Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Многопрофильный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Директор
С.А. Махновский
«23» марта 2017 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

по учебной дисциплине
ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ
для студентов специальности
09.02.03 Программирование в компьютерных системах
базовой подготовки

Магнитогорск, 2017

ОДОБРЕНО:
Предметно-цикловой комиссией Информатики и вычислительной техники
Председатель И.Г. Зорина
Протокол № 7 от 14 марта 2017 г.

Методической комиссией
Протокол №4 от 23 марта 2017г

Составитель:
преподаватель МпК ФГБОУ ВПО МГТУ Елена Александровна Васильева

Методические указания по выполнению практических работ разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Элементы математической логики».

Содержание практических работ ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах и овладению профессиональными компетенциями.

СОДЕРЖАНИЕ

1.Введение 4 с.
2.Методические указания 6 с.
Практическая работа 1 6 с.
Практическая работа 2 7 с.
Практическая работа 3 8 с.
Практическая работа 4 12 с.
Практическая работа 5 14 с.
Практическая работа 6 15 с.
Практическая работа 7 16 с.
Практическая работа 8 16 с.
Практическая работа 9 17 с.
Практическая работа 10 19 с.

1.ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки студентов составляют практические занятия. Являясь частью изучения учебной дисциплины, они призваны, экспериментально подтвердить теоретические положения и формировать общие и профессиональные компетенции, практические умения.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование практических умений - учебных умений решать задачи по математике, необходимых в последующей учебной деятельности по математическим и естественно-научным, общепрофессиональным дисциплинам.

Состав и содержание практических работ направлены на реализацию действующих федеральных государственных образовательных стандартов среднего профессионального образования.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Элементы математической логики» предусмотрено проведение практических работ.

В результате их выполнения, обучающийся должен:

уметь:

– формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

Содержание практических работ ориентировано на подготовку студентов к освоению профессионального модуля программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению профессиональными компетенциями:

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

ПК 1.2. Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля.

ПК 2.4. Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных.

ПК 3.4. Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев.

А также формированию общих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Выполнение студентами практических работ по учебной дисциплине «Элементы математической логики» направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;

- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;

- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;

- выработку при решении поставленных задач профессионально значимых качеств, таких как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Продолжительность выполнения практической работы составляет не менее двух академических часов и проводится после соответствующей темы, которая обеспечивает наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

2.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1. Формулы логики. Законы логики

Практическая работа № 1
Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

Формируемые компетенции:

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

ПК 1.2. Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля.

Цель работы: формирование умений упрощать логические выражения с помощью законов алгебры логики.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:

1. Какое тождество записано неверно:
   а) $x \vee \overline{x} = 1$;
   б) $x \vee x \vee x \vee x \vee x \vee x = 1$;
   в) $x \& x \& x \& x \& x = 1$.
2. Выразите данные логические функции через элементарные операции: а) $F = (A|B)|C$; б) $F = (A \downarrow B) \downarrow C$.
3. Упростите логические выражения: а) $A \vee (\overline{A} \& B)$; б) $(A \vee B) \& (\overline{B} \vee A) \& (\overline{C} \vee B)$.
4. Решите задачу. Компьютер вышел из строя (нет изображения на экране монитора), однако неизвестно какое устройство не работает (монитор, видеокарта или оперативная память). Можно предположить следующее:

1) если монитор исправен или видеокарта неисправна, то оперативная память неисправна;
2) если монитор исправен, то оперативная память исправна.

Исправен ли монитор?

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Тема 1.2. Функции алгебры логики

Практическая работа № 2
Представление булевой функции в виде совершенной ДНФ, совершенной КНФ

Формируемые компетенции:

ПК 2.4. Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных.

ПК 3.4. Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев.

Цель работы: формирование умений представлять функции в СДНФ и СКНФ с минимальным числом членов и минимальным числом переменных в членах.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- применять законы алгебры логики;
- представлять функции в СДНФ и СКНФ.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:

1. Осуществить переход от ДНФ к СДНФ для следующей функции $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \vee \overline{x_2}x_3$.
2. Осуществить переход от КНФ к СКНФ для следующей функции: $f(x_1, x_2, x_3) = x_1(\overline{x_2} \vee x_3)$.
3. Записать СДНФ и СКНФ для следующей функции, заданной таблично:

x_1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_2	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3)$	0	1	0	0	0	1	1	1

4. Сколько наборов будет участвовать в СКНФ для функции заданной таблично:

a	b	c	$(a \to б) \to \bar{c}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

5. Для функции, заданной таблицей истинности, найти МДНФ методом Квайна:

x_1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_4	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.

2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Практическая работа № 3
Минимизация булевой функции

Формируемые компетенции:

ПК 2.4. Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных.

ПК 3.4. Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев.

Цель работы: формирование умений представлять функции в СДНФ и СКНФ с минимальным числом членов и минимальным числом переменных в членах.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- применять законы алгебры логики;
- минимизировать логические функции.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:

1. Записать СДНФ и СКНФ для следующей функции, заданной таблично:

x_1	0	0	0	0	1	1	1	1

x_2	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3)$	0	1	0	0	0	1	1	1

2. Для функции, заданной таблицей истинности, найти МДНФ методом Квайна:

x_1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_4	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0

Теоретический материал

Метод Квайнаотносится к числу таких методов минимизации функций алгебры логики, которые позволяют представлять функции в ДНФ или КНФ с минимальным числом членов и минимальным числом букв в членах. Этот метод содержит два этапа преобразования выражения функции: на первом этапе осуществляется переход от канонической формы (СДНФ или СКНФ) к так называемой *сокращенной форме,* на втором этапе — переход от сокращенной формы логического выражения к *минимальной форме.*

Первый этап (получение сокращенной формы). Пусть заданная функция *f*представлена в СДНФ.

Переход к сокращенной форме основан на последовательном применении двух операций: *операции склеивания* и *операции поглощения.*

Для выполнения операции склеивания выявляются в выражении пары членов вида $\omega \cdot x$и $\omega \cdot \bar{x}$, различающихся лишь тем, что один из аргументов в одном из членов представлен без инверсии, в другом — с инверсией. Затем проводится склеивание таких пар членов: $\omega \cdot x \vee \omega \cdot \bar{x} = \omega \cdot \left(x \vee \bar{x}\right) = \omega$, и результаты склеивания ωвводятся в выражение функции в качестве дополнительных членов. Далее проводится операция поглощения. Она основана на равенстве $\omega \vee \omega \cdot z = \omega \cdot \left(1 \vee z\right) = \omega$ (член ω поглощает член $\omega{\cdot}z$). При проведении этой операции из логического выражения вычеркиваются все члены, поглощаемые членами, которые введены в результате проведения операции склеивания.

Операции склеивания и поглощения проводятся последовательно до тех пор, пока их выполнение оказывается возможным.

Покажем выполнение этих операций применительно к функции, заданной таблицей истинности.

x_1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_2	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3)$	0	0	1	0	1	1	1	1
			×		×	×	×	×

Записываем СДНФ функции

$f\left(x_1, x_2, x_3\right) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$.

Попарным сравнением членов (каждого из членов со всеми последующими) выявляем склеивающиеся пары членов:

первый и четвертый члены (результат склеивания $x_2 \bar{x}_3$);

второй и третий члены (результат склеивания $x_1 \bar{x}_2$);

второй и четвертый члены (результат склеивания $x_1 \bar{x}_3$);

третий и пятый члены (результат склеивания $x_1 x_3$);

четвертый и пятый члены (результат склеивания $x_1 x_2$).

Член $x_2 \bar{x}_3$ поглощает те члены исходного выражения, которые содержат $x_2 \bar{x}_3$, т. е. первый и четвертый. Эти члены вычеркиваются. Член $x_1 \bar{x}_2$поглощает второй и третий, а член $x_1 x_3$— пятый член исходного выражения.

Получаем следующее выражение:

$f(x_1, x_2, x_3) = x_2\overline{x_3} \vee x_1\overline{x_2} \vee x_1\overline{x_3} \vee x_1x_3 \vee x_1x_2$.

Повторяем операции склеивания и поглощения. Здесь склеивается лишь пара членов $x_1\overline{x_2}$ и x_1x_2 (склеивание пары членов $x_1\overline{x_3}$ и x_1x_3 приводит к тому же результату), результат склеивания x_1 поглощает второй, третий, четвертый и пятый члены выражения.

Дальнейшее проведение операций склеивания и поглощения оказывается невозможным, сокращенная форма выражения заданной функции (в данном примере она совпадает с минимальной формой): $f(x_1, x_2, x_3) = x_2\overline{x_3} \vee x_1$.

Члены сокращенной формы (в рассмотренном примере такими членами служат $x_2\overline{x_3}$ и x_1) называются *простыми импликантами* функции.

Как видим, получено выражение существенно более простое по сравнению с СДНФ функции.

Второй этап (получение минимальной формы). Сокращенная форма может содержать лишние члены, исключение которых из выражения функции не повлияет на значение функции.

Таким образом, дальнейшее упрощение логического выражения достигается исключением из выражения лишних членов. В этом и заключается содержание второго этапа минимизации. Покажем этот этап минимизации логического выражения на примере построения логического устройства для функции, заданной следующей таблицей истинности.

x_1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x_3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x_4	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	×	×	×				×								×	×

Совершенная ДНФ данной функции

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4} \vee x_1x_2x_3\overline{x_4} \vee x_1x_2x_3x_4$.

Для получения сокращенной формы проводим операции склеивания и поглощения. В результате имеем:

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_3\overline{x_4} \vee x_2x_3\overline{x_4} \vee x_1x_2x_3$.

Полученное выражение представляет собой сокращенную форму логического выражения заданной функции, а члены его — *простые импликанты* функции. Переход от сокращенной формы к минимальной осуществляется с помощью *импликантной матрицы,* приведенной ниже.

В столбцы импликантной матрицы вписываются члены СДНФ заданной функции, в строки — простые импликанты функции, т. е. члены сокращенной формы логического выражения функции.

Отмечаются (например, крестиками) столбцы членов СДНФ, поглощаемых отдельными простыми импликантами.

Простые импликанты	Члены СДНФ					
	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4$	$\overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3\overline{x_4}$	$\overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4}$	$x_1x_2x_3\overline{x_4}$	$x_1x_2x_3x_4$
$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$	X	X				
$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4}$	X		X			
$\overline{x_1}x_3\overline{x_4}$			X	X		
$x_2x_3\overline{x_4}$				X	X	
$x_1x_2x_3$					X	X

В таблице простая импликанта $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ поглощает члены $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4}$, $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}x_4$, и в первом и во втором столбцах первой строки поставлены крестики; вторая импликанта поглощает первый и третий члены СДНФ, и поставлены крестики в первом и третьем столбцах второй строки и т. д. Импликанты, которые не могут быть лишними и, следовательно, не могут быть исключены из сокращенной формы, составляют *ядро.* Входящие в ядро импликанты легко определяются по импликантной матрице. Для каждой из них имеется хотя бы один столбец, перекрываемый только данной импликантой.

В рассматриваемом примере ядро составляют импликанты $\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ и $x_1 x_2 x_3$ (только ими перекрываются второй и шестой столбцы матрицы). Исключение из сокращенной формы одновременно всех импликант, не входящих в ядро, невозможно, так как исключение одной из импликант может превратить другую уже в нелишний член.

Для получения минимальной формы достаточно выбрать из импликант, не входящих в ядро, такое минимальное их число с минимальным количеством букв в каждой из этих импликант, которое обеспечит перекрытие всех столбцов импликантной матрицы, не перекрытых членами ядра. В рассматриваемом примере необходимо импликантами, не входящими в ядро, перекрыть третий и четвертый столбцы матрицы. Это может быть достигнуто различными способами, но так как необходимо выбирать минимальное число импликант, то, очевидно, для перекрытия этих столбцов следует выбрать импликанту $\overline{x_1} x_3 \overline{x_4}$. *Минимальная дизъюнктивная нормальная форма (МДНФ)* заданной функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 x_3$.

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Тема 1.3. Многочлен Жегалкина

Практическая работа № 4
Представление булевой функции в виде многочлена Жегалкина

Формируемые компетенции:

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

Цель работы: формирование умений представлять логическую функцию в виде полинома Жегалкина.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- представлять логическую функцию в виде полинома Жегалкина.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:

1. Для булевой функции, заданной вектором значений, определить полином Жегалкина.

1. (10110011).	4. (00110011).
2. (00100111).	5. (00110001).
3. (10101011).	6. (01100011).

Теоретический материал

Всякая булева функция может быть представлена в виде **полинома Жегалкина**:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = a_0 \oplus a_1 x_1 \oplus ... \oplus a_n x_n \oplus$$
$$\oplus a_{n+1} x_1 x_2 \oplus ... \oplus a_{2^n-1} x_1 x_2 ... x_n,$$

где $a_0, a_1, ..., a_n, ..., a_{2^n-1} \in \{0,1\}$, где знак $\oplus$ обозначает сумму по модулю 2.

Алгоритм построения полинома Жегалкина.

1. Построить таблицу истинности данной булевой функции.
2. Каждому единичному значению булевой функции будет соответствовать конъюнкция $x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} ... x_n^{\sigma_n}$, где $(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n)$ - соответствующий набор значений переменных. Конъюнкции соединяются знаком $\oplus$.
3. Заменить выражения $\overline{x}_i$ по формуле: $\overline{x}_i = x_i \oplus 1$. Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые по правилу: $x \oplus x = 0$.

Пример. Построить СДНФ, СКНФ и полином Жегалкина для функции (11110011).

Для удобства приведем таблицу истинности.

x	y	z	$f(x,y,z)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

СДНФ имеет вид:

$$f(x,y,z) = \overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} \vee \overline{x}\,\overline{y}z \vee \overline{x}y\overline{z} \vee \overline{x}yz \vee xy\overline{z} \vee xyz.$$

СКНФ имеет вид:

$$f(x,y,z) = (\overline{x} \vee y \vee z)(\overline{x} \vee y \vee \overline{z}).$$

Построим полином Жегалкина:

$$f(x,y,z) = \overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} \oplus \overline{x}\,\overline{y}z \oplus \overline{x}y\overline{z} \oplus \overline{x}yz \oplus xy\overline{z} \oplus xyz =$$
$$= (x \oplus 1)(y \oplus 1)(z \oplus 1) \oplus (x \oplus 1)(y \oplus 1)z \oplus (x \oplus 1)y(z \oplus 1) \oplus$$
$$\oplus (x \oplus 1)yz \oplus xy(z \oplus 1) \oplus xyz =$$
$$= xyz \oplus yz \oplus xz \oplus z \oplus xy \oplus x \oplus y \oplus 1 \oplus xyz \oplus xz \oplus$$
$$\oplus yz \oplus z \oplus xyz \oplus xy \oplus yz \oplus y \oplus xyz \oplus yz \oplus$$
$$\oplus xyz \oplus xy \oplus xyz = xy \oplus x \oplus 1.$$

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Тема 1.4. Полнота множества булевых функций

Практическая работа № 5

Проверка булевой функции на принадлежность к классам T_0, T_1, S, L, M

Формируемые компетенции:

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

ПК 1.2. Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля.

Цель работы: формирование умений определять принадлежность логических функций к классам T_0, T_1, S, L, M.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- определять принадлежность логических функций к классам T_0, T_1, S, L, M.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:

1. Заполните недостающие столбцы в таблицах проверки принадлежности к классам для систем $\{\to,\oplus\}$ и $\{\to,1\}$:

а). $\{\to,\oplus\}$

	T_0	T_1	S	M	L
$\to$				-	-
$\oplus$				-	+
$\{\to,\oplus\}$					-

б). $\{\to,1\}$

	T_0	T_1	S	M	L
$\to$				-	-
1	-				+
$\{\to,1\}$					-

2. Определите принадлежность логических функций к пяти замкнутым классам. Ответы внесите в таблицу.

F (A, B)	A 0011 B 0101	T_0	T_1	M	S	L	*Название*
O (A, B)	0000						Константа нуля
A&B	0001						Конъюнкция
AVB							Дизъюнкция
$A\oplus B$							Сумма Жегалкина
$A\downarrow B$							Стрелка Пирса
A|B							Штрих Шеффера
A~B							Эквивалентность

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Практическая работа № 6
Проверка множества булевых функций на полноту

Цель работы: формирование умений проверять множества булевых функций на полноту.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- проверять множества булевых функций на полноту.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:

1. Определите принадлежность логических функций к пяти замкнутым классам. Ответы внесите в таблицу.

F (A, B)	A 0011 B 0101	T_0	T_1	M	S	L	*Название*
A→B							Левая импликация
B→A							Правая импликация
1(A, B)							Константа единицы
$\overline{A}$							Инверсия A
$\overline{B}$							Инверсия B
BΔA							Функция запрета по A
AΔB							Функция запрета по B

2. Установите полноту системы:

а) $\{\to,0\}$; б) $\{\to,1\}$; с) $\{\downarrow,\leftarrow\}$; д). $\{|,\vee\}$.

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Тема 1.5. Предикаты

Практическая работа № 7
Определение логического значения для высказываний $\forall xP(X), \exists xP(x),\ \forall x\exists yP(x,y)$, $\exists x\forall yP(x,y)$.

Формируемые компетенции:

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

ПК 1.2. Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля.

Цель работы: формирование умений определять логические значения высказываний, содержащих предикаты.

Выполнив работу, Вы будете:

*уметь:*Определять логические значения высказываний,содержащих предикаты.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Теоретический материал:

В исчислении высказываний нет предметных переменных, то есть переменных, которые могут принимать нелогические значения, например, числовые. Для того чтобы в логические исчисления могли быть включены нелогические константы и переменные, вводится понятие предиката.

Определение. N-местным предикатом на множестве X называется n-местная функция из множества X^n во множество $\{0,1\}$.

Примеры. 1. Предикат $A(x) = "x \leq 2"$ на множестве $X = R$ – одноместный.

2. Предикат $B(x,y) = "xy > 0"$ на множестве $X = R^2$ – двуместный.

Если $X = \{0,1\}$, то n -местный предикат представляет собой n -местную булеву функцию.

Нульместный предикат представляет собой высказывание.

Для каждого предиката A областью истинности называется множество $Y = \{x \in X | A(x) = 1\}$, на котором предикат принимает значение 1.

Примеры. 1. Для предиката $A(x) = "x \le 2"$ на множестве $X = R$ область истинности $Y = \{x \in R | x \le 2\}$.

2. Для предиката $B(x, y) = "xy > 0"$ на множестве $X = R^2$ область истинности $Y = \{(x, y) \in R^2 | xy > 0\}$.

Поскольку множество значений любого предиката лежит во множестве $\{0,1\}$, то с предикатами можно производить все операции алгебры логики, и все известные свойства логических операций обобщаются для предикатов. Рассмотрим эти свойства (для удобства в свойствах записываются одноместные предикаты):

3. Коммутативность:

$P(x) \vee Q(x) = Q(x) \vee P(x)$, $P(x) \wedge Q(x) = Q(x) \wedge P(x)$.

2. Ассоциативность:

$P(x) \vee (Q(x) \vee R(x)) = (P(x) \vee Q(x)) \vee R(x)$,

$P(x) \wedge (Q(x) \wedge R(x)) = (P(x) \wedge Q(x)) \wedge R(x)$.

3. Дистрибутивность:

$P(x) \vee (Q(x) \wedge R(x)) = (P(x) \vee Q(x)) \wedge (P(x) \vee R(x))$,

$P(x) \wedge (Q(x) \vee R(x)) = (P(x) \wedge Q(x)) \vee (P(x) \wedge R(x))$.

4. Идемпотентность: $P(x) \vee P(x) = P(x)$, $P(x) \wedge P(x) = P(x)$.

5. Закон двойного отрицания: $\neg\neg P(x) = P(x)$.

6. Закон исключения третьего: $P(x) \vee \neg P(x) = 1$.

7. Закон противоречия: $P(x) \wedge \neg P(x) = 0$.

8. Законы де Моргана:

$\neg(P(x) \vee Q(x)) = \neg P(x) \wedge \neg Q(x)$,

$\neg(P(x) \wedge Q(x)) = \neg P(x) \vee \neg Q(x)$.

9. Свойства операций с логическими константами:

$P(x) \vee 1 = 1$, $P(x) \vee 0 = P(x)$, $P(x) \wedge 1 = P(x)$, $P(x) \wedge 0 = 0$.

Здесь $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ – любые предикаты.

В то же время, для предикатов определены операции специального вида, которые называются Кванторами.

Символ $\forall$ называется Квантором Всеобщности (Общности).

Символ $\exists$ называется Квантором существования.

Пусть дана запись $\forall x A$ (или $\exists x A$). Переменная x называется Переменной в кванторе, а A –Областью действия квантора.

Имеют место эквивалентности:

$\exists x_i A = \neg\forall x$. $\forall x_i A = \neg\exists x$.

$\neg\exists x_i A = \forall x$. $\neg\forall x_i A = \exists x$.

Предикат называется Тождественно истинным (Тождественно ложным), если при всех возможных значениях переменных он принимает значение 1(0).

Справедливы эквивалентности:

$\forall x \forall y P(x,y) = \forall y \forall x P(x,y)$, $\exists x \exists y P(x,y) = \exists y \exists x P(x,y)$.

Разноименные кванторы можно переставлять только следующим образом:

$\exists x \forall y P(x,y) \to \forall y \exists x P(x,y)$, $\exists y \forall x P(x,y) \to \forall x \exists y P(x,y)$.

Обратные формулы неверны.

Пример. Очевидно, что высказывание $\forall x \exists y (x + y = 0)$ ($X = R$) истинно. Поменяем кванторы местами. Получим высказывание $\exists y \forall x (x + y = 0)$, которое является ложным.

Выражения с кванторами можно преобразовывать следующим образом:

$\forall x (P(x) \wedge Q(x)) = \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$, $\exists x (P(x) \vee Q(x)) = \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.

Справедливы эквивалентности:

$$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) = \forall x P(x) \vee \forall y Q(y) = \forall x (P(x) \vee \forall y Q(y)) =$$
$$= \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y)).$$

$$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) = \exists x P(x) \wedge \exists y Q(y) = \exists x (P(x) \wedge \exists y Q(y)) =$$
$$= \exists x \exists y (P(x) \wedge Q(y)).$$

Имеют место формулы:

$\forall x (P(x) \wedge C) = \forall x P(x) \wedge C$, $\exists x (P(x) \vee C) = \exists x P(x) \vee C$,

$\forall x (P(x) \vee C) = \forall x P(x) \vee C$, $\exists x (P(x) \wedge C) = \exists x P(x) \wedge C$.

Задания:

Задание 1

Определите, какие из следующих предложений истинные, а какие ложные, считая предметной областью множество действительных чисел R :

1. $\forall x \exists y (x + y = 9)$;
2. $\exists x \exists y (x + y = 9)$;
3. $\exists x \forall y (x + y = 9)$;
4. $\forall x \forall y (x + y = 9)$;
5. $\forall x (((x > 1) \vee (x < 2)) \Leftrightarrow (x = x))$;
6. $\forall x ((x^2 > x) \Leftrightarrow ((x > 1) \vee (x < 0)))$;
7. $\forall a ((\exists x (ax = 1)) \Leftrightarrow (a = 0))$;
8. $\forall a \exists b \forall x (x^2 + ax + b > 0)$;
9. $\exists b \forall a \exists x (x^2 + ax + b = 0)$;
10. $\forall b \exists a \forall x (x^2 + ax + b > 0)$;
11. $\exists a \forall b \exists x (x^2 + ax + b = 0)$.

Задание 2

Из следующих предикатов с помощью кванторов постройте всевозможные предложения (как первые четыре предложения предыдущей задачи) и определите их истинностные значения, считая предметной областью множество R :

x2 + y 2 = 16;

(x2 + 1 = 0) ⇒ (x = 1);

x < y;

x2 = 25.

Задание 3

Определите и изобразите на R множества истинности следующих одноместных предикатов:

|x + 4| < 3;

(x> 1) ∧(x< 1);

cos(x) > 1;

(x> 1) ∨(x< 1);

$x2 + 9 > 0$;
$(x > 1) \Rightarrow (x < 1)$;
$(x2 > 9) \Leftrightarrow (x > 3)$;
$(x > 1) \Leftrightarrow x < 1)$.

Порядок выполнения работы:
1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:
Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Практическая работа № 8
Построение отрицаний к предикатам. Формализация предложений с помощью логики предикатов

Формируемая компетенция:
ПК 3.4. Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев.
Цель работы: формирование умений формализовывать предложения с помощью логики предикатов.
Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- строить отрицания к предикатам;
- формализовывать предложения с помощью логики предикатов.

Материальное обеспечение:
Раздаточный материал (карточки с заданиями).
Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:
1. Определите объект, свойство объекта, область значений, функцию отношения для данной области, терм для следующих высказываний:
а) людей под фамилиями Иванов, Петров, Сидоров очень много;
б) две различные точки не совпадают.
2. Введите одноместные предикаты на соответствующих областях и запишите при их помощи следующие высказывания в виде логики предикатов:
а) всякое натуральное число, делящееся на 12, делится на 2,4 и 6;
б) жители Швейцарии обязательно владеют или французским, или итальянским, или немецким языком;
в) функция, непрерывная на отрезке [0,1] сохраняет знак или принимает нулевое значение.
3. Введите предикаты на соответствующих областях и запишите при их помощи следующие высказывания в виде логики предикатов:
а) если а – корень уравнения от одной переменной с вещественными коэффициентами, то $\overline{a}$ также корень этого уравнения;
б) через две различные точки проходит одна единственная прямая;
в) каждый студент выполнил, по крайней мере, одну лабораторную работу;
г) если произведение натуральных чисел делится на простое число, то на него делится, по крайней мере, один из сомножителей.

Порядок выполнения работы:
1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:
Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Тема 2.1. Основы теории множеств

Практическая работа № 9
Решение задач с помощью теории множеств

Формируемые компетенции:

ПК 1.1. Выполнять разработку спецификаций отдельных компонент.

Цель работы: формирование умений выполнять операции над множествами.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- выполнять операции над множествами;
- решать задачи на выполнение теоретико-множественных операций.

Материальное обеспечение:

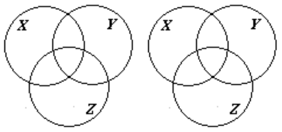
Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

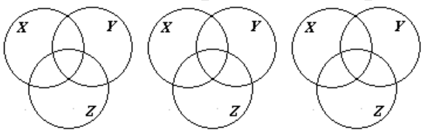
Задания:

1. Пусть даны множества *A={-3;-2;-1;0;1;2;3;7}*, *B={5;3;2;1;0;-2;-3}*, *C={-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4}*. Найдите множества $A\cup B$, $A\cap B$, $A\cup C$, $B\cup C$ $A\setminus B$, $B\setminus A$.
2. Докажите следующие тождества: а) $(X\cap Y)\cup Z=(X\cup Z)\cap(Y\cup Z)$; б) $(X\setminus Y)\cup Z=(X\setminus Y)\cap(Y\setminus Z)$.

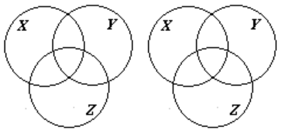
а) левая часть равенства



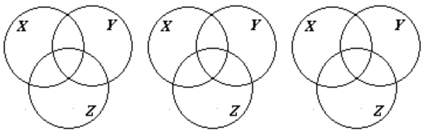
правая часть равенства



б) левая часть равенства



правая часть равенства



3. Пусть *N*- множество натуральных чисел, *Z*- множество целых чисел, а множества *A*, *B*, и *C* определены в задании 1. Найдите $A\cup N,\ A\cap N,\ Z\cup C,\ (A\cap B)\cap N,\ A\setminus Z$.
4. Пусть *A* – множество параллелограммов, *B* – множество прямоугольников, *C* – множество ромбов, *D*– множество квадратов. Запишите результат операций: $A\cap B,\ B\cap C,\ A\cup B\cup C\cup D.$
5. Укажите пустые множества среди следующих: а) множество целых корней уравнения $x^2-16=0$; б) множество целых корней уравнения $x^2+16=0$.
6. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера- Венна множества*A, B, C*, если: а) $A\subset B, B\subset C$; б) $A\subset B,\ B\subset C,\ A\setminus B=\varnothing$; в) $A\cup B,\ \ B\cap C,\ \ A\subset B$; г) $A\cap B\neq\varnothing,\ \ A\cap C\neq\varnothing,\ \ B\cap C\neq\varnothing,\ \ A\cap B\cap C\neq\varnothing$.
7. Даны множества $A=\{x\in R\,|\,x^2+4=y\}$, $B=\{x\in R\,|\,x^2+y^2\le 9\}$, $C=\{x\in R\,|\,x+2\le y\}$. Найдите $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cup C,\ A\cap C,\ B\cap C,\ A\setminus C,\ B\setminus A$.
8. Из цифр 1,2,3,4,5 составьте все двузначные числа. Как связано получившееся множество с декартовым произведением $A\times A,\ \ A=\{1,2,3,4,5\}$.

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

Тема 2.2. Элементы теории алгоритмов

Практическая работа № 10

Представление функций в рекурсивной формуле

Формируемая компетенция:

ПК 2.4. Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных.

Цель работы: формирование умений представлять функции в рекурсивной формуле.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- представлять функции в рекурсивной формуле.

Материальное обеспечение:

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

Задания:

1. Напишите рекурсивную функцию, проверяющую правильность расстановки скобок в строке. При правильной расстановке выполняются условия:

а) количество открывающих и закрывающих скобок равно;

б) внутри любой пары открывающая – соответствующая закрывающая скобка, скобки расставлены правильно.

Примеры неправильной расстановки:)(, ())(, ())(() и т.п.

2. В строке могут присутствовать скобки как круглые, так и квадратные скобки. Каждой открывающей скобке соответствует закрывающая того же типа (круглой – круглая, квадратной- квадратная). Напишите рекурсивную функцию, проверяющую правильность расстановки скобок в этом случае.

Пример неправильной расстановки: ([ )].

3. Число правильных скобочных структур длины 6 равно 5: ()()(), (())(), ()(()), ((())), (()()). Напишите рекурсивную программу генерации всех правильных скобочных структур длины 2n.

Указание: Правильная скобочная структура минимальной длины «()». Структуры большей длины получаются из структур меньшей длины, двумя способами:

а) если меньшую структуру взять в скобки;

б) если две меньших структуры записать последовательно.

Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.