



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИИИ
Ю.В.Сомова

03.02.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ**

Направление подготовки (специальность)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль/специализация) программы
Математическое моделирование и цифровые двойники

Уровень высшего образования - магистратура

Форма обучения
очная

Институт/ факультет	Институт естествознания и стандартизации
Кафедра	Прикладной математики и информатики
Курс	1
Семестр	2

Магнитогорск
2025 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 13)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

14.01.2025, протокол № 5

Зав. кафедрой  Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИИИС
03.02.2025 г. протокол № 3

Председатель  Ю.В. Сомова

Рабочая программа составлена:
профессор кафедры ПМИИ, д-р физ.-мат. наук  С.И.
Кадченко

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук  Д.М. Долгушин

Лист актуализации рабочей программы

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от ____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от ____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____ Ю.А. Извеков

1 Цели освоения дисциплины (модуля)

Формирование способностей разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности

2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Дополнительные главы уравнений математической физики входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дисциплина Дополнительные главы уравнений математической физики входит в обязательную часть учебного плана образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Дополнительные главы функционального анализа

Методология и методы научного исследования

Методы решения экстремальных задач

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Учебная - научно-исследовательская работа

Математическое моделирование

Современные численные методы математической физики

Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины (модуля) «Дополнительные главы уравнений математической физики» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Код индикатора	Индикатор достижения компетенции
ОПК-3	Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности

4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 35,9 акад. часов;
- аудиторная – 34 акад. часов;
- внеаудиторная – 1,9 акад. часов;
- самостоятельная работа – 108,1 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет с оценкой

Раздел/ тема дисциплины	Семестр	Аудиторная контактная работа (в акад. часах)			Самостоятельная работа студента	Вид самостоятельной работы	Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	Код компетенции
		Лек.	лаб. зан.	практ. зан.				
1. Фундаментальные решения для дифференциальных операторов второго порядка: волнового, теплопроводности, Лапласа, Гельмгольца								
1.1 Фундаментальные решения для дифференциальных операторов второго порядка волнового типа	2	2	4		7	Составление конспектов.	Проверка конспектов	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
1.2 Фундаментальные решения для дифференциальных операторов второго порядка гиперболического типа		2	4		5,6	Составление конспектов.	Проверка конспектов.	ОПК-3.2, ОПК-3.3
1.3 Фундаментальные решения для дифференциальных операторов второго порядка: Уравнения Лапласа, Гельмгольца		2	4		5	Выполнение ИДЗ.	Проверка ИДЗ.	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу		6	12		17,6			
2. Обобщенная задача Коши для уравнения теплопроводности. Тепловой потенциал								
2.1 Обобщенная задача Коши для уравнения теплопроводности	2	2	4		14	Составление конспектов.	Проверка конспектов.	ОПК-3.2, ОПК-3.3
2.2 Тепловой потенциал		2	4		12	Создание презентации	Защита презентации	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу		4	8		26			
3. Обобщенно-гармонические функции. Слабые решения. Существование слабых решений для задачи Дирихле								

3.1 Обобщенно-гармонические функции	2	2	4		12	Составление конспектов	Проверка конспектов	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
3.2 Слабые решения. Существование слабых решений для задачи Дирихле		2	4		11	Создание презентации	Защита презентации	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
Итого по разделу		4	8		23			
4. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений гиперболического и параболического типа								
4.1 Обобщенные решения смешанных задач для уравнений гиперболического типа	2	2	4		11,5	Составление конспектов.	Проверка конспектов.	ОПК-3.1, ОПК-3.2, ОПК-3.3
4.2 Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического типа		1	2		13	Обзор литературы. Презентация по теме.	Защита презентации.	ОПК-3.1, ОПК-3.3, ОПК-3.2
Итого по разделу		3	6		24,5			
Итого за семестр		17	34		91,1		зао	
Итого по дисциплине		17	34		91,1		зачет с оценкой	

5 Образовательные технологии

При проведении занятий и организации самостоятельной работы студентов используются:

- Традиционные технологии обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: лекция-изложение, лекция-объяснение, практические работы, контрольная работа и др.. Использование традиционных технологий обеспечивает ориентирование студентов в потоке информации, связанной с различными подходами к определению сущности, содержания, методов, форм развития и саморазвития личности; самоопределение в выборе оптимального пути и способов личностно-профессионального развития; систематизацию знаний, полученных студентами в процессе аудиторной и самостоятельной работы. Практические занятия обеспечивают развитие и закрепление умений и навыков определения целей и задач саморазвития, а также принятия наиболее эффективных решений по их реализации

- Интерактивные технологии обучения, предполагающие организацию обучения как продуктивной творческой деятельности в режиме взаимодействия студентов друг с другом и с преподавателем.

6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Представлено в приложении 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Представлены в приложении 2.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 375 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-03041-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437563>.

2. Полянин, А. Д. Уравнения и задачи математической физики в 2 ч часть 1 : справочник для академического бакалавриата / А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 261 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01644-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437082>.

б) Дополнительная литература:

1. Полянин, А. Д. Нелинейные уравнения математической физики и механики. Методы решения: учебник и практикум для академического бакалавриата / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев, А. И. Журов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 256 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02317-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437088>.

в) Методические указания:

1.1. Практикум по курсу "Уравнения математической физики" [Электронный

ресурс] : методические указания / [сост.: О. А. Торшина]; МГТУ. - [2-е изд., подгот. попеч. изд. 2012 г.]. - Магнитогорск : МГТУ, 2016. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Режим доступа: <https://magtu.informsystema.ru/uploader/fileUpload?name=2668.pdf&show=dcatalogues/1/1131371/2668.pdf&view=true>. - Макрообъект.

г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Программное обеспечение

Наименование ПО	№ договора	Срок действия лицензии
7Zip	свободно распространяемое	бессрочно
Браузер Mozilla Firefox	свободно распространяемое ПО	бессрочно
Браузер Yandex	свободно распространяемое	бессрочно
Linux Calculate	свободно распространяемое	бессрочно

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Название курса	Ссылка
Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова	https://host.megaprolib.net/MP0109/Web
Российская Государственная библиотека. Каталоги	https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/
Поисковая система Академия Google (Google Scholar)	URL: https://scholar.google.ru/
Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)	URL: https://elibrary.ru/project_risc.asp

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, вы-ходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Приложение 1

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Раздел/ тема дисциплины	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы контроля
1. Функциональные пространства и задачи теории приближений	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой.	30,1	Защита реферата, презентация.
2. Линейные операторы и функционалы	Конспектирование текста учебника для освоения новых знаний.	30	Защита реферата, презентация.
3. Итерационные методы решения операторных уравнений	Работа над учебным материалом с основной и дополнительной литературой.	48	Защита реферата, презентация.
Итого по разделу		108,1	

Список рефератов по дисциплине

1. Задачи о наилучшем приближении. Ортогональные разложения и ряды Фурье в гильбертовом пространстве.
2. Некоторые экстремальные задачи в нормированном и гильбертовом пространствах.
3. Многочлены Чебышева и их свойства. Многочлены, наименее отклоняющиеся от нуля.
4. Линейные операторы в банаховых пространствах. Обратные операторы. Линейные операторные уравнения.
5. Спектр и спектральный радиус оператора. Условия сходимости ряда Неймана. Теорема о возмущениях.
6. Сопряженные, самосопряженные и симметричные операторы.
7. Компактные (вполне непрерывные) операторы в гильбертовом пространстве.
8. Пространство Соболева. Теоремы вложения.
9. Уравнения метода композиций.
10. Общая теория итерационных методов. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация.
11. Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы.
12. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод.
13. Чебышевские итерационные методы для уравнений с симметризуемыми операторами.
14. Блочный чебышевский метод, итерационный метод решения уравнений метода композиций.
15. Метод спуска.

Темы для обсуждения.

1. Определение метрических пространств. Примеры.
2. Открытые и замкнутые множества. Всюду плотные и совершенные множества.
3. Сходимость. Непрерывные отображения.
4. Компактность.
5. База топологии пространств.
6. Определение топологических пространств. Хаусдорфово топологическое пространство. Примеры.
7. Метрические и топологические пространства.
8. Линейные операторы. Пространство операторов.
9. Банаховы пространства.
10. Выпуклые множества, функционал Минковского.
11. Линейные топологические пространства. Теорема А.Н. Колмогорова.
12. Принцип равномерной ограниченности.
13. Теорема об обратном операторе. Принцип открытости отображений.

14. Продолжение операторов и функционалов. Принцип продолжения Банаха – Хана.
15. Компактные множества, слабая компактность.
16. Теория мер.
17. Измеримые функции.
18. Интеграл Лебега.
19. Геометрия гильбертова пространства. Базисы гильбертова пространства.
20. Ортогональные разложения в гильбертовом пространстве.
21. Биортогональные последовательности.
22. Сопряженные операторы. Вполне непрерывные операторы.
23. Спектр оператора. Симметричные операторы.
24. Вполне непрерывные операторы. Спектральная теорема.
25. Теорема о следе для операторов в σ -мерном пространстве.
26. Ядерные операторы.
27. Теорема о следе для ядерного оператора.
28. Следы дифференциальных операторов.
29. Следы дискретных операторов.

Литература

1. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика: Учеб. пособие. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 296 с. – ISBN 5-9221-0092-0.
2. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 1969. – 448.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1976. – 544.

Приложение 2

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
ОПК –3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности		
ОПК-3.1	Разрабатывает математические модели и производит их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	<i>Перечень теоретических вопросов</i> 1. Пространство линейных операторов. 2. Спектр и спектральный радиус. 3. Линейные функционалы. 4. Теорема Рисса. 5. Теорема Хана-Банаха. 6. Собственные значения и собственные функции самосопряженных симметричных операторов. 7. Квадратичные функционалы. 8. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов. 9. Общая теория итерационных методов. 10. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация. 11. Метод спуска. 12. Метрические пространства. 13. Компактные множества в метрических пространствах. 14. Принцип сжатых отображений. 15. Линейные пространства. 16. Нормированные, банаховы пространства. 17. Линейные операторы в банаховых пространствах. 18. Пространство линейных операторов. 19. Спектр и спектральный радиус. 20. Линейные функционалы. 21. Теорема Рисса. 22. Теорема Хана-Банаха.
ОПК-3.2	Составляет и оформляет отчеты, выполняет требования нормоконтроля по результатам профессиональной деятельности	<i>Практические задания</i> Решать задачи по темам: 1. Задачи о наилучшем приближении. 2. Ортогональные разложения и ряды Фурье в гильбертовом пространстве. 3. Метрические пространства. 4. Некоторые экстремальные задачи в нормированном и гильбертовом пространствах. 5. Нормированные, банаховы пространства. 6. Линейные операторы в банаховых пространствах. 7. Пространство линейных операторов. 8. Собственные значения и собственные функции самосопряженных симметричных операторов.

Структурный элемент компетенции	Планируемые результаты обучения	Оценочные средства
		8. Квадратичные функционалы. 9. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов.
ОПК-3.3	Выполняет обзоры научной информации, подготавливает публикации по теме профессиональной деятельности	<i>Задания на решение задач из профессиональной области, комплексные задания</i> 1. Чебышевские одношаговые (двучленные) итерационные методы. 2. Чебышевский двухшаговый (трехчленный) итерационный метод. 3. Чебышевские итерационные методы для уравнений с симметризуемыми операторами. 4. Блочный чебышевский метод, итерационный метод решения уравнений метода композиций. 5. Метод спуска. 6. Общая теория итерационных методов. 7. О существовании сходящихся итерационных методов и их оптимизация. Подготовка презентации и публичная защита реферата

б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:

Промежуточная аттестация по дисциплине включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень усвоения обучающимися знаний, и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и владений, проводится в форме зачета с оценкой.

Показатели и критерии оценивания:

- на оценку **«отлично»** (5 баллов) – обучающийся демонстрирует высокий уровень сформированности компетенций, всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, свободно выполняет практические задания, свободно оперирует знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
 - на оценку **«хорошо»** (4 балла) – обучающийся демонстрирует средний уровень сформированности компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
 - на оценку **«удовлетворительно»** (3 балла) – обучающийся демонстрирует пороговый уровень сформированности компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков, обучающийся испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
 - на оценку **«неудовлетворительно»** (2 балла) – обучающийся демонстрирует знания не более 20% теоретического материала, допускает существенные ошибки, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
 - на оценку **«неудовлетворительно»** (1 балл) – обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач.
- оценка «зачтено» ставится при наборе учащимся от 3 до 5 баллов