



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И.  
Носова»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор ИЕиС  
Ю.В. Сомова

03.02.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ**

Направление подготовки (специальность)  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль/специализация) программы  
Математика и физика

Уровень высшего образования - бакалавриат

Форма обучения  
очная

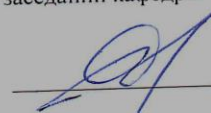
|                     |                                          |
|---------------------|------------------------------------------|
| Институт/ факультет | Институт естествознания и стандартизации |
| Кафедра             | Прикладной математики и информатики      |
| Курс                | 4                                        |
| Семестр             | 7, 8                                     |

Магнитогорск  
2025 год

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Прикладной математики и информатики  
14.01.2025, протокол № 5

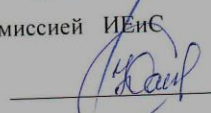
Зав. кафедрой



Ю.А. Извеков

Рабочая программа одобрена методической комиссией ИЕиС  
03.02.2025 г. протокол № 3

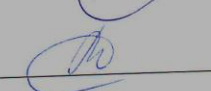
Председатель



Ю.В. Сомова

Рабочая программа составлена:

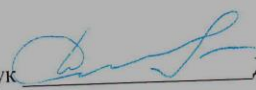
доцент кафедры ПМИИ, канд. физ.-мат. наук



Л.В. Смирнова

Рецензент:

зав. кафедрой Физики, канд. физ.-мат. наук



Д.М. Долгушин

## Лист актуализации рабочей программы

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026 - 2027 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2027 - 2028 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2028 - 2029 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2029 - 2030 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

---

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2030 - 2031 учебном году на заседании кафедры Прикладной математики и информатики

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Ю.А. Извеков

### **1 Цели освоения дисциплины (модуля)**

- обучение учащихся методам решения различных классов параметрических задач, формирование теоретико-числовой культуры, необходимой специалисту в области математики, подготовка обучающихся к организации исследовательской деятельности школьников.

### **2 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Практикум по решению задач с параметрами входит в часть учебного плана формируемую участниками образовательных отношений образовательной программы.

Для изучения дисциплины необходимы знания (умения, владения), сформированные в результате изучения дисциплин/ практик:

Элементарная математика

Геометрия

Математическая логика

Дискретная математика

Алгебра и теория чисел

Математический анализ

Алгебра

Теория чисел

Знания (умения, владения), полученные при изучении данной дисциплины будут необходимы для изучения дисциплин/практик:

Производственная - практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности

Проектная деятельность

Производственная - педагогическая практика по математике

Методика организации внеурочной деятельности по математике и физике

Методика подготовки учащихся к итоговой аттестации

Практикум по решению задач повышенной сложности школьного курса математики

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Производственная – преддипломная практика

Производственная - педагогическая практика

### **3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) и планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины (модуля) «Практикум по решению задач с параметрами» обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

| Код индикатора | Индикатор достижения компетенции                                                                                                                 |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1           | Способен реализовывать педагогический процесс с использованием современных образовательных технологий в организациях среднего общего образования |
| ПК-1.1         | Оценивает педагогическую ситуацию с позиции необходимости и возможности ее коррекции                                                             |
| ПК-1.2         | Решает образовательные задачи на основе современных образовательных технологий                                                                   |
| ПК-1.3         | Осуществляет контроль результатов и корректировку педагогического воздействия                                                                    |

|                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-3 Способен на основе достижений современной науки разрабатывать и реализовывать методическое обеспечение учебных математических предметов, дисциплин |                                                                                                                                                   |
| ПК-3.1                                                                                                                                                  | Анализирует актуальный уровень подготовки обучающихся по математическим дисциплинам, определяет зону их ближайшего развития                       |
| ПК-3.2                                                                                                                                                  | Решает на основе современных образовательных технологий задачи по планированию, разработке и реализации программ учебных математических дисциплин |
| ПК-3.3                                                                                                                                                  | Осуществляет контроль результатов обучения учащихся по математическим дисциплинам                                                                 |

#### 4. Структура, объём и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц 252 акад. часов, в том числе:

- контактная работа – 98,2 акад. часов;
- аудиторная – 98 акад. часов;
- внеаудиторная – 0,2 акад. часов;
- самостоятельная работа – 153,8 акад. часов;
- в форме практической подготовки – 0 акад. час;

Форма аттестации - зачет, зачет с оценкой

| Раздел/ тема дисциплины                                                                                       | Семестр | Аудиторная контактная работа (в акад. часах) |           |             | Самостоятельная работа студента | Вид самостоятельной работы                                       | Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | Код компетенции                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------|-----------|-------------|---------------------------------|------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
|                                                                                                               |         | Лек.                                         | лаб. зан. | практ. зан. |                                 |                                                                  |                                                                 |                                                |
| 1. Линейные уравнения и неравенства с параметрами                                                             |         |                                              |           |             |                                 |                                                                  |                                                                 |                                                |
| 1.1 Приемы обучения учащихся решению линейных уравнений и неравенств с параметрами и уравнений к ним сводимых | 7       |                                              |           | 6           | 14                              | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач | Опрос                                                           | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| 1.2 Решение линейных уравнений и уравнений к ним сводимых с параметрами и дополнительными условиями           |         |                                              |           | 8           | 14                              | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач | Опрос                                                           | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| Итого по разделу                                                                                              |         |                                              |           | 14          | 28                              |                                                                  |                                                                 |                                                |
| 2. Логический перебор в задачах с параметром                                                                  |         |                                              |           |             |                                 |                                                                  |                                                                 |                                                |
| 2.1 Решение линейных и нелинейных уравнений и неравенств методом логического перебора                         | 7       |                                              |           | 8           | 14                              | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач | Опрос, контрольная работа                                       | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| Итого по разделу                                                                                              |         |                                              |           | 8           | 14                              |                                                                  |                                                                 |                                                |
| 3. Параметр и квадратичная функция                                                                            |         |                                              |           |             |                                 |                                                                  |                                                                 |                                                |
| 3.1 Поиск необходимых условий при решении задач, связанных с исследованием квадратного трехчлена              | 7       |                                              |           | 8           | 14                              | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач | Опрос                                                           | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| 3.2 Задачи, сводимые к исследованию квадратного трехчлена                                                     |         |                                              |           | 8           | 13,9                            | Подготовка к опросу, проработка                                  | Опрос, контрольная работа.                                      | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-            |

|                                                                                                                      |   |  |  |    |       |                                                                   |                           |                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|--|--|----|-------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------|------------------------------------------------|
|                                                                                                                      |   |  |  |    |       | конспекта занятия, решение задач                                  |                           | 3.2, ПК-3.3                                    |
| Итого по разделу                                                                                                     |   |  |  | 16 | 27,9  |                                                                   |                           |                                                |
| Итого за семестр                                                                                                     |   |  |  | 38 | 69,9  |                                                                   | зачёт                     |                                                |
| 4. Графические методы решения задач с параметрами                                                                    |   |  |  |    |       |                                                                   |                           |                                                |
| 4.1 Метод областей                                                                                                   | 8 |  |  | 8  | 12    | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач  | Опрос                     | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| 4.2 Преобразование графиков                                                                                          |   |  |  | 12 | 17    | Подготовка к опросу, проработка материалов занятий, решение задач | Опрос                     | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| 4.3 Геометрические идеи решения задач с параметром                                                                   |   |  |  | 12 | 15    | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач  | Опрос, контрольная работа | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| Итого по разделу                                                                                                     |   |  |  | 32 | 44    |                                                                   |                           |                                                |
| 5. Применение свойств функций к решению задач с параметрами                                                          |   |  |  |    |       |                                                                   |                           |                                                |
| 5.1 Использование свойств монотонности, ограниченности, симметрии, инвариантности при решении задач с параметром     | 8 |  |  | 12 | 12,9  | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач  | Опрос                     | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| Итого по разделу                                                                                                     |   |  |  | 12 | 12,9  |                                                                   |                           |                                                |
| 6. Решение задач с параметром методами исследовательского анализа                                                    |   |  |  |    |       |                                                                   |                           |                                                |
| 6.1 Применение производной к решению задач с параметрами                                                             | 8 |  |  | 10 | 17    | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач  | Опрос                     | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| 6.2 Другие методы решения задач с параметрами: метод упрощающего значения, "выгодная точка", параметр как переменная |   |  |  | 6  | 10    | Подготовка к опросу, проработка конспекта занятия, решение задач  | Опрос, контрольная работа | ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-3.1, ПК-3.2, ПК-3.3 |
| Итого по разделу                                                                                                     |   |  |  | 16 | 27    |                                                                   |                           |                                                |
| Итого за семестр                                                                                                     |   |  |  | 60 | 83,9  |                                                                   | зао                       |                                                |
| Итого по дисциплине                                                                                                  |   |  |  | 98 | 153,8 |                                                                   | зачет, зачет с оценкой    |                                                |

## **5 Образовательные технологии**

1. Традиционные образовательные технологии ориентируются на организацию образовательного процесса, предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер.

Формы учебных занятий с использованием традиционных технологий, используемые для данной дисциплины - практическое занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

2. Интерактивные технологии – организация образовательного процесса, которая предполагает активное и нелинейное взаимодействие всех участников, достижение на этой основе лично значимого для них образовательного результата. Наряду со специализированными технологиями такого рода принцип интерактивности прослеживается в большинстве современных образовательных технологий. Интерактивность подразумевает субъект-субъектные отношения в ходе образовательного процесса и, как следствие, формирование саморазвивающейся информационно-ресурсной среды.

3. Информационно-коммуникационные образовательные технологии – организация образовательного процесса, основанная на применении специализированных программных сред и технических средств работы с информацией.

Формы учебных занятий с использованием информационно-коммуникационных технологий - на практическом занятии – просмотр олимпиадных заданий различных лет и регионов, или, например, представление результатов проектной или исследовательской деятельности, решения сложной задачи.

## **6 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Представлено в приложении 1.

### **7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации**

Представлены в приложении 2.

## **8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Горбачев, В. И. Элементы теории и общие методы решения уравнений и неравенств с параметрами : учеб. пособие / В.И. Горбачев. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 263 с. - ISBN 978-5-16-107747-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1022625> (дата обращения: 04.04.2025). – Режим доступа: по подписке.

2. Горбачев, В. И. Методы решений уравнений и неравенств с параметрами. Пособие для учителя: Учебное пособие / Горбачев В.И. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 115 с. (Высшее образование)ISBN. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1022809> (дата обращения: 04.04.2025). – Режим доступа: по подписке.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Романова, Т. Е. Параметр в уравнениях и неравенствах с модулем: Учебное пособие / Романова Т.Е., Романов П.Ю. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 68 с.ISBN 978-5-16-100938-3 (online). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/884626> (дата обращения: 04.04.2025). – Режим доступа: по подписке.



2. Романов П.Ю. Формирование исследовательских умений обучающихся в системе непрерывного педагогического образования: Монография.-Магнитогорск: МаГУ, 2003.-236 с.

**в) Методические указания:**

1. Старков В.Н. 165 задач с параметрами. – Режим доступа:  
<http://www.apmath.spbu.ru/ru/staff/starkov/165.pdf>

2. Романова Т.Е. Решение уравнений и неравенств первой степени с параметрами. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля: Учебно-методическое пособие.-Магнитогорск: МаГУ, 2004.-63 с.

**г) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

**Программное обеспечение**

| Наименование ПО             | № договора                   | Срок действия лицензии |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------|
| MS Office 2007 Professional | № 135 от 17.09.2007          | бессрочно              |
| 7Zip                        | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| Adobe Reader                | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| MAXIMA                      | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| Браузер Mozilla Firefox     | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| FAR Manager                 | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |
| LibreOffice                 | свободно распространяемое ПО | бессрочно              |

**Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

| Название курса                                                                                   | Ссылка                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Электронные ресурсы библиотеки МГТУ им. Г.И. Носова                                              | <a href="https://host.megaprolib.net/M/P0109/Web">https://host.megaprolib.net/M/P0109/Web</a>       |
| Российская Государственная библиотека. Каталоги                                                  | <a href="https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/">https://www.rsl.ru/ru/4readers/catalogues/</a> |
| Национальная информационно-аналитическая система – Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | URL:<br><a href="https://elibrary.ru/project_risc.asp">https://elibrary.ru/project_risc.asp</a>     |
| Электронная база периодических изданий East View Information Services, ООО «ИВИС»                | <a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>                                 |

**9 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает:

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Доска, мультимедийный проектор, экран.

Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Комплекс тестовых заданий для проведения рубежного и промежуточного контроля.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

Персональные компьютеры с пакетом MS Office, выходом в Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Шкафы для хранения учебно-методической документации, учебного оборудования и учебно-наглядных пособий.

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.

Порядок расположения тем в курсе лекций и практических занятий не случаен, поскольку каждая последующая тема основана на понимании некоторых сведений из предыдущих тем. Аналогичная зависимость существует и в порядке изложения внутри каждой темы. Именно поэтому темы курса следует изучать строго в той последовательности, в какой они приведены в рабочей учебной программе.

При изучении каждой темы следует – внимательно прочитать текст лекции (раздела);

– разобрать приведенные в лекции примеры решения задач; – доказать все утверждения с пометкой «доказать самостоятельно», если это не удастся, обратиться к литературе или к преподавателю на следующем занятии.

– постараться воспроизвести основные определения и формулировки теорем (предложений, свойств), которые встречаются в лекции, в письменной форме, не заглядывая в лекционный материал. Следует помнить, что объем одновременно запоминаемого материала у каждого человека различен, но его можно существенно нарастить путем регулярных тренировок. Поэтому, если не удастся сразу воспроизвести весь требуемый материал, то следует разбить его на доступные части

– это может быть одно определение, или даже несколько первых слов в определении, затем воспроизвести выученный отрезок, затем выучить следующий отрезок и воспроизвести его, а затем оба сразу и т.д. На каждом следующем шаге доступный для запоминания отрезок можно удлинять, но в конечном итоге нужно добиться воспроизведения всего материала (не правильно выучить первое определение, а затем более к нему не возвращаться; нужно выучивать каждое следующее определение, а затем повторять все предыдущие). Кроме того, важно знать

– понимание запоминаемого материала, его логическое осмысление в десятки раз увеличивает скорость запоминания.

– сравнить полученные результаты с лекционным материалом, в случае возникновения расхождений проанализировать их (в чём состоят ошибки, какие примеры могли бы подойти под ошибочное определение, но не подходят под настоящее, какие объекты пришлось бы исключить, если бы было принято ошибочное определение, к каким последствиям могла бы привести неправильно сформулированная теорема и т.п.; особое внимание следует обращать на порядок следования кванторов, слова «необходимо», «достаточно», «тогда и только тогда»), ещё раз (а возможно и несколько раз) правильно воспроизвести определение или теорему, в которых были допущены ошибки.

– решить практические задания (домашнее задание).

Изучение каждой темы завершается выполнением соответствующего задания из контрольной работы. При изучении разделов дисциплины, предусмотренных для самостоятельного изучения, а также разделов, пропущенных по уважительным причинам, вначале нужно ознакомиться с программой дисциплины по данному разделу. Руководствуясь программой, необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует

составлять краткий конспект материала по основным положениям, вынесенным в программу. Для проверки знаний после изучения каждой темы рекомендуется ответить на вопросы для самопроверки, имея в виду, что они не исчерпывают всего программного материала. После усвоения учебного материала дисциплины выполняется контрольное задание.

### Планы практических занятий

#### Практическое занятие 1: «Решение линейных и квадратных уравнений с параметрами»

##### 1. Уравнение вида $f(a)x = g(a)$

- а не принадлежит области определения функций  $f$  и  $g$ , то....

- а принадлежит области определения функций  $f$  и  $g$ , тогда...

Решить уравнения: 1)  $(a-2) \cdot x = 3$ ; 2)  $(a^2-5a+6) \cdot x = a^2 - 4$ .

##### 2. Уравнение вида $\alpha(a)x^2 + \beta(a)x + \gamma(a) = 0$

- а не принадлежит области определения функций, тогда...

- а принадлежит области определения функций, тогда...

Решить уравнения:

1)  $x^2 = a$

2) При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $ax^2 + (a+1)x + 1 = 0$  имеет единственное решение.

3)  $(a+1) \cdot x^2 - 2ax + a - 2 = 0$ .

4) При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $ax^2 - (2a+1)x + 3a - 1 = 0$  больше 1.

Домашняя работа: 1) Решите уравнение:  $(a^2 - 4) \cdot x = a^2 - 5a + 6$ ;

2) При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $10x - 15a = 13 - 5ax + 2a$  больше 2?

3) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых среди корней уравнения  $a \cdot x^2 + (a+4) \cdot x + a + 1 = 0$  имеется ровно один отрицательный.

4) При каких  $a$  уравнение  $(a-2) \cdot x^2 - 2a \cdot x + 2a - 3 = 0$  имеет единственный корень.

#### Практическое занятие 2. «Решение квадратичных уравнений с параметром.»

I. Самостоятельная работа:

1) Решите уравнение:  $(a^2 - 4) \cdot x = a^2 - 5a + 6$ ;

2) При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $10x - 15a = 13 - 5ax + 2a$  больше 2?

II. Решение задач по теме «Решение дробно-рациональных уравнений с параметрами».

1)  $\frac{x-a}{x-1} = 0$ ;

2) Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $Y = \frac{2x^2+6x-1}{x^2+4x+5}$ ;

3) При каких значениях параметра а уравнение

$$\frac{(a+4)x^2+6x-1}{x+3} = 0$$

имеет единственное решение?

4)  $\frac{x-4}{x^2-a^2} = 0$ ;

5)  $\frac{a}{a-2x} = 2$ ;

6)  $\frac{x^2+1}{a^2x-2a} + \frac{1}{ax-2} = \frac{x}{a}$ .

**Практическое занятие 3.** «Решение показательных и логарифмических уравнений с параметром.»

1. Найти все значения а, при которых уравнение

$$4^x + (a^2 + 5) 2^x - a^2 + 9 = 0$$

не имеет решений.

2. При каких действительных р уравнение

$$4^x + 2^{x+2} + 7 = p - 4^{-x} - 2 \cdot 2^{1-x}$$

имеет решение.

3. Найти все пары чисел (а, в), для которых при любом х справедливо равенство

$$a \cdot e^x + b = e^{ax+b}$$

4. Решить уравнение при всех значениях параметра а

$$\log_a x = 2.$$

5. Решить уравнение при всех значениях параметра а

$$\log_3 x + 3\log_a x + \log_9 x = 5.$$

6. При каких значениях параметра а уравнение

$$\log_{a-6,5}(x^2 + 1) = \log_{a-6,5}((a - 5)x)$$

имеет два различных решения.

7. Решить уравнение при всех значениях параметра а

$$3 \cdot 4^{x-2} + 27 = a + a \cdot 4^{x-2}.$$

8. Решить уравнение при всех значениях параметра  $a$

$$\log_{\sqrt{x}} a \cdot \log_{a^2} \frac{a^2-4}{2a-x} = 1.$$

Дома: 1. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$(a-1)4^x + (2a-3)6^x = (3a-4)9^x$$

имеет единственное решение

2. Решить уравнение при всех значениях параметра  $a$

$$4^x - 2a(a+1) \cdot 2^{x-1} + a^3 = 0.$$

3. Решить уравнение при всех значениях параметра  $a$

$$\log_9 x + \log_9 \frac{2-x}{2} = \log_9 \log_9 a.$$

5. (ЕГЭ) Найти все пары действительных чисел  $a$  и  $b$ , при которых уравнение

$$(3x - a^2 + ab - b^2)^2 + (2x^2 - a^2 - ab)^2 + x^2 + 9 = 6x$$

имеет хотя бы одно решение  $x$ .

### Примерные варианты контрольных работ

#### Контрольная работа №1

1. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{x^2 - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$$

имеет единственный корень.

#### Контрольная работа №2

1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - 8x = 2|x - a| - 16$$

имеет ровно три различных решения.

2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$|x^2 - 4x + a| \leq 10$$

выполняется для всех  $x \in [a, a + 5]$ .

### Контрольная работа № 3

1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} ax \geq 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[3; 4]$ .

2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$$

пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

3. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a + 7x + 4)(a - 2x + 4) \leq 0, \\ a + 3x \geq x^2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

### Контрольная работа №4

1. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$$

имеет более двух точек экстремума.

2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции

$$f(x) = |x - a| - x^2$$

не меньше 1.

7 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

а) Планируемые результаты обучения и оценочные средства для проведения промежуточной аттестации:

| Код индикатора                                                                                                                                         | Индикатор достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                            | Оценочные средства                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1: Способен реализовывать педагогический процесс с использованием современных образовательных технологий в организациях среднего общего образования |                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| ПК-1.1                                                                                                                                                 | Оценивает педагогическую ситуацию с позиции необходимости и возможности ее коррекции<br>Решает образовательные задачи на основе современных образовательных технологий<br><br>Осуществляет контроль результатов и корректировку педагогического воздействия | <b>Примерные вопросы к зачету 7 семестр</b><br>1. Основные приемы нахождения контрольных значений параметров при решении линейных уравнений с параметрами и уравнений к ним сводимых<br>2. Реализация системного подхода при обучении учащихся решению линейных неравенств с параметрами и неравенств к ним сводимых.<br>3. Основные приемы решения систем линейных уравнений с параметрами.<br>4. Реализация системного подхода при обучении учащихся решению линейных уравнений с параметрами и дополнительными условиями.<br>5. Организация исследовательской деятельности при обучении учащихся решению дробно-рациональных неравенств с параметрами и дополнительными условиями.<br>6. Реализация системного подхода при обучении учащихся решению систем линейных уравнений с параметрами и систем к ним сводимых.<br>7. Построение системы квадратных уравнений с параметрами и приемы их решения.<br>8. Реализация деятельностного подхода при решении задач на поиск необходимых и достаточных условий, связанных с квадратными уравнениями.<br><br><b>Вопросы к зачету 8 семестр</b><br><br>1. Ориентировочная основа действия при решении уравнений и неравенств с параметрами графическим способом в осях $X$ и $Y$ .<br>2. Ориентировочная основа действия при |
| ПК-1.2                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| ПК-1.3                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |



|                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                   | <p>решении систем уравнений и неравенств с параметрами графическим способом с использованием преобразований графиков.</p> <p>3. Ориентировочная основа действия для решения уравнений и неравенств с параметрами с использованием идеи симметрии.</p> <p>4. Задачный подход при обучении исследовательской деятельности при решении задач с параметрами.</p> <p>5. Реализация системного подхода при обучении учащихся применению свойств монотонности, ограниченности, инвариантности при решении уравнений и неравенств с параметрами.</p> <p>6. Переформулировка условий задач при решении.</p> <p>7. Графические приемы решения тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений и неравенств с параметром.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <p>ПК-3: Способен на основе достижений современной науки разрабатывать и реализовывать методическое обеспечение учебных математических предметов, дисциплин</p> |                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| ПК-3.1                                                                                                                                                          | Анализирует актуальный уровень подготовки обучающихся по математическим дисциплинам, определяет зону их ближайшего развития                       | <p><b>Примерные задачи к зачету 7 семестр</b></p> <p>1. Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых уравнение</p> $ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$ <p>имеет единственный корень.</p> <p>2. Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых уравнение <math>x^2 - 8x = 2 x - a  - 16</math> имеет ровно три различных решения.</p> <p>3. При каких значениях параметра <math>a</math> уравнение</p> $\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{x^2 - a} = 0$ <p>имеет ровно 2 различных решения.</p> <p>4. Найдите все значения параметра <math>a</math>, при каждом из которых уравнение</p> $\frac{4x^2 - a^2}{x^2 + 6x + 9 - a^2} = 0$ <p>имеет ровно два различных корня.</p> <p>5. Определите все значения параметра <math>a</math> при каждом из которых система</p> $\begin{cases} 4^x - 2^{x+1} = a + 3, \\ \log_2(3 - x) \geq a + 4 \end{cases}$ <p>имеет ровно два решения.</p> <p>6. Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых уравнение</p> $2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$ |
| ПК-3.2                                                                                                                                                          | Решает на основе современных образовательных технологий задачи по планированию, разработке и реализации программ учебных математических дисциплин |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| ПК-3.3                                                                                                                                                          | Осуществляет контроль результатов обучения учащихся по математическим дисциплинам                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

|  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | <p>имеет единственный корень.</p> <p><b>7.</b> Найдите все значения параметра <math>a</math>, при каждом из которых уравнение</p> $\sqrt{1-4x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{1-4x} \cdot \ln(3x - a)$ <p>имеет хотя бы одно решение.</p> <p><b>8.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых уравнение</p> $\sqrt{x-a} \cdot \sin x = \sqrt{x-a} \cdot \cos x$ <p>имеет ровно один корень на отрезке <math>[0; \pi]</math>.</p> <p><b>Примерные задачи к зачету 8 семестр</b></p> <p><b>9.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых система неравенств</p> $\begin{cases} ax \geq 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$ <p>имеет хотя бы одно решение на отрезке <math>[3; 4]</math>.</p> <p><b>10.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых система</p> $\begin{cases} (a + 7x + 4)(a - 2x + 4) \leq 0, \\ a + 3x \geq x^2 \end{cases}$ <p>имеет хотя бы одно решение.</p> <p><b>11.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых наибольшее значение функции <math>f(x) =  x - a  - x^2</math> не меньше 1.</p> <p><b>12.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых функция</p> $f(x) = x^2 - 2 x - a^2  - 8x$ <p>имеет более двух точек экстремума.</p> <p><b>13.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых график функции</p> $f(x) = x^2 - 3x + 2 -  x^2 - 5x + 4  - a$ <p>пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.</p> <p><b>14.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых неравенство <math> x^2 - 4x + a  \leq 10</math> выполняется для всех <math>x \in [a, a + 5]</math>.</p> <p><b>15.</b> Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых уравнение</p> $27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 + 8a = 4x$ <p>не имеет корней.</p> <p><b>16.</b> Найдите все значения параметра <math>a</math>, при каждом из которых система уравнений</p> $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$ <p>имеет ровно два различных решения?</p> |
|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## **б) Порядок проведения промежуточной аттестации, показатели и критерии оценивания:**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета(7 семестр) и зачета с оценкой (8 семестр)

### ***Критерии оценки:***

- для сдачи **зачета** обучающийся показывает сформированность компетенций ПК-1 и ПК-3; т.е. студент должен показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, интеллектуальные навыки решения задач;

- **зачет не сдан**, если результат обучения не достигнут, обучающийся не может показать знания на уровне воспроизведения и объяснения информации, не может показать интеллектуальные навыки решения простых задач;

– на оценку **«отлично»** – полно раскрыто содержание материала; чётко и правильно даны определения и раскрыто содержание материала; ответ самостоятельный, при ответе использованы знания, приобретённые ранее;

– на оценку **«хорошо»** – раскрыто основное содержание материала в объёме; в основном правильно даны определения, понятия; материал изложен неполно, при ответе допущены неточности, нарушена последовательность изложения; допущены небольшие неточности при выводах и использовании терминов; практические навыки нетвёрдые;

– на оценку **«удовлетворительно»** – усвоено основное содержание материала, но изложено фрагментарно, не всегда последовательно; определения и понятия даны не чётко; практические навыки слабые;

– на оценку **«неудовлетворительно»** – основное содержание учебного материала не раскрыто; не даны ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

## **Вопросы к зачету**

### **7 семестр**

1. Основные приемы нахождения контрольных значений параметров при решении линейных уравнений с параметрами и уравнений к ним сводимых.
2. Реализация системного подхода при обучении учащихся решению линейных неравенств с параметрами и неравенств к ним сводимых.
3. Основные приемы решения систем линейных уравнений с параметрами.
4. Реализация системного подхода при обучении учащихся решению линейных уравнений с параметрами и дополнительными условиями.
5. Организация исследовательской деятельности при обучении учащихся решению дробно-рациональных неравенств с параметрами и дополнительными условиями.
6. Реализация системного подхода при обучении учащихся решению систем линейных уравнений с параметрами и систем к ним сводимых.
7. Построение системы квадратных уравнений с параметрами и приемы их решения.
8. Реализация деятельностного подхода при решении задач на поиск необходимых и достаточных условий, связанных с квадратными уравнениями.

### **Примерные практические задачи к зачету**

9. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$$

имеет единственный корень.

10. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 - 8x = 2|x - a| - 16$  имеет ровно три различных решения.

11. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{x^2 - a} = 0$$

12. имеет ровно 2 различных решения.

13. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^2 - a^2}{x^2 + 6x + 9 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

### 8 семестр

- Ориентировочная основа действия при решении уравнений и неравенств с параметрами графическим способом в осях  $X$  и  $a$ .
- Ориентировочная основа действия для решения уравнений и неравенств с параметрами с использованием идеи симметрии.
- Задачный подход при обучении исследовательской деятельности при решении задач с параметрами.
- Переформулировка условий задач при решении.
- Графические приемы решения тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений и неравенств с параметром.

#### Примерные задачи к зачету

6. Определите все значения параметра  $a$  при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^x - 2^{x+1} = a + 3, \\ \log_2(3 - x) \geq a + 4 \end{cases}$$

7. имеет ровно два решения.

8. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$$

имеет единственный корень.

9. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1 - 4x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{1 - 4x} \cdot \ln(3x - a)$$

имеет хотя бы одно решение.

10. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x - a} \cdot \sin x = \sqrt{x - a} \cdot \cos x$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; \pi]$ .

11. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} ax \geq 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[3; 4]$ .

12. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a + 7x + 4)(a - 2x + 4) \leq 0, \\ a + 3x \geq x^2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

13. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение функции  $f(x) = |x - a| - x^2$  не меньше 1.

14. Найти все значения  $a$ , при каждом из которых функция

$$f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$$

имеет более двух точек экстремума.

15. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$$

пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

16. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $|x^2 - 4x + a| \leq 10$  выполняется для всех  $x \in [a, a + 5]$ .

17. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 + 8a = 4x$$

не имеет корней.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения?