов;
- самостоятельная работа – 32,2 академических часов;
- в форме практической подготовки – 0 академических часов;
- подготовка к экзамену – 35,7 академических часов

Форма аттестации - экзамен

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в академических часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Теория вероятностей								
1.1 Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности. Алгебра событий и аксиоматика.	5	4	4		4	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.). Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	
1.2 Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса.		4	4		4	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	
1.3 Повторные независимые испытания. Формула Бернулли, приближения Лапласа и Пуассона.		4	4		4	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	

1.4 Случайные величины и их характеристики. Законы распределения случайных величин. Законы больших чисел.		6	6		4	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.). Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	
Итого по разделу		18	18		16			
2. Математическая статистика								
2.1 Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение, эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.	5	4	4		4	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.)	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	
2.2 Статистические точечные оценки параметров распределения. Методы получения статистических оценок. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.		4	4		4	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.). Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	
2.3 Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости и мощность критерия. Критерии значимости и критерии согласия. Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении		6	6		4	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.). Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	
2.4 Корреляционная зависимость. Линейная регрессия. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.		4	4		4,2	Подготовка к лабораторному занятию. Выполнение практических работ (решение задач, письменных работ и т.п.). Поиск дополнительной информации по заданной теме	Устный опрос, проверка индивидуальных заданий, решение задач по теме, лабораторная работа	
Итого по разделу		18	18		16,2			
Итого за семестр		36	36		32,2		экзамен	

Итого по дисциплине	36	36	32,2		экзамен	
---------------------	----	----	------	--	---------	--

## **5 Образовательные технологии**

С целью успешного усвоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и формирования требуемых компетенций предполагается применение различных образовательных технологий, которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе:

□ традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, лабораторные работы, контрольная работа и др. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Лабораторные занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации.

□ интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

Основными формами занятий являются лекции, лабораторные занятия, контрольно-оценочные занятия, консультации. Лекции строятся на основе сочетания информативной и проблемной составляющих, а также элементов беседы и дискуссии.

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- обсуждение задач, приводящих к тем или иным математическим понятиям;
- изложение теоретического материала в режиме диалога с целью развития критического мышления студентов и привития им исследовательских умений;
- обсуждение и систематизация теоретических вопросов темы с целью лучшего понимания их взаимосвязи и практического применения.

Лабораторные занятия по данной дисциплине направлены на привитие навыков решения прикладных задач по каждой теме и сочетают применение методов обучения в сотрудничестве, классические контрольные и тестовые технологии.

При этом предполагается проведение некоторых лабораторных занятий в интерактивной форме (деловые и ролевые игры, разбор конкретных ситуаций).

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

## **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

### **а) Основная литература:**

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика



[Текст]: Учеб. пособие / –В.Е. Гмурман. – 12-е изд. –М. : Издательство Юрайт, 2014. –479 с.

2. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс]: Учебное пособие.- СПб.: Изд-во «Лань», 2011. - 432 с. – Режим. доступа : [http// portal mgtu.ru](http://portal.mgtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана.- ISBN 978-5-8114-1060-6

3. Акманова, З. С. Статические методы обработки экспериментальных данных : элек-тронное учебное пособие / З. С. Акманова, Н. И. Кимайкина. - Б. м. : Б. и., Б. г. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL: <https://mgtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=971.pdf&show=dcatalogues/1/1119068/971.pdf&view=true> (дата обращения: 04.04.2024). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

#### **б) Дополнительная литература:**

1. Акманова, З. С. Многомерные случайные величины : учебное пособие / З. С. Акманова. - Магнитогорск : МГТУ, 2013. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. URL:

<https://mgtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=1062.pdf&show=dcatalogues/1/1119472/1062.pdf&view=true> (дата обращения: 04.04.2024). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

2. Акманова, З. С. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей : учебно-методическое пособие / З. С. Акманова ; МГТУ. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Загл. с титул. экрана. - URL: <https://mgtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2411.pdf&show=dcatalogues/1/1130110/2411.pdf&view=true> (дата обращения: 04.04.2024). - Макрообъект. - Текст : электронный. - Сведения доступны также на CD-ROM.

3. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс]: Учебное пособие.- СПб.: Изд-во «Лань», 2011. - 432 с. – Режим. доступа : [http// portal mgtu.ru](http://portal.mgtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана.- ISBN 978-5-8114-1060-6

4. Туганбаев А.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ре-сурс]: Учебное пособие.- СПб.: Изд-во «Лань», 2011. – 626 с. – Режим. доступа : [http// portal mgtu.ru](http://portal.mgtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана.

5. Туганбаев А.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ре-сурс]: Учебное пособие.- СПб.: Изд-во «Лань», 2011. – 626 с. – Режим. доступа : [http// portal mgtu.ru](http://portal.mgtu.ru), электронная библиотечная система «Лань».- Загл. с экрана.

6. Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие – 5-е изд., доп. и перераб.: [электронный ресурс]/ Е. Н. Гусева. –М.: Флинта, 2016.– 220 с. – Режим. доступа : <https://rucont.ru/efd/246481>

#### **в) Методические указания:**

1. Зарецкая М.А.Случайные функции: метод.указ.для студентов специальности 230105.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010.– 20 с.

2. Зарецкая М.А.Случайные процессы: метод.указ.для студентов специальности 230105.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010.– 20 с.

3. Кобелькова, Е.В. Теория вероятностей: Рабочая тетрадь по математике для студентов всех специальностей. - Магнитогорск: Изд-во Магнитогорского гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2011.– 16 с.

4. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: Изд-во Магнитогорского гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2010. – 22 с.

5. Кимайкина, Н.И. Теория вероятностей. Математическая статистика. Учебные карты. Часть 3: Методическая разработка для студентов всех специальностей [Текст] / Н.И. Кимайкина. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорского гос. техн. ун-та Г.И. Носова, 2011 г.

#### г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

##### Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое ПО	бессрочно
FAR Manager	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Linux Calculate	свободно распространяемое ПО	бессрочно

##### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: <a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: <a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>

#### 9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийный проектор, экран

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета;

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и/или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения рубежного и промежуточного контроля

Помещения для самостоятельной работы обучающихся Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

## Приложение 1

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение контрольных задач на лабораторных занятиях.

Примерные аудиторные контрольные работы (АКР):

АКР №1 «Теория вероятностей»

1. Три стрелка делают по одному выстрелу по мишени. Пусть  $A_i$  — попадание  $i$ -го стрелка в мишень  $i = \overline{1,2,3}$ . Выразите через  $A_i$  следующие события:  $B$  — три попадания,  $C$  — ровно два попадания,  $D$  — хотя бы одно попадание.
2. Какова вероятность того, что четырехзначное число, в десятичной записи которого используются по одному разу цифры 5, 2, 3, 1, делится на 4?
3. В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное количество денежных знаков, равна 0,0001. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено: а) три ошибочно упакованных пакета, б) не более трех пакетов.
4. В цехе работают 20 станков, из них 10 марки А, 6 марки В и 4 марки С. Вероятность того, что качество детали окажется отличным, для этих станков соответственно равна: 0,9; 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?
5. В одном ящике 5 белых и 10 красных шаров, в другом ящике 10 белых и 5 красных шаров. Найти вероятность того, что будет вынут хотя бы один белый шар, если из каждого ящика вынута по одному шару.
6. Дан ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ :

X	2	4	6	8	10
P	0,1	0,4	0,2	c	0,1

Найти значение параметра «с». вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ . Построить график функции распределения и многоугольник распределения. Найти вероятность того, что случайная величина  $X$  не превосходит 5.

АКР №2 «Математическая статистика»

1. Одномерная выборка задана интервальным вариационным рядом:

Группа [2,3 ; 3,1] [3,1 ; 3,9] [3,9 ; 4,7] [4,7 ; 5,5] [5,5 ; 6,3] [6,3 ; 7,1]

$m_i$                       11                      18                      30                      21                      15

Требуется:

- а) построить гистограмму плотностей относительных частот;
- б) перейти к дискретному вариационному ряду и построить полигон относительных частот;
- в) вычислить среднее выборочное значение и среднее выборочное квадратическое отклонение;
- г) при уровне значимости  $\beta = 0,05$  проверить гипотезу о нормальном распределении измеряемой случайной величины.

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде изучения литературы по соответствующему разделу с проработкой материала; выполнения домашних заданий.

Примерные индивидуальные домашние задания (ИДЗ):

ИДЗ №1 «Случайные величины и их числовые характеристики»

1. Вероятность попадания в корзину при каждом броске мяча  $p = 0,3$  и не зависит от результатов предыдущих бросков. Составьте ряд распределения случайной величины
  - 1)  $X$  — числа сделанных бросков, если мяч бросается в корзину до первого попадания, но число бросков не больше 6;
  - 2)  $Y$  — количества попаданий мяча в корзину, если число бросков равно 6.
2. Задан ряд распределения случайной величины  $X$ . Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Постройте функцию распределения.

$x_i$	3	5	7	9
$p_i$	0,3	0,4	0,2	0,1

Найдите закон распределения случайной величины  $Y = 5X - 30$ .

3. Для непрерывной случайной величины задана функция распределения  $F(x)$ . Найдите плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Вычислите вероятность того, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания будет не более среднего квадратического отклонения. Постройте графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{x-2}, & x \leq 2, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{2-x}, & x > 2. \end{cases}$$

4. Для непрерывной случайной величины задана графически плотность распределения  $f(x)$ . Требуется найти параметр  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

5. Случайное отклонение размера детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами  $a$  и  $\sigma$ . Стандартными являются те детали, для которых отклонения от номинала лежат в интервале  $(a - \alpha, a + \alpha)$ . Запишите формулу плотности распределения и постройте график плотности распределения.

Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее  $\beta$  среди них была хотя бы одна стандартная?

$$a = 0,2, \quad \sigma = 0,1, \quad \alpha = 0,1, \quad \beta = 0,99.$$

6. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы:

$$f_1(x) = \begin{cases} c, & x \in [0; 4], \\ 0, & x \notin [0; 4], \end{cases} \quad f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-2)^2}{2}}.$$

Найдите  $M(2X + 5Y + 1)$ ,  $M(X - 3Y^2)$ ,  $D(2X - 3Y + 4)$ ,  $D(XY)$ .

Найдите законы распределения случайных величин  $Z_1 = 5X - 30$  и  $Z_2 = 5Y - 30$ .

7. Среднее значение длины детали равно 50 см, а дисперсия равна 0,1. Пользуясь неравенством Чебышева, оцените вероятность того, что приготовленная деталь окажется по своей длине не менее 49,5 и не более 50,5 см.
8. Закон распределения системы дискретных случайных величин  $(X, Y)$  задан таблицей. Найдите а) законы распределения составляющих, б) их математические ожидания и дисперсии, в) корреляционный момент и коэффициент корреляции  $r_{x,y}$ , г) вероятность попадания случайной величины  $(X, Y)$  в область  $D$

$$D = \{-\infty < x < \infty, \quad -1 < y < 3\}.$$

$Y \backslash X$	1	2	3	4
-2	0,03	0,02	0,06	0,04
0	0,03	0,1	0,1	0,09
2	0,05	0,08	0,2	0,2

9. Задана плотность распределения  $f(x, y)$  системы двух случайных величин  $(X, Y)$ . Найдите а) коэффициент  $A$ , б)  $M(X)$  и  $M(Y)$ ,  $D(X)$  и  $D(Y)$ , в) корреляционный момент и коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

$$f(x, y) = \begin{cases} A(2x + y), & \text{в обл. } D, \\ 0, & \text{вне обл. } D. \end{cases} \quad D = \{0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2\}.$$

10. Известно, что  $Y = 5X - 30$ ,  $M(X) = 4$ ,  $D(X) = 9$ . Найдите  $M(Y)$ ,  $D(Y)$ ,  $K_{xy}$ ,  $r_{xy}$ .

11. Известны законы распределения случайных величин  $X$ ,  $Y$

$$f_1(x) = \begin{cases} c, & x \in [0; 4], \\ 0, & x \notin [0; 4], \end{cases} \quad f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-2)^2}{2}} \quad \text{и} \quad r_{xy} = 0,6. \quad \text{Найдите}$$

$$M(Y^2 - 2XY + 5X - 2), \quad D(X - 3Y + 4).$$

ИДЗ №2 «Математическая статистика»

1. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$ , используя данные пяти наблюдений. Построить точки и выборочную линию регрессии.

$x$	2,3	3,5	3,9	4,9	6,4
$y$	2,2	4,3	6,1	6,7	7,5

2. По корреляционной таблице построить эмпирические линии регрессии  $Y$  по  $X$ ,  $X$  по  $Y$  и обе выборочные прямые линейной регрессии. Вычислить коэффициент корреляции и корреляционное отношение.

$X \backslash Y$	1	2	3	4
-2	3	2	6	4
0	3	10	10	9
2	5	8	20	20

3. Вычислите выборочные множественные и частные коэффициенты корреляции по найденным парным коэффициентам  $r_{12} = 0,71$ ,  $r_{13} = 0,28$ ,  $r_{23} = 0,51$ .

4 Для изучения количественного признака  $X$  из генеральной совокупности извлечена выборка  $x_1, \dots, x_n$  объема  $n$ , имеющая данное статистическое распределение.

1). Постройте полигон частот.

2). Постройте эмпирическую функцию распределения.

3). Постройте гистограмму относительных частот.

4). Найдите выборочное среднее  $\bar{x}$ , выборочную дисперсию  $D_b$ , выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_s$ , исправленную дисперсию  $s^2$  и исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ .

5). При данном уровне значимости  $\alpha$  проверьте по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

6). В случае принятия гипотезы о нормальном распределении найдите доверительные интервалы для математического ожидания  $\mu$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$  при данном уровне надежности  $\gamma = 1 - \alpha$ .

$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37
$n_i$	5	10	19	23	25	19	12	7

$$\alpha = 0,01$$

5. По выборке объема  $n = 35$  найден средний вес  $\bar{x} = 190$  г изделий, изготовленных на первом станке; по выборке объема  $m = 40$  найден средний вес  $\bar{y} = 180$  г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии известны:  $D(X) = 70 \text{ г}^2$ ,  $D(Y) = 80 \text{ г}^2$ . Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе

а)  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ ,

б)  $H_1: M(X) > M(Y)$ .

6. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 15$ :

143, 121, 135, 132, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 133, 148, 133, 134.

Требуется при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить нулевую гипотезу

$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 55$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы: а)  $H_1: \sigma^2 \neq 55$ ,

б)  $H_1: \sigma^2 > 55$  или  $H_1: \sigma^2 < 55$  в зависимости от полученного значения  $\sigma^2$ .

7. Найдите выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла по данным ранга объектов выборки объема  $n = 10$ :

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	7	6	5	4	1	2	3	10	8	9

Проверьте гипотезы о значимости выборочных коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, предварительно описав схему и правило проверки гипотезы.

## Приложение 2

### Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

#### а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-3</b> Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности		
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	<p>Для возможности разрабатывать математические модели и производить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности необходимо владеть следующими теоретическими сведениями, представленными в вопросах к экзамену.</p> <p><b>Перечень теоретических вопросов к экзамену</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Опыт и событие. Классификация случайных событий. Действия над событиями.</li><li>2. Вероятность события. Статистическое и классическое определение вероятности.</li><li>3. Геометрическая вероятность. Аксиоматическое определение вероятности.</li><li>4. Условные вероятности. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей</li><li>5. Теорема сложения вероятностей.</li><li>6. Формула полной вероятности и Байеса.</li><li>7. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.</li><li>8. Понятие случайной величины. Дискретная случайная величина. Закон её распределения. Привести примеры.</li></ol>



Структурный элемент компетенции	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>9. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.</p> <p>10. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства. Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.</p> <p>11. Функция распределения случайной величины, её свойства и график.</p> <p>12. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятностей, кривая распределения. Связь между плотностью вероятностей и функцией распределения</p> <p>13. Числовые характеристики непрерывной случайной величины Начальные и центральные моменты случайной величины.</p> <p>14. Биномиальный и геометрический законы распределения, их числовые характеристики.</p> <p>15. Равномерный и показательный законы распределения и их числовые характеристики.</p> <p>16. Нормальный закон распределения: параметры, свойства, функция распределения, вероятность попадания в заданный интервал, правило трёх сигм.</p> <p>17. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева, Маркова.</p> <p>18. Теорема Чебышева.</p> <p>19. Теорема Бернулли.</p> <p>20. Центральная предельная теорема.</p> <p>21. Система случайных величин, закон распределения.</p> <p>22. Функция распределения случайной величины и её свойства.</p> <p>23. Плотность распределения вероятностей случайной величины и её свойства.</p> <p>24. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия.</p> <p>25. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.</p>
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности	<i>Студент должен выполнять и оформлять решение следующих заданий, которые содержатся в примерных практических заданиях для экзамена:</i>

Структурный элемент компетенции	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																		
		<p>1. События: А – хотя бы один из трёх проверяемых приборов бракованный, В – все приборы доброкачественные. Что обозначают события А+В, АВ?</p> <p>2. Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность того, что оба раза появится одинаковое число очков.</p> <p>3. Имеется 40 вопросов, из которых ответы на 22 из них студент знает. Он берёт билет, состоящий из 4 вопросов. Определить вероятность того, что он ответит хотя бы на один вопрос.</p> <p>4. Имеется 4 коробки, в каждой из которых лежат 10 болтов, причем в первой коробке 6 болтов заданного размера, во второй – 5 болтов этого размера, в третьей – 7 болтов заданного размера, а в четвертой – 4 болта заданного размера. Наугад выбирали коробку, а из нее случайным образом взяли болт, который оказался заданного размера. Какова вероятность того, что этот болт взят из второй коробки?</p> <p>5. Дан закон распределения дискретной случайной величины:</p> <table border="1" data-bbox="936 890 2157 1058"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>110</td> <td>120</td> <td>130</td> <td>140</td> <td>150</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.2</td> <td>0.2</td> </tr> </tbody> </table> <p>вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.</p> <p>6. Один раз брошены две игральные кости. Случайная величина X – сумма очков, выпавших на верхних гранях. Составить ряд распределения данной случайной величины, вычислить её математическое ожидание и дисперсию. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X:</p> <table border="1" data-bbox="1008 1385 1982 1453"> <tbody> <tr> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	110	120	130	140	150	p	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2		2				
x	110	120	130	140	150															
p	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2															
	2																			

Структурный элемент компетенции	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства												
		<table border="1" data-bbox="1010 392 1982 576"> <tr> <td>X</td> <td></td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>P</td> <td>0,1</td> <td>0,4</td> <td>0,2</td> <td>c</td> <td>0,1</td> </tr> </table> <p data-bbox="936 584 2141 740">Найти значение параметра «с». вычислить математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение случайной величины X. Построить график функции распределения и многоугольник распределения. Найти вероятность того, что случайная величина X не превосходит 5.</p> <p data-bbox="949 778 1827 810">7. Случайная величина X задана своей функцией распределения</p> $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{x-1}{2}}, & x < 1; \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{x-1}{2}}, & x \geq 1. \end{cases}$ <p data-bbox="936 1090 1962 1166">Найти плотность распределения. Построить графики функции и плотности распределения. Вычислить математическое ожидание и дисперсию.</p> <p data-bbox="1032 1201 2051 1233">8. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью:</p> $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{ax}{(1+x^2)^2}, & x \geq 0. \end{cases}$ <p data-bbox="936 1422 2107 1453">Найти значение параметра «а», функцию распределения, определить математическое</p>	X		4	6	8	10	P	0,1	0,4	0,2	c	0,1
X		4	6	8	10									
P	0,1	0,4	0,2	c	0,1									

Структурный элемент компетенции	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>ожидание, дисперсию и вероятность того, что случайная величина <math>X</math> попадает в промежуток <math>(0, 2)</math>.</p> <p><b>9.</b> Двумя методами проведены измерения одной и той же физической величины. Получены следующие результаты:</p> <p>а) в первом случае 145, 133, 143, 121, 135, 132, 133, 148, 133, 134;</p> <p>б) во втором случае 128, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 115, 120.</p> <p>Можно ли считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений, если принять уровень значимости <math>\alpha = 0,05</math> ? Предполагается, что результаты измерений распределены нормально и выборки независимы.</p>
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности	<p><b>Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. В торговую фирму поступили телефоны от двух поставщиков в отношении 1:4. Практика показала, что телефоны, поступающие от 1 – го, и 2 – го, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 88 и 92% случаев. Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телефон не потребует ремонта в течение гарантийного срока.</li> <li>2. В финал шахматного турнира вышли два равносильных шахматиста – Иванов и Петров. Что вероятнее для Иванова: выиграть 3 партии из 5 или 6 партий из 10? Какова вероятность того, что Иванов выиграет не менее 3 партий из 5? (ничьи исключены).</li> <li>3. Телефонная сеть учреждения обслуживает 200 абонентов. Вероятность того, что в течение минуты внутри этой сети кто-то кому-то позвонит, равна 0,7. Какова вероятность того, что в течение минуты будет 5 звонков? Какова вероятность того, что в течение минуты будет не более 5 звонков? Найти наивероятнейшее число</li> </ol>

Структурный элемент компетенции	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>звонков в течение минуты.</p> <p>4. Один раз брошены две игральные кости. Случайная величина <math>X</math> – сумма очков, выпавших на верхних гранях. Составить ряд распределения данной случайной величины, вычислить её математическое ожидание и дисперсию.</p> <p>5. Время <math>T</math> – расформирования состава через горку – случайная величина, подчинённая показательному закону. Пусть <math>\lambda = 5</math> - среднее число поездов, которые горка может расформировать за час. Определить вероятность того, что время расформирования поезда составит не более 0,3 часа.</p> <p>6. Выполните практические задания лабораторных работ, применяя для расчетов прикладные программы MS Excel, Statistica, Mathcad.</p> <p>7. Подготовьте ответы на вопросы: Что значит оценить генеральные параметры по выборке? Сформулируйте определение точечной оценки. Определите смещенные и несмещенные, эффективные и неэффективные, состоятельные и несостоятельные оценки генеральных параметров. Проиллюстрируйте определения геометрически. Запишите расчетные формулы для сгруппированных и несгруппированных данных: выборочного среднего (укажите его вероятностный смысл); выборочной дисперсии. Как оценить математическое ожидание по выборочной средней? Оцените дисперсию по исправленной дисперсии. Какими являются точечные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения: смещенными или нет, эффективными или неэффективными, состоятельными или несостоятельными?</p>

## **б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения запланированных результатов обучения по дисциплине за определенный период обучения (семестр) и проводится в форме экзамена

Согласно п. 40 Порядка организации и осуществления деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утв. приказом МОиН РФ от 05.04.2017 г. № 301) порядок проведения промежуточной аттестации включает в себя систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Если указанная система оценивания отличается от системы оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено» (далее – пятибалльная система), то организация устанавливает правила перевода оценок, предусмотренных системой оценивания, установленной организацией, в пятибалльную систему.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

### **Показатели и критерии оценивания экзамена:**

– на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.

– на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.

- на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
- на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.