



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭиАС
В.Р. Храмшин

13.02.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки (специальность)
09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Направленность (профиль/специализация) программы
Логика и дизайн пользовательских интерфейсов

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт энергетики и автоматизированных систем
Кафедра	Вычислительной техники и программирования
Курс	2
Семестр	3

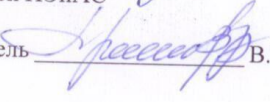
Магнитогорск
2024 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (приказ Минобрнауки России от 19.09.2017 г. № 929)


Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования
25.01.2024 г, протокол № 5

Зав. кафедрой  О.С. Логунова


Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЭиАС
13.02.2024 г. протокол № 4

Председатель  В.Р. Храмшин

Рабочая программа составлена:
ст. преподаватель кафедры ВТиП,

 Н.А.Квасова

Рецензент:
директор НИИ «Промбезопасность», д-р техн. наук

 М.Ю. Наркевич

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Вычислительной техники и программирования

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ О.С. Логунова

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Основы статистической обработки данных» являются:

ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами теории вероятностей и математической статистики,

ознакомление студентов с пакетами прикладных программ, направленными на решение вероятностных и статистических задач,

формирование компетенций, направленных на использование вероятностных и статистических методов при решении научных и прикладных задач.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Математическая статистика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Математическая логика и дискретная математика

Программирование

Информатика

Прикладная математика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Математическая логика и дискретная математика

Основа экспериментальных исследований на ЭВМ

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Математическая статистика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
ОПК-1.1	Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования
ОПК-1.2	Решает профессиональные задачи с применением методов теоретического и экспериментального исследования

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 55 акад. часов;
- аудиторная – 54 акад. часов;
- внеаудиторная – 1 акад. часов;
- самостоятельная работа – 53 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Раздел 1. Случайные события								
1.1 Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики и теории множеств. Геометрическое определение вероятности. Статистическое	3	1	3		4	Решение задач на классическое и геометрическое определения вероятности, подготовка к уст-ному опросу и АКР (ДПК-1).	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Аудиторная контрольная работа	
1.2 Булева алгебра событий. Вероятностное пространство. Аксиоматика теории вероятностей. Теоремы сложения. Незави-симые события. Условная вероятность. Теоремы умножения. формулы полной вероятности и Байеса.		1	3		4	Решение задач на свойства ал-гебры событий, подготовка к устному опросу и АКР	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Аудиторная контрольная работа	
1.3 Независимые испытания и схема Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона. Пуассоновский поток событий. Использование пакета STATISTIKA		2	3		4	Решение задач на независимые испытания и поток событий, подготовка к устному опросу и АКР. Использование пакета STATISTIKA.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Аудиторная конирольная работа	
Итого по разделу		4	9		12			
2. Раздел 2. Случайные величины								

2.1 Случайная величина как функция на вероятностном пространстве. Дискретные случайные величины. Закон распределения. Числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, начальные и центральные моменты. Вычисление дискретных законов	3	1	3		4	Решение задач на дискретные случайные величины, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
2.2 Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, числовые характеристики. Равномерное, показательное, нормальное распределения. Независимые случайные величины. Распределения χ^2 , Стьюдента, Фишера. Неравенство и теорема Чебышёва. Центральная предельная теорема. Вычисление функций и плотностей		2	6		4	Решение задач на непрерывные случайные величины, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
2.3 Многомерные случайные величины. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Условное математическое ожидание, уравнение регрессии. Вычисление коэффициента корреляции и уравнения		2	6		4	Решение задач на многомерные случайные величины, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
Итого по разделу		5	15		12			
3. Раздел 3. Математическая статистика								
3.1 Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды и их характеристики. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Работа в пакете STATISTIKA.	3	1	2		4	Изучение пакета STATISTIKA. Решение задач на нахождение выборочных характеристик, построение точечных и интервальных оценок, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта.	

3.2	Проверка статистических гипотез. Простые и сложные гипотезы. Уровень значимости. Статистические критерии. Уровень значимости и мощность критерия. Критерий Пирсона для проверки гипотезы о нормальности распределения. Работа в пакете STATISTIKA.	1	2	5	Изучение пакета STATISTIKA. Решение задач на проверку статистических гипотез, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
3.3	Дисперсионный анализ. Общая, факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких дисперсий. Работа в пакете STATISTIKA.	2	2	5	Изучение пакета STATISTIKA. Решение задач на дисперсионный анализ, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
3.4	Корреляционный анализ. Условные средние. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Интервальные оценки коэффициента корреляции. Работа в пакете STATISTIKA.	2	2	5	Изучение пакета STATISTIKA. Решение задач на корреляционный анализ, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
3.5	Одномерный регрессионный анализ. Уравнение линейной регрессии. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов. Работа в пакете STATISTIKA.	2	2	5	Изучение пакета STATISTIKA. Решение задач на одномерный регрессионный анализ, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	1. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
3.6	Многомерный регрессионный анализ. Уравнение множественной регрессии. Работа в пакете STATISTIKA.	1	2	5	Изучение пакета STATISTIKA. Решение задач на многомерный регрессионный анализ, использование пакета STATISTIKA, подготовка к устному опросу и защите ТР.	. Беседа - обсуждение 2. Проверка индивидуальных заданий 3. Устный опрос. 4. Защита типового расчёта	
Итого по разделу		9	12	29			
Итого за семестр		18	36	53		зао	
Итого по дисциплине		18	36	53		зачет с оценкой	

5 Образовательные технологии

1. Традиционные образовательные технологии, ориентированные на организацию образовательного процесса и предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к аспиранту.

Формы учебных занятий с использованием традиционных технологий:

Информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами (монолог преподавателя).

Лабораторная работа – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

2. Технологии проблемного обучения – организация образовательного процесса, которая предполагает постановку проблемных вопросов, создание учебных проблемных ситуаций для стимулирования активной познавательной деятельности аспирантов.

3. Интерактивные технологии – организация образовательного процесса, которая предполагает активное и нелинейное взаимодействие всех участников, достижение на этой основе лично значимого для них образовательного результата.

Формы учебных занятий с использованием специализированных интерактивных технологий:

Лекция «обратной связи» – лекция–провокация (изложение материала с заранее запланированными ошибками), лекция-беседа, лекция-дискуссия, лекция-конференция.

4. Информационно-коммуникационные образовательные технологии – организация образовательного процесса, основанная на применении программных сред и технических средств работы со знаниями в различных предметных областях.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: Учеб. пособие / — В.Е. Гмурман.- М.: Высшее образование, 2015. - 479 с.

2. Логунова, О.С. Теория и практика обработки экспериментальных данных на ЭВМ [Текст]. / О.С. Логунова, Е.А. Ильина и др. – Магнитогорск : Изд-во Магнитогорск. гос. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. 279 с

б) Дополнительная литература:

1. Логунова, О.С. Программные статистические комплексы: Учеб. пособие [Текст]. / О.С. Логунова, Е.Г. Филиппов, В.В.Королева, Е.А. Ильина, В.В. Павлов. – М. : Академия, 2011. – 240 с.

2. Глинский, В.В. Статистический анализ [Текст]. / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. – М. : Информационно-издательский дом «Филинь», 1998. – 264 с.

3. Дюк, В. Data mining: учебный курс [Текст]. / В. Дюк, Самойленко А. – СПб. : Питер, 2001. – 368 с.

4. Львовский, Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие для вузов [Текст]. / Е.Н. Львовский. – М. : Высшая школа, 1998. – 239 с.

5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст].

Учеб. пособие для вузов. / В.Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 1977. – 479 с.

6. Боровиков В.П. Программа STATISTICA для студентов и инженеров [Текст]. / В.П. Боровиков. – М. : КомпьютерПресс, 2001. – 301 с.

7. Чернавский, Д.С. Синергетика и информация: динамическая теория информации [Текст] / Д.С. Чернавский. – М.: Книжный дом «Диброком», 2016. 304 с.

в) Методические указания:

1. Логунова, О.С. Тестовые задания по дисциплине «Обработка экспериментальных данных на ЭВМ [Текст] / О.С. Логунова, Е.А. Ильина. – Магнитогорск : «МГТУ им. Г.И. Носова», 2007. – 12 с.

2. Логунова, О.С. Обработка экспериментальных данных на ЭВМ: электронный учебно-методический комплекс [Текст] / О.С. Логунова, Е.А. Ильина. – М. : ФГУП НТЦ «Информрегистр», 2014. – № 0321304398.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

1. Лекционная аудитория Мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

2. Компьютерный класс. Персональные компьютеры с виртуальной машиной для установки серверного ПО, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

3. Аудитории для самостоятельной работы: компьютерные классы; читальные залы библиотеки. Все классы УИТ и АСУ с персональными компьютерами, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

4. Аудиторий для групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Ауд. 282 и классы УИТ и АСУ.

5. Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и наличием доступа в электронную информационно-образовательную среду организации. Классы УИТ и АСУ.

6. Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Центр информационных технологий – ауд. 372.

Примерные задачи для усвоения текущего материала и подготовки к аудиторной контрольной работе по разделу 1 «Случайные события»

1. Номер автомобиля состоит из 3 букв и 3 цифр (используются 28 букв и 10 цифр). Найти вероятность того, что в номере случайно встреченного автомобиля все буквы и цифры различны.
2. В корзине 12 шаров, из которых 7 белых и 5 чёрных. Найти вероятность того, что в выборке из 6 шаров 4 белых и 2 чёрных.
3. У трёх стрелков вероятности попадания в мишень равны соответственно 0,6, 0,7, 0,9. Найти вероятность того, что в мишень попадут: а) все стрелки, б) хотя бы один стрелок, в) ровно один стрелок.
4. Пусть в условиях предыдущей задачи ровно два стрелка попали в мишень. Найти условную вероятность того, что среди них был первый стрелок.
5. Сборная России победила в полуфинале ЧМ и ждёт победителя другого полуфинала Англия–Франция. Вероятность победы Франции в полуфинале – 0,7. Вероятность выигрыша России у Англии – 0,6, у Франции – 0,2. Какова вероятность победы России в финале?
6. Пусть в условиях предыдущей задачи Россия победила в финале. Найти условную вероятность того, что её соперником была Франция.
7. Вероятность всхожести одного семени равна 0,7. Найти вероятность того, что из 10 семян взойдут а) 6, б) от 4 до 8, в) хотя бы 2.
8. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что из 500 семян взойдут а) ровно 340, б) от 320 до 365, в) не менее 360.
9. Имеется 2000 одинаковых приборов, вероятность быть повреждёнными при транспортировке для одного прибора равна 0,003. Найти вероятность того, повредятся а) 3 прибора, б) от 2 до 4, в) хотя бы 2.

Примерные вопросы коллоквиума по разделу 1 «Случайные события»

1. При каких условиях применяется классическое определение вероятности и в чём оно состоит?
2. При каких условиях применяется геометрическое определение вероятности и в чём оно состоит?
3. Вероятностное пространство. Алгебра событий. Перечислить аксиомы булевой алгебры. Какова связь между булевыми алгебрами событий и множеств?
4. Аксиомы теории вероятностей теоремы сложения.
5. Независимость событий, условная вероятность, теоремы умножения.
6. Формулы полной вероятности и Байеса.
7. Схема Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.

Примерные задачи для усвоения текущего материала и выполнения типового расчёта №1 по разделу 2 «Случайные величины»

1. Три стрелка по одному разу стреляют по мишени с вероятностями попадания соответственно 0,6, 0,7, 0,9. Для случайной величины X = «число попаданий в мишень» написать ряд распределений, найти математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение. Написать функцию распределения X и построить её график.
2. Вероятность попадания баскетбольного мяча в корзину равна 0,8. Мяч бросается в корзину до первого попадания, но не более 5 раз. Случайная величина X равна числу бросков. Составить ряд распределений этой случайной величины, найти её математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение. Написать функцию распределения X и построить её график.
3. В урне 8 шаров, из которых 5 белых. Из урны наудачу извлекаются 3 шара. Случайная величина X равна числу извлечённых белых шаров. Составить ряд

распределений этой случайной величины, найти её математическое ожидание, дисперсию, стандартное отклонение. Написать функцию распределения X и построить её график.

4. Семь коров пасутся на лугу площадью 10000 кв.м. Какова вероятность того, что k коров окажутся в данном квадрате площадью 2500 кв.м? ($k = 0, 1, \dots, 7$). Применить пакет STATISTIKA.

5. Дана функция распределения случайной величины $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$.

Найти плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание MX , дисперсию DX , стандартное отклонение $\sigma(X)$, вероятность того, что отклонение случайной величины от математического ожидания не превосходит стандартного отклонения $P(|X - MX| \leq \sigma(X))$.

6. Дана плотность распределения случайной величины $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{4-x^2}, & |x| \leq 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$

. Найти параметр a , функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание MX , дисперсию DX , стандартное отклонение $\sigma(X)$, вероятность того, что отклонение случайной величины от математического ожидания не превосходит стандартного отклонения $P(|X - MX| \leq \sigma(X))$.

7. Известно, что рост мужчин имеет нормальное распределение со средним 176,6 см и стандартным отклонением 7,63. Какова вероятность встретить мужчину ростом от 175 см до 185 см?

Применить пакет STATISTIKA.

8. Производятся 200 независимых испытаний с вероятностью успеха 0,6. Оценить с помощью неравенства Чебышёва вероятность того, что относительная частота успехов отклоняется от вероятности менее, чем на 20%.

9. Случайные величины X и Y независимы и заданы своими плотностями распределения:

$$f_1(x) = \begin{cases} c, & x \in [0, 2], \\ 0, & x \notin [0, 2]; \end{cases} \quad f_2(y) = \begin{cases} 5 \cdot e^{-5y}, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

Найти: $M[3X - 5Y^2 + 1]$; $D[2X - 3Y + 1]$.

10. Дана таблица, определяющая закон распределения системы случайных величин:

X	Y	20	40	60
10		$3a$	a	0
20		$2a$	$4a$	$2a$
30		a	$2a$	$5a$

Найти: параметр « a »; математические ожидания m_x, m_y ; дисперсии σ_x^2, σ_y^2 ; коэффициент корреляции r_{xy} .

11. Дана плотность распределения двумерной случайной величины (X, Y) :

$$f(x, y) = \begin{cases} a\sqrt{4-x^2-y^2}, & x^2 + y^2 \leq 4 \\ 0, & x^2 + y^2 > 4 \end{cases}. \text{ Найдти: параметр «a»}; \text{ математические ожидания}$$

m_x, m_y ; дисперсии σ_x^2, σ_y^2 ; коэффициент корреляции r_{xy} .

Примерные вопросы по защите типового расчёта №1 по разделу 2 «Случайные величины»

1. Что такое случайная величина? Чем отличаются дискретные случайные величины от непрерывных?

2. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределения. Математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонения.

3. Функция и плотность непрерывной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонения, начальные и центральные моменты.

4. Распределения: равномерное, показательное, нормальное, χ -квадрат, Стьюдента, Фишера-Снедекора.

5. Свойства нормального распределения: асимметрия, эксцесс.

6. Законы больших чисел: неравенство Чебышёва, Теорема Чебышёва, центральная предельная теорема.

7. Многомерные распределения: функция и плотность. Условное математическое ожидание. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.

Примерные задачи для усвоения текущего материала и выполнения типового расчёта №2.1 по разделу 3 «Математическая статистика»

Для изучения количественного признака X из генеральной совокупности извлечена выборка x_1, \dots, x_n объема n , имеющая данное статистическое распределение.

1). Постройте полигон частот.

2). Постройте эмпирическую функцию распределения.

3). Постройте гистограмму относительных частот.

4). Найдите выборочное среднее \bar{x} , выборочную дисперсию D_B , выборочное среднее квадратическое отклонение σ_B , исправленную дисперсию s^2 и исправленное среднее квадратическое отклонение s .

5). При данном уровне значимости α проверьте по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

б). В случае принятия гипотезы о нормальном распределении найдите доверительные интервалы для математического ожидания a и среднего квадратического отклонения σ при данном уровне надежности $\gamma = 1 - \alpha$.

x_i	9	13	17	21	25	29	33	37
n_i	5	10	19	23	25	19	12	7

Применить пакет STATISTIKA

Примерные вопросы по защите типового расчёта №2.1 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. Что такое эмпирическая функция распределения?

2. Как строятся полигон и гистограмма относительных частот?

3. Какие требования предъявляются к точечным оценкам параметров распределения (несмещённость, состоятельность, эффективность)? Как исправляется точечная оценка дисперсии?

4. Доверительный интервал, уровень надёжности.

Примерные задачи для усвоения текущего материала и выполнения типового расчёта №2.2 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. По выборке объема $n=35$ найден средний вес $\bar{x}=190$ г изделий, изготовленных на первом станке; по выборке объема $m=40$ найден средний вес $\bar{y}=180$ г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии известны: $D(X)=70\text{г}^2$, $D(Y)=80\text{г}^2$. Требуется при уровне значимости $\alpha=0,01$ проверить нулевую гипотезу $H_0: M(X)=M(Y)$ при конкурирующей гипотезе

а) $H_1: M(X) \neq M(Y)$,

б) $H_1: M(X) > M(Y)$.

2. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=15$: 143, 121, 135, 132, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 133, 148, 133, 134.

Требуется при уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 55$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы: а) $H_1: \sigma^2 \neq 55$, б) $H_1: \sigma^2 > 55$ или $H_1: \sigma^2 < 55$ в зависимости от полученного значения σ^2 .

Применить пакет STATISTIKA

Примерные вопросы по защите типового расчёта №2.2 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. Что такое статистический критерий, нулевая и конкурирующая гипотеза ошибки 1 и 2 рода, уровень значимости, мощность критерия?

2. Левостороннии, правосторонние и двусторонние критерии.

Примерные задачи для усвоения текущего материала и выполнения типового расчёта №2.3 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. Произведено по 4 испытания на каждом из трёх уровней. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями.

Номер испытания	Уровни фактора		
	F_1	F_2	F_3
i			
1	51	52	42
2	52	54	44
3	56	56	50
4	57	58	52
$X_{гр.j}$	54	55	47

2. Произведено 10 испытаний, из них по 4 на первом и втором уровне фактора и 2 – на третьем. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями.

Номер испытания	Уровни фактора		
	F_1	F_2	F_3
i			
1	40	62	92
2	44	80	76

3	48	71	
4	36	91	
$X_{грj}$	42	76	84

Применить пакет STATISTIKA

Примерные вопросы по защите типового расчёта №2.3 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. Что такое общая факторная и остаточная дисперсии?
2. Описать критерий для проверки гипотезы о равенстве средних.
3. Чем отличаются случаи одинакового и неодинакового числа испытаний на различных уровнях?

Примерные задачи для усвоения текущего материала и выполнения типового расчёта №2.4 по разделу 3 «Математическая статистика»

Найдите выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла по данным ранга объектов выборки объема $n = 10$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	7	6	5	4	1	2	3	10	8	9

Проверьте гипотезы о значимости выборочных коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, предварительно описав схему и правило проверки гипотезы.

Применить пакет STATISTIKA

Примерные вопросы по защите типового расчёта №2.4 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. Понятие о ранговой корреляции и выборочных коэффициентах ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.

Примерные задачи для усвоения текущего материала и выполнения типового расчёта №2.5 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X , используя данные пяти наблюдений. Построить точки и выборочную линию регрессии.

x	2,3	3,5	3,9	4,9	6,4
y	2,2	4,3	6,1	6,7	7,5

2. По корреляционной таблице построить эмпирические линии регрессии Y по X , X по Y и обе выборочные прямые линейной регрессии. Вычислить коэффициент корреляции и корреляционное отношение.

		1	2	3	4
$X \backslash Y$					
-2		3	2	6	4
0		3	10	10	9
2		5	8	20	20

3. Вычислите выборочные множественные и частные коэффициенты корреляции по найденным парным коэффициентам $r_{12} = 0,71$, $r_{13} = 0,28$, $r_{23} = 0,51$.

Применить пакет STATISTIKA

Примерные вопросы по защите типового расчёта №2.5 по разделу 3 «Математическая статистика»

1. Понятие о линейной регрессии.
2. Что такое коэффициент корреляции и корреляционное отношение.
2. Понятие о множественной регрессии.

Задания для оценки сформированности компетенций

Проверяемая компетенция ОПК-1

Задания:

1. По какой формуле рассчитывается выборочное среднее количественного признака?

а) $M\bar{X}=(X_1+X_2+\dots+X_n)/n$

б) $M\bar{X}=(X_1+X_2+\dots+X_n)n$

в) $M\bar{X}=(X_1+X_n)/n$

г) $M\bar{X}=(X_1+X_n)n$

2. По какой формуле рассчитывается исправленная выборочная дисперсия количественного признака?

а) $S^2=((X_1-M\bar{X})^2+(X_2-M\bar{X})^2+\dots+(X_n-M\bar{X})^2)n$

б) $S^2=((X_1-M\bar{X})^2+(X_2-M\bar{X})^2+\dots+(X_n-M\bar{X})^2)/(n-1)$

в) $S^2=((X_1-M\bar{X})^2+(X_n-M\bar{X})^2)/n$

г) $S^2=(|X_1-M\bar{X}|+(|X_2-M\bar{X}|+\dots+|X_n-M\bar{X}|)/n$

3. Что такое уровень значимости статистического критерия?

а) Вероятность попадания критерия в критическую область при справедливости альтернативной гипотезы.

б) Вероятность попадания критерия в область принятия гипотезы при справедливости основной гипотезы.

в) Вероятность попадания критерия в область принятия гипотезы при справедливости альтернативной гипотезы.

г) Вероятность попадания критерия в критическую область при справедливости основной гипотезы.

4. Доверительный интервалом, покрывающим параметр распределения a с надёжностью γ , называется:

а) Интервал $(a - \gamma, a + \gamma)$.

б) Интервал $(a - \gamma/2, a + \gamma/2)$.

в) Интервал (α, β) , в который параметр a попадает с вероятностью γ .

г) Интервал (α, β) , в который параметр a попадает с вероятностью $\gamma/2$.

5. Что такое квантиль распределения непрерывной случайной величины?

а) Значение функции распределения в некоторой точке из интервала $(0, 1)$.

б) Вероятность того, что случайная величина принимает значения, меньшие половины своего математического ожидания.

в) Вероятность того, что случайная величина принимает значения, большие половины своего математического ожидания.

г) Значение функции, обратной к функции распределения, в некоторой точке из интервала $(0, 1)$.

Критерии оценивания:

ОПК-1

0-2 правильных ответа – «неудовлетворительно»,

3 правильных ответа – «удовлетворительно»,

4 правильных ответа – «хорошо»,

5 правильных ответов – «отлично».

Приложение 2

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности		
ОПК-1.1:	Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	<p style="text-align: center;"><i>Теоретические вопросы:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Понятие о случайных событиях. Предмет теории вероятностей. 2. Классическое определение вероятности. 3. Геометрическая вероятность. 4. Статистическая вероятность. 5. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. 6. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них. 7. Теоремы сложения. 8. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. 9. Теоремы умножения. 10. Формула полной вероятности и формула Байеса. 11. Схема Бернулли. 12. Теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона. 13. Понятие случайной величины. 14. Дискретные случайные величины, их законы распределения. 15. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения и их свойства. 16. Математическое ожидание и его свойства. 17. Дисперсия и её свойства.. 18. Понятие о моментах распределения. Связь начальных и центральных моментов. 19. Мода, медиана, асимметрия и эксцесс. 20. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины. 21. Показательный закон распределения. 22. Нормальный закон распределения. Правило «трех сигм». 23. Многомерные случайные величины. Законы распределения дискретной двумерной случайной величины — условный и безусловный. 24. Функция распределения, плотность распределения непрерывных двумерных случайных величин. 25. Условные законы распределения для двумерной случайной величины. 26. Числовые характеристики одномерных составляющих многомерных случайных величин. 27. Зависимые и независимые случайные величины. 28. Корреляционный момент и его свойства. 29. Коэффициент корреляции и его свойства. 30. Понятие о законе больших чисел. Теорема Бернулли. 31. Неравенство Чебышева. 32. Теорема Чебышева и ее применения. 33. Центральная предельная теорема Ляпунова. 34. Задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. 35. Статистическое распределение. Полигон и гистограмма. 36. Эмпирическая функция распределения.

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>37. Точечные оценки неизвестных параметров распределения. Требования, предъявляемые к точечным оценкам.</p> <p>38. Выборочная средняя и дисперсия.</p> <p>39. Интервальные оценки параметров распределения.</p> <p>40. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины.</p> <p>41. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.</p> <p>42. Оценка вероятности биномиального распределения по относительной частоте.</p> <p>43. Статистические проверки статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода.</p> <p>44. Понятие о критериях проверки статистических гипотез. Критерии значимости и критерии согласия.</p> <p>45. Критическая область, уровень значимости, мощность критерия.</p> <p>46. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.</p> <p>47. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической нормальной дисперсией генеральной совокупности.</p> <p>48. Сравнение двух средних генеральных совокупностей.</p> <p>49. Сравнение выборочной средней с гипотетической нормальной средней генеральной совокупности.</p> <p>50. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события.</p> <p>51. Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении.</p> <p>52. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии.</p> <p>53. Выборочный коэффициент корреляции.</p> <p>54. Корреляционная зависимость, выборочные прямые регрессии.</p> <p>55. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.</p> <p>56. Дисперсионный анализ, сравнение средних.</p> <p>57. Понятие о множественной регрессии.</p> <p><i>Практические задания:</i></p> <p>1. Какова вероятность того, что четырехзначное число, в десятичной записи которого используются по одному разу цифры 5, 2, 3, 1, делится на 4?</p> <p>2. В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное количество денежных знаков, равна 0,0001. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено а) три ошибочно упакованных пакета, б) не более трех пакетов.</p> <p>3. В цехе работают 20 станков, из них 10 марки А, 6 марки В и 4 марки С. Вероятность того, что качество детали окажется отличным, для этих станков соответственно равна: 0,9; 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?</p> <p>4. В одном ящике 5 белых и 10 красных шаров, в другом</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства												
		<p>ящике 10 белых и 5 красных шаров. Найти вероятность того, что будет вынут хотя бы один белый шар, если из каждого ящика вынута по одному шару.</p> <p>5. Для непрерывной случайной величины задана функция распределения $F(x)$. Найдите плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Вычислите вероятность того, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания будет не более среднего квадратического отклонения. Постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$.</p> $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{x-2}, & x \leq 2, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{2-x}, & x > 2. \end{cases}$ <p>6. Для непрерывной случайной величины задана плотность распределения $f(x)$. Требуется найти параметр a, функцию распределения $F(x)$, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.</p> <p>7. Случайное отклонение размера детали от номинала распределено по нормальному закону с параметрами a и σ. Стандартными являются те детали, для которых отклонения от номинала лежат в интервале $(a - \alpha, a + \alpha)$. Запишите формулу плотности распределения и постройте график плотности распределения.</p> <p>Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее β среди них была хотя бы одна стандартная?</p> $a = 0,2, \quad \sigma = 0,1, \quad \alpha = 0,1, \quad \beta = 0,99$ <p>8. Задана плотность распределения $f(x, y)$ системы двух случайных величин (X, Y). Найдите а) коэффициент A, б) $M(X)$ и $M(Y)$, $D(X)$ и $D(Y)$, в) корреляционный момент и коэффициент корреляции r_{xy}.</p> $f(x, y) = \begin{cases} A(2x + y), & \text{в обл. } D, \\ 0, & \text{вне обл. } D. \end{cases}$ $D = \{0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2\}$ <p>9. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X, используя данные пяти наблюдений. Построить точки и выборочную линию регрессии.</p> <table border="1" data-bbox="735 1883 1481 2024"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>2,2</td> <td>3,5</td> <td>4,6</td> <td>5,9</td> <td>6,8</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>3,7</td> <td>6,7</td> <td>8,9</td> <td>10,3</td> <td>12,5</td> </tr> </tbody> </table> <p>10. По корреляционной таблице построить эмпирические линии регрессии Y по X, X по Y и обе выборочные прямые</p>	x	2,2	3,5	4,6	5,9	6,8	y	3,7	6,7	8,9	10,3	12,5
x	2,2	3,5	4,6	5,9	6,8									
y	3,7	6,7	8,9	10,3	12,5									

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства																				
		<p>линейной регрессии. Вычислить коэффициент корреляции и корреляционное отношение.</p> <table border="1" data-bbox="735 331 1482 618"> <thead> <tr> <th>у \ x</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>3</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>20</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table> <p>11. Вычислите выборочные множественные и частные коэффициенты корреляции по найденным парным коэффициентам $r_{12} = 0,68$, $r_{13} = 0,31$, $r_{23} = 0,55$.</p> <p>12. По выборке объема $n = 40$ найден средний вес $\bar{x} = 210$ г изделий, изготовленных на первом станке; по выборке объема $m = 50$ найден средний вес $\bar{y} = 190$ г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии известны: $D(X) = 65 \text{ г}^2$, $D(Y) = 85 \text{ г}^2$. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : M(X) = M(Y)$ при конкурирующей гипотезе а) $H_1 : M(X) \neq M(Y)$, б) $H_1 : M(X) > M(Y)$.</p> <p>13. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 15$: 143, 121, 135, 132, 120, 116, 115, 143, 115, 120, 138, 133, 148, 133, 134. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 55$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы: а) $H_1 : \sigma^2 \neq 55$, б) $H_1 : \sigma^2 > 55$ или $H_1 : \sigma^2 < 55$ в зависимости от полученного значения σ^2.</p> <p>Примерный перечень заданий по применению математической статистики при решении прикладных задач:</p> <ol style="list-style-type: none"> Даны среднедушевые прожиточные минимумы и средние зарплаты по регионам. а) Построить линейное уравнение парной регрессии. б) Рассчитать коэффициент корреляции. в) Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции. г) Выполнить прогноз зарплаты при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума. д) Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал. Моделирование прибыли фирмы по уравнению $y = a + bx$ привело к данным результатам. Найти показатель тесноты связи прибыли с исследуемым в модели фактором, рассчитать F-критерий Фишера. Даны среднедневной душевой доход, среднедневная зарплата работающего, средний возраст безработного. 	у \ x	1	2	3	4	-2	3	2	6	4	0	3	10	10	9	2	5	8	20	20
у \ x	1	2	3	4																		
-2	3	2	6	4																		
0	3	10	10	9																		
2	5	8	20	20																		

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>Построить уравнение множественной регрессии, рассчитать коэффициент множественной корреляции, сравнить их с коэффициентами парной корреляции, рассчитать F-критерии Фишера.</p>
ОПК-1.2	<p>Решает профессиональные задачи с применением методов теоретического и экспериментального исследования</p>	<p>Теоретические вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Какие основные модули можно выделить в пакете STATISTIKA? 2. С какой целью строятся графики в статистических исследованиях? 3. С какой целью строятся столбиковые и секторные диаграммы? 4. Какие диаграммы используются для изображения многомерных зависимостей? <p><i>Практические задания</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вероятность попадания в мишень равна 0,6. получить с помощью пакета STATISTIKA ряд распределения для биномиально распределённой дискретной случайной величины: число попаданий из 10 выстрелов. 2. С помощью вероятностного калькулятора пакета STATISTIKA найти для нормально распределённой случайной величины: рост мужчины со средним 175 и стандартным отклонением 5,4 вероятность попадания в интервал от 173 до 181. 3. В пакете STATISTIKA создать файл, содержащий сведения о цене рекламных щитов по исходным данным: длина, ширина, площадь, цена. Применить расчёт описательных характеристик. Построить диаграмму рассеяния для изучения зависимости стоимости рекламы от её площади. 4. По исходным данным построить в пакете STATISTIKA поле корреляции и выдвинуть гипотезу о форме зависимости, провести оценку параметров линейной зависимости, построить на поле корреляции регрессионные линии и доверительные области. 5. По исходным данным построить матрицу парной корреляции между факторами, провести количественную оценку параметров линейной множественной регрессии. <p><i>Применение математической статистики при решении прикладных задач:</i></p> <p>Исследовать с помощью пакета STATISTIKA реальные экономические задачи: размещение рекламных щитов, связь между доходом и занятостью, плавки различных марок стали.</p>