



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЕиС
И.Ю. Мезин

19.02.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки (специальность)
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль/специализация) программы
Открытые горные работы

Уровень высшего образования - специалитет

Форма обучения
заочная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	2

Магнитогорск
2024 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - специалитет по специальности 21.05.04 Горное дело (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 987)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики
09.02.2024, протокол № 6

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС
19.02.2024 г. протокол № 5

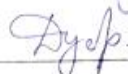
Председатель  И.Ю. Мезин

Согласовано:

Зав. кафедрой Разработки месторождений полезных ископаемых


С.Е. Гавришев

Рабочая программа составлена:
доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук

 В.В. Дубровский

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук

 Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025 - 2026 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2031 - 2032 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» являются:

ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами теории вероятностей и математической статистики,

ознакомление студентов с пакетами прикладных программ, направленными на решение вероятностных и статистических задач,

формирование компетенций, направленных на использование вероятностных и статистических методов при решении задач по сбору, обработке, анализу и обмену данными например, в геолого-промышленной оценке запасов месторождений твердых полезных ископаемых и горных отводов, при проведении анализа затрат на реализацию технологических процессов при проектировании, строительстве и эксплуатации предприятий по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых и др. Особое внимание при этом уделяется развитию цифровых компетенций при работе с информацией и обработке данных (вводные компетенции, относящиеся к технологии Big Data).

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Высшая математика

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Анализ данных

Инвестиционный анализ и управление рисками

Математическая обработка результатов измерений

Анализ точности маркшейдерских работ

Экономика предприятия

Производственный менеджмент

Теория ошибок и уравнительные вычисления

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-1.2	Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению
УК-1.3	Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 6,4 акад. часов;
- аудиторная – 6 акад. часов;
- внеаудиторная – 0,4 акад. часов;
- самостоятельная работа – 97,7 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

– подготовка к зачёту – 3,9 акад. час

Форма аттестации - зачет

Раздел/ тема дисциплины	Курс	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Случайные события								
1.1 Элементы комбинаторики. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности	1				20	Подготовка к практическому занятию; Выполнение ИДЗ № 1 "Случайные события"	Устный опрос	
1.2 Теоремы сложения и умножения. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли.					20	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 1 "Случайные события". Подготовка к контрольной работе № 1 "Случайные события"	ИДЗ № 1 "Случайные события" АКР № 1 "Случайные события"	
Итого по разделу					40			
2. Случайные величины								
2.1 Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения, функция распределения и плотность. Числовые характеристики случайных величин.	1				20	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 2 "Случайные величины"	Устный опрос	
2.2 Основные законы распределения случайных величин. Нормальный закон распределения.					20	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 2 "Случайные величины"	Тест	

2.3 Системы случайных величин				5,7	Подготовка к практическому занятию. Выполнение ИДЗ № 2 "Случайные величины". Подготовка к контрольной работе	ИДЗ № 2 "Случайные величины" АКР № 2 "Случайные величины"		
Итого по разделу				45,7				
3. Математическая статистика								
3.1 Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение, эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Использование пакета STATISTIKA	1			1	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР		
3.2 Статистические точечные и интервальные оценки параметров распределения. Методы получения статистических оценок. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Использование пакета				2	1	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР	
3.3 Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости и мощность критерия. Критерии значимости и критерии согласия Критерий согласия Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении. Использование пакета		2		1	3	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР	
3.4 Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная корреляция, коэффициент корреляции. Использование пакета				1	7	Подготовка к занятию. Выполнение РГР	Защита РГР	
Итого по разделу	2		4	12				
Итого за семестр	2		4	97,7		зачёт		
Итого по дисциплине	2		4	97,7		зачет		

5 Образовательные технологии

С целью успешного усвоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и формирования требуемой компетенции предполагается применение различных образовательных технологий, которые обеспечивают достижение планируемых результатов образования согласно основной образовательной программе. В их числе:

□ традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, лабораторные работы, контрольная работа и др. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студента в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации и проводятся в компьютерных классах университета.

□ интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

Основными формами занятий являются лекции, практические занятия, консультации, самостоятельная работа студентов.

Лекции строятся на основе сочетания информационной и проблемной составляющих, а также элементов беседы и дискуссии.

В ходе проведения лекционных занятий предусматривается:

- обсуждение задач, приводящих к тем или иным математическим понятиям;
- изложение теоретического материала в режиме диалога с целью развития критического мышления студентов и привития им исследовательских умений;
- обсуждение и систематизация теоретических вопросов темы с целью лучшего понимания их взаимосвязи и практического применения.

Практические занятия по данной дисциплине направлены на привитие навыков решения прикладных задач по каждой теме и сочетают применение методов обучения в сотрудничестве, классические контрольные и тестовые технологии.

Выбирая ту или иную технологию работы с обучающимися, необходимо иметь в виду, что наибольшего эффекта от ее применения можно достичь, если учитывать цели образования, на реализацию которых должна быть направлена избираемая технология, содержание, которое предстоит передать обучающимся с ее помощью, а также условия, в которых она будет использоваться.

Обязательным является организация образовательного процесса с применением специализированных программных сред и технических средств работы с информацией (информационная среда университета MOODYS MOODLE, работа с прикладными пакетами STATISTICA и EXCEL).

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Коган, Е. А.. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е. А. Коган, А. А. Юрченко. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 250 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-014235-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1052969> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 271 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9888-7. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451059> (дата обращения: 26.06.2022).

б) Дополнительная литература:

1. Ананьевский, С. М. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб:СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/940734> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

2. Березинец, И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике / И. В. Березинец ; Высшая школа менеджмента СПбГУ. — 9-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Высшая школа менеджмента, 2013 — 163 с. - ISBN 978-5-9924-0088-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/492718> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

3. Бычков, А. Г. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и методам оптимизации : учеб. пособие / А.Г. Бычков. — Москва : Форум : ИНФРА-М, 2019. — 192 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-00091-566-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/961820> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

4. Джабраилов, А. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебно-методическое пособие / Джабраилов А.Ш. - Волгоград:Волгоградский государственный аграрный университет, 2017. - 72 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1007877> ((дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

5. Корчагин, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : практикум / В. В. Корчагин, С. В. Белокуров, Р. В. Кузьменко. - Воронеж : Воронежский институт ФСИН России, 2019. - 162 с. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1086219> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

6. Постовалов, С. Н. Математическая статистика : конспект лекций / С. Н. Постовалов, Е. В. Чимитова, В. С. Карманов. - Новосибирск : НГПУ, 2014. - 140 с. - ISBN 978-5-7782-2531-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/546037> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

7. Практикум по теории вероятностей: случайные события и величины / Ю.А. Костиков, А.В. Мокряков, В.Ю. Павлов и др. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 63 с. ISBN 978-5-16-103255-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/515183> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

8. Сапожников, П. Н. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах : учебное пособие / П. Н. Сапожников, А. А. Макаров, М. В. Радионова. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2020. - 496 с. - ISBN 978-5-906818-47-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027404> (дата обращения: 25.06.2022).

9. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Матвеев В.И., - 2-е изд. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 289 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011793-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/370899> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

10. Элементы теории вероятностей и математической статистики: Учебное пособие / Гулай Т.А., Долгополова А.Ф., Жукова В.А. - Ставрополь:Сервисшкола, 2017. - 116 с.: ISBN. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/977002> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

11. Хуснутдинов, Р. Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Хуснутдинов Р.Ш. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 205 с. (Высшее образование: Бакалавриат) (Обложка. КБС)ISBN 978-5-16-009520-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1002159> (дата обращения: 25.06.2022). – Режим доступа: по подписке.

в) Методические указания:

1. Гугина Е.М. Лабораторный практикум по статистике с применением EXCEL: Метод. указ. для лабораторных работ по математической статистике.- Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2009 – 40 с.

2. Максименко, И.А. События и вероятность. Часть 2: Метод. указ. - Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ им. Г.И. Носова», 2010. – 25 с.

3. Савушкина Н.Ф. Комбинаторика. Событие и вероятность. Часть I: Комбинаторика. Алгебра событий: Метод. указания по дисциплине «Математика» для студентов I курса всех специальностей. – МГТУ, 2007. – 17 с.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
MS Office 2007 Professional	№ 135 от 17.09.2007	бессрочно
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно
STATISTICA в.6	К-139-08 от 22.12.2008	бессрочно
MathCAD v.15 Education University Edition	Д-1662-13 от 22.11.2013	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Российская Государственная библиотека. Каталоги	https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/

Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://host.megaprolib.net/MP0109/Web
Международная база полнотекстовых журналов Springer Journals	http://link.springer.com/

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа Доска, мультимедийные средства хранения, передачи и представления информации

Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Доска, мультимедийный проектор, экран

Комплекс методических разработок (раздаточного материала и методических указаний) и/или комплекс тестовых заданий для подготовки и проведения промежуточных и рубежных контролей

Помещения для самостоятельной работы учащихся Персональные компьютеры с пакетом MSOffice, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

По дисциплине «Математика» предусмотрена аудиторная и внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся.

Аудиторная самостоятельная работа студентов предполагает решение задач на практических занятиях.

Примерные варианты расчетно-графических работ (РГР):

РГР № 1. «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии в приложениях к прикладным задачам добывающей промышленности»

Задание №1 (уровень компетенции – «знать», «уметь»). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

Задача 1. Найдите произведение матриц

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \\
 3) \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad 4) \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot (4 \ 2 \ 0),
 \end{array}$$

$$5) \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad 6) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Вычислите определители

$$1) \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}, \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 5 & 10 & -1 \\ 0 & 4 & 7 \end{vmatrix}, \quad 3) \begin{vmatrix} 11 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 6 \\ -2 & -7 & 2 \end{vmatrix},$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 14 & -8 \\ 5 & 0 & -4 \\ 2 & -7 & 2 \end{vmatrix}, \quad 5) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

Задача 3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите

1) A_{12} , 2) A_{24} , 3) $\det A$, 4) придумайте самостоятельно определитель 6-го порядка и также вычислите его.

Задача 4. Найдите обратные для матриц

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad 3) A = \begin{pmatrix} 2.1 & -3.4 & 5.2 \\ -5.8 & 6.7 & 8.1 \\ 6.3 & 3.2 & 4.1 \end{pmatrix}$$

и проверить, что $AA^{-1} = E$.

Задача 5. Решите систему а) матричным способом и

б) по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -7, \\ 3x + 2y + 5z = 6, \\ 4x + 3y + z = 1. \end{cases}$$

Задача 6. Решите системы методом Гаусса, указывая в каждом случае ранги матриц A и (A/B) . В однородных системах выпишите фундаментальную систему решений там, где она есть.

$$1. \begin{cases} 2x + 4y + 3z = 5, \\ -x + 2z = -3, \\ 6x + 5y + z = 21. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 3x + 7y - 3z = 14, \\ x + 3y + 4z = 2, \\ 2x + 8y + 23z = -4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 3y - 2z = 5, \\ 2x + 5y - 4z = 8, \\ 4x + 11y - 8z = 3. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x + 2y + z = 0, \\ -x + 3y + z = 0, \\ 2x + 5y + 3z = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3.4x + 5.3y + 6.1z = 9.2 \\ 6.4x + 2.5y + 8.1z = 3.4 \\ 7.2x + 6.2y + 6.9z = 8.2 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 10x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 - 8x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача 7. Определить тип и построить линию на плоскости и поверхность в пространстве:

А) $x^2 - 9y^2 + 2x + 18y + 73 = 0$,

Б) $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 7 = 0$,

В) $y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$.

Г) Определить тип поверхности и построить:

1. $z = 4 - x^2$; 2. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$; 3. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} = 1$; 4. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = -1$; 5. $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25}$; 6. $x^2 - y^2 = z$.

Задача 8. Постройте кривую в полярной системе координат по точкам с шагом $\Delta\varphi = \frac{\pi}{8}$
 $\rho = 4 + 2\cos 2\varphi$.

Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)

1. Предприятие выпускает m видов изделий с использованием k видов сырья. Нормы расхода сырья для производства единицы продукции каждого вида даны матрицей $A_{m \times k}$. Стоимость единицы сырья задана матрицей C . Найти затраты каждого вида сырья при заданном плане выпуска Q и суммарные затраты на сырье. Представить результаты с помощью матриц A, C, Q .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = (2 \quad 3 \quad 1 \quad 5) \quad Q = (200 \quad 350 \quad 100).$$

2. Имеется n отраслей промышленности, каждая из которых производит свою продукцию. Часть ее идет на внутрипроизводственное потребление данной отраслью и другими отраслями, а другая Y (конечный продукт) предназначена для личного и общественного потребления. Пусть x_i – общий (валовой) объем продукции i -й отрасли ($i = \overline{1, n}$); x_{ij} – объем продукции i -й отрасли, потребляемой j -й отраслью в процессе производства ($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$).

В таблице задан баланс n отраслей промышленности за некоторый промежуток времени.

Построить матрицу прямых затрат $A=(a_{ij})_{m \times n}$, где a_{ij} – коэффициенты прямых затрат (доли продукции i -й отрасли, идущих на производство единицы продукции j -й отрасли) и выяснить, является ли она продуктивной. Найти матрицу полных затрат. Найти X_1 – объем валовой продукции каждой отрасли, если конечный продукт должен быть Y_1 . Указать необходимый процент увеличения валовой продукции по каждой отрасли.

Отрасли	Потребление	Валовой	Конечный
---------	-------------	---------	----------

	1	2	3	выпуск X	продукт Y_1
3. 1	4. 5	5. 10	6. 15	7. 100	8. 60
9. 2	10. 10	11. 10	12. 20	13. 100	14. 80
15. 3	16. 15	17. 5	18. 10	19. 50	20. 30

3. Фирма «Союз» обеспечивает доставку видео- и аудиокассет с четырёх складов, расположенных в разных точках города, в четыре магазина. Запас кассет, имеющихся на складах, объёмы заказов магазинов и тарифы на доставку представлены в таблице.

Склады	Магазины				Запасы, тыс. шт.
	№1	№2	№3	№4	
Склад №1	2	6	4	3	120
Склад №2	5	1	9	2	240
Склад №3	3	2	2	6	80
Склад №4	4	5	10	3	60
Заказы, тыс. шт.	190	170	110	30	

Определите объёмы перевозок, обеспечивающие фирме минимальные затраты.

РГР №2 «Методы дифференциального исчисления функции одной и многих переменных при решении задач прикладного характера»

Задание №1 (знания и умения). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти производные и дифференциалы первого порядка

1) $y = \frac{7 \cos x}{5x + 1}$,

2) $y = (2 + 5x)^4 - 3 \cos 7x$,

3) $y = \frac{7}{3} - 4x \cdot \arcsin x$,

4) $y = (\cos x)^{\lg x}$.

2. Найти производную функции, заданной неявно

$$e^y - 5xe^x - 2xy + 11 = 0.$$

3. Найти производную функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = 3 \cos t - 5, \\ y = 4t^3 + 5. \end{cases}$$

4. Найти производные первого порядка функции $y = x^2 e^{2x}$.

5. Найдите $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ функций: а) $\begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2; \end{cases}$ б) $y = 5\sqrt{x}$.

6. Напишите уравнение касательной к параболе $y = x^2 - 4x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$. Постройте график и касательную.

7. Постройте график данной функции. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке: $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$, $x \in [-2; 2]$.

8. Постройте график функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$ и исследуйте её на экстремум.

9. Постройте график функции и укажите по графику её асимптоты: $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$.

10. Проведите полное исследование функции с помощью построенного предварительно графика $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$.

11. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задается уравнением $s = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3$, где s — путь в м, а t — время в с. Вычислите ее скорость и ускорение в момент времени $t = 4$ с.

Функции нескольких переменных:

1. Построить функцию, выяснив её область определения $z = \frac{\ln(1-x^2-y^2)}{1-\sqrt{y}}$.

2. Найти значения частных производных функций в заданной точке:

А) $z = x^{\frac{1}{y}}$ (1;1) Б) $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ (1;1).

3. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, если $u = xy + \sin(x+y)$.

4. Вычислить приближённо $\sqrt{5 \cdot e^{0,02} + 2,03^2}$.

5. Построить поверхность. Найти экстремумы функции $z = x^2 + 2y^2 - 4x - 6y + 2$.

6. Найти экстремальное значение функции $z = 2x + y - y^2 - x^2$ при условии $x + 2y = 1$.

7. Найти наибольшее значение функции в заданной области:

А) $z = x - 2y + 5$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1; \end{cases}$ Б) $z = \ln(x^2 + y^2)$ $\begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$

Задание №2 (уровень компетенции «владение» - КЕЙСОВЫЕ ЗАДАНИЯ для групп)

1. Завод выпускает спичечные коробки. Расходы на производство одного коробка 1 руб, а цена продажи равна 5 руб. Сколько нужно производить коробков, чтобы прибыль была наибольшей, если t работников завода может производить в месяц $N = -(t-10)^2 + 500$ коробков.
2. Расходы на производство y автомобилей составляют $Q = 0,5y^2 + y + 7$ миллионов рублей в месяц. Если продавать каждый автомобиль за S тысяч рублей, то при продаже всех произведенных за месяц автомобилей завод получит доход $S \cdot y$, а заработает на этом прибыль (доходы минус расходы) $- S \cdot y - Q$. Какую наименьшую цену продажи S нужно установить, чтобы за 3 месяца завод получил прибыль 75 миллионов рублей?
3. В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,2 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов

сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

(Источник: https://shkolkovo.net/catalog/slozhnye_zadachi_prikladnogo_haraktera_naibolshego_na_imenshego_znacheniya_velichiny/page-2)

© shkolkovo.net)

4. Решить графическим методом задачу на нахождение оптимального значения функции (плана добычи полезных ископаемых):

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

5. Задана таблица значений x и y и указан вид зависимости $y = f(x, a, b)$.

Найдите параметры a и b , используя метод наименьших квадратов.

$$f(x, a, b) = ax^2 + b$$

x	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
y	2,3	2,5	5,8	9,8	10,6

РГР №3 «Методы интегрального исчисления при решении прикладных задач»

Задание (уровень компетенции – «знать», «уметь»). При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

- 1). Вычислить неопределенные интегралы

$$\begin{aligned} & 1. \int \left(\frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}}{5} + 1 \right) dx \quad 2. \int \left(\frac{2}{3+x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x^2-3}} \right) dx \quad 3. \int \left(\frac{3}{\sqrt{2-7x}} - \frac{4}{\sin\left(\frac{2x}{5}-1\right)} \right) dx \\ & 4. \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 6}{\sin^2 x} dx \quad 5. \int x(3x^2+1)^4 dx \quad 6. \int \frac{2x-1}{x^2+2x+10} dx \quad 7. \int \sqrt{1-e^x} e^x dx \\ & 8. \int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx, \quad 9. \int x e^{-3} dx, \quad 10. \int \frac{dx}{x(x^2+1)}, \quad 11. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}}, \\ & 12. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}, \quad 13. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x-1}}. \end{aligned}$$

- 2) Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx. \quad 2. \int_2^{\pi} \ln \sin x dx \quad 3. \int_3^5 \frac{x^2 - 3x + 7}{x^4 + 7x^2 + 8} dx, \quad 4. \int_1^{\infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^4 + 8x^2 + 9} dx.$$

3). Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1) $3x - y = 4, y^2 = 6x$

2) $r = \cos 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$

3) $\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t; \end{cases} \quad y = 3(y \geq 3).$

4). Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

1) $y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$

2) $\rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$

3) $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ x = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$

5). Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций $x = 3 - y^2, x = y^2 + 1$

РГР №4 «Дифференциальные уравнения»

Задание. При решении задач, воспользуйтесь одним из прикладных пакетов (Mathcad, Microsoft Excel, WolframAlpha Mathematica или др.).

Результат оформите в виде скриншотов страниц с вычислениями в Google Документе (пришлите ссылку преподавателю, в элементе «Задание» на образовательном портале или на доске Miro)

1. Найти общий интеграл или общее решение дифференциального уравнения первого порядка (в примерах г), д) решить задачу Коши):

1) $\sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0, \quad 2) 20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx, \quad 3)$

$$y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy},$$

4) $\begin{cases} y' - y \cos x = \sin 2x \\ y(0) = -1 \end{cases}, \quad 5) \begin{cases} xy' + y = xy^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}, \quad 6) \frac{y}{x^2} dx - \frac{xy+1}{x} dy = 0.$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1) $y'''x \ln x = y'', \quad 2) (1+x^2)y'' + 2xy' = 12x^2.$

3. Найти решение задачи Коши: $\begin{cases} y'' = 2 \sin^3 y \cos y \\ y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1 \end{cases}.$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения (и если задано- решить задачу Коши):

1) $y'' - 2y' + y = xe^{-x}, \quad 2) y'' + 4y' + 5y = x^2$

3) $y''' - 4y'' + 5y' = 6x^2 + 2x - 5, \quad 4) y''' + 2y'' - 3y' = (8x+6)e^x,$

5) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(\cos x + 3\sin x), \quad 6) y''' - 64y' = 128 \cos 8x - 64e^{8x},$

7) $\begin{cases} y'' + y = 1/\sin x \\ y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = \pi/2 \end{cases} \quad 8) y' = y^3 x^2, y(0) = 3.$

5. Решите систему ДУ первого порядка двумя способами - подстановки и методом Эйлера

$$\begin{cases} y' = 2x - 5y + e^t \\ x' = y - 6x + e^{-2t} \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий		
УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	<p>Знает возможности прикладных сервисов и пакетов для математического моделирования и решения задач прикладного характера средствами (методами) алгебры, геометрии и математического анализа. Для достижения индикатора:</p> <ul style="list-style-type: none"> -знает основные определения и понятия алгебры, геометрии и математического анализа, используемые для отбора и обработки данных в соответствии с поставленной прикладной задачей; - воспроизводит основные математические модели: распознает математические объекты; понимает связь между различными математическими объектами, позволяющими смоделировать и решить задачу. <p>Оценочные средства достижение индикатора:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Расчетно-графические работы (РГР) по разделам курса (примерные варианты РГР представлены в Приложении 1). - Вопросы для самопроверки и подготовки к защите РГР (представлены в Приложении 1): <ol style="list-style-type: none"> 1. Формулировки основных теорем (свойств, признаков изучаемых понятий, необходимые и достаточные условия) в изучаемых разделах курса, 2. Методы раскрытия неопределенностей, выяснения непрерывности функции одной переменной, 3. Алгоритм приближенного вычисления функции с помощью дифференциала; написания уравнения касательной прямой (плоскости). 4. Алгоритм полного исследования функции. 5. Алгоритм нахождения экстремума функции одной и многих переменных. 6. Методы выяснения классов интегрируемых функций, а также методы интегрирования основных классов функций. 7. Основные приложения определенных интегралов. 8. Способы выяснения сходимости несобственных интегралов. <ul style="list-style-type: none"> - Представить обзор сервисов, цифровых инструментов для

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>визуализации, изучения свойств, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной алгебры и математического анализа</p> <p>– результат (скриншоты или ...?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.</p>
УК-1.2	<p>Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников, определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению</p>	<p>- использует ресурсы интернета для просмотра, поиска, отбора, визуализации и анализа данных (открытые базы данных, порталы и сайты, напр. Росстат, TAdviser и др.).</p> <p><i>Оценочные средства достижение индикатора:</i></p> <p>Примерный вариант задания:</p> <p>1) Изучить (узнать) возможности сервисов, цифровых инструментов</p> <p>1.1. для визуализации, анализа прикладных задач, решаемых средствами линейной и векторной алгебры (напр., транспортной задачи, задачи ЛП – графический метод),</p> <p>1.2. для визуализации, изучения свойств кривых и поверхностей 2-го порядка (напр., WolframAlpha и др.)</p> <p>1.3. и т.д. (в каждом разделе курса – для решения конкретных междисциплинарных прикладных задач)</p> <p>2) Результат (скриншоты или ...?) представить как ответ на задание в Moodle, или в Google документе, или на доске Miro.</p>
УК-1.3	<p>Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов; строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения</p>	<p>Умеет решать задачи предметной области: выбирать метод и алгоритм для решения конкретной задачи, аргументировать свой выбор; строить простейшие математические модели реальных процессов и ситуаций; применять компьютерные математические программы для решения задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> - обладает навыками отбора и обработки информации, - навыками и методиками обобщения результатов решения задач на основе теоретических положений высшей математики <p>Примерные задания</p> <p>Задание 1. Для производства двух видов изделий А и В используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия А используется 3 часа работы оборудования первого вида, 4 часа работы оборудования второго вида и 5 часов часа работы оборудования третьего вида. Для единицы изделия В – используется 6, 3 и 2 часа соответственно.</p> <p>Существуют ограничения на использование оборудования первого вида – 102 часа в месяц, на использование оборудования второго вида – 91 час в месяц и на использование оборудования третьего вида – 105 часов в</p>

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции	Оценочные средства
		<p>месяц. Цена реализации единицы готового изделия А составляет 7 у.е., изделия В – 9 у.е. Составьте план производства изделий А и В на месяц, обеспечивающий максимальную выручку от их реализации. Решить задачу с помощью средств MS Excel. . Выяснить, время работы какого оборудования исчерпано не полностью, в каких пределах может меняться время использования всех трех видов оборудования, что бы «ценность» этого ресурса оставалась прежней. В каких пределах можно изменять цены готовых продуктов А и В, что бы план их производства остался прежним. Проверить целесообразность введения в план производства еще одного изделия С, с затратами на единицу продукции 2, 3, 5 часов работы оборудования первого, второго и третьего видов соответственно, если цена реализации составит 8 у.е. Задание 2. Решить транспортную задачу по перевозке песка с трех карьеров на четыре строительных площадки. В день каждый карьер производит 120, 80 и 100 тонн песка, на стройплощадки требуется 85, 65, 90 и 60 тонн соответственно. Известны расстояния между заводами и площадками в километрах:</p> $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 15 & 9 \\ 11 & 2 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 8 \end{pmatrix}$ <p>Определить оптимальный план перевозок, минимизирующий общий километраж перевозок. Задание 3. При построении висячего моста через речку «Тихая» и выяснении надежности сооружения, студенты стройотряда столкнулись с решением следующей задачи: Трос, подвешенный за два конца на одинаковой высоте, имеет форму дуги параболы. Расстояние между точками крепления равно 24 м. Глубина прогиба троса на расстоянии 3 м от точки крепления равна 40 см. Определить глубину прогиба троса посередине между креплениями.</p>

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

2. Проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Высшая математика» проводится в форме экзамена и включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме экзамена.

Экзамен по данной дисциплине проводится в устной форме по экзаменационным билетам, каждый из которых включает 2 теоретических вопроса и одно практическое задание.

Показатели и критерии оценивания экзамена:

- на оценку **«отлично»** – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенции УК-1, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
- на оценку **«хорошо»** – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенции УК-1: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
- на оценку **«удовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенции УК-1: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
- на оценку **«неудовлетворительно»** – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач или не может показать знания даже на уровне воспроизведения и объяснения информации.