Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г.И. Носова»
Многопрофильный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Директор
С.А. Махновский
«23» марта 2017 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ЕН.01 МАТЕМАТИКА
программы подготовки специалистов среднего звена
по специальности СПО
15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)

Магнитогорск, 2017

ОДОБРЕНО

Предметной комиссией
Математических и
естественнонаучных дисциплин
Председатель: Е.С. Корытникова
Протокол №7 от 14 марта 2017 г.

Методической комиссией

Протокол №4 от 23 марта 2017 г.

Разработчик
Ю.Ф. Сивилькаева,
преподаватель МпК ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»

Методические указания разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математика».

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К современному специалисту общество предъявляет широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через организацию самостоятельной работы. Процесс самостоятельной работы позволяет ярко проявиться индивидуальным способностям личности. Только через самостоятельную работу студент может стать высококвалифицированным компетентным специалистом, способным к постоянному профессиональному росту.

Самостоятельная работа при заочной форме обучения является основным видом учебной деятельности и предполагает следующее:

– самостоятельное изучение теоретического материала;
– выполнение контрольной работы;
– подготовку к промежуточной аттестации.

Настоящие методические указания составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины, утвержденной в многопрофильном колледже, и включают варианты контрольной работы для студентов заочной формы обучения.

Цель методических указаний – помочь студентам при самостоятельном освоении программного материала и выполнении домашней контрольной работы.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы являются:

- уровень освоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность общеучебных умений;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

ВИДЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ

2 Информационное обеспечение обучения

Тема	Вид деятельности
Раздел 1. Комплексные числа	
1.1. Основы теории комплексных чисел	1. Работа с литературой 2. Выполнение домашней контрольной работы
Раздел 2. Математический анализ	
2.1 Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1. Работа с литературой 2. Выполнение домашней контрольной работы
2.2 Интегральное исчисление функции одной переменной	1. Работа с литературой 2. Выполнение домашней контрольной работы
2.3 Дифференциальные уравнения	1. Работа с литературой 2. Выполнение домашней контрольной работы
Раздел 3. Основы теории вероятностей и математической статистики	
3.1 Основные понятия комбинаторики	1. Работа с конспектом лекций 2. Выполнение домашней контрольной работы
3.2 Основы теории вероятностей и математической статистики	3. Работа с конспектом лекций 4. Выполнение домашней контрольной работы
Раздел 4. Основы линейной алгебры	
4.1 Матрицы и определители	1. Работа с конспектом лекций 2. Выполнение домашней контрольной работы
4.2 Системы линейных	1. Работа с конспектом лекций

уравнений	**2. Выполнение домашней контрольной работы**

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ

Контрольная работа является наиболее значимым элементом самостоятельной работы для студентов заочной формы обучения. Выполнение контрольной работы помогает лучше изучить основные положения алгебры, геометрии и начал математического анализа, уяснить суть различных теоретических подходов к этим проблемам.

При написании контрольной работы студенты изучают значительный теоретический материал; знакомятся с основными понятиями и категориями учебной дисциплины; приобретают навыки работы со специальной литературой; учатся анализировать теоретический материал; осваивают методы математического анализа.

Выполнение домашней контрольной работы определяет степень усвоения студентами изучаемого материала, умение анализировать, систематизировать теоретические положения и применять полученные знания при решении практических задач.

Предлагается один вариант контрольной работы, который содержит задания с идентификационными параметрами. Вариант включает 13 типовых заданий.

При выполнении контрольной работы необходимо воспользоваться литературой, список которой приводится в методических указаниях. В качестве дополнительной литературы рекомендуются словари, справочники.

Обращаем Ваше внимание, что выполнение контрольных работ – обязательно. Своевременная сдача контрольных работ является условием допуска к промежуточной аттестации по дисциплине.

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в письменном виде и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее, чем за 14 дней до начала сессии. Допускается отправка контрольных работ по почте.

Если домашняя контрольная работа выполнена не в полном объеме или не соответствует требованиям, то работа возвращается студенту на доработку с указанием в рецензии выявленных замечаний. Вариант с замечаниями необходимо приложить к исправленному варианту.

Перед выполнением контрольной работы в начале тетради напишите свои фамилию, имя и отчество полностью в именительном падеже и укажите свои идентификационные параметры.

Идентификационные параметры

k - количество букв в Вашей фамилии (например, для фамилии ИВАНОВ ***k***=6)

m- количество букв в Вашем имени (например, для имени СЕРГЕЙ ***m***=6)

p- последняя цифра в номере вашей зачетной книжки; если последняя цифра равна 0, то взять ***p***=10

Получив свой вариант контрольной работы, вы должны:

1. изучить настоящие методические указания для студентов заочной формы обучения;
2. внимательно ознакомиться с вопросами (теоретическими и практическими) своего варианта;
3. подобрать соответствующие учебно-методические пособия, изданные в колледже, учебную литературу, ознакомиться с подобранной информацией;
4. выполнить задания по теоретическим вопросам, составив, в зависимости от задания, конспект, таблицу, схему, план ответа и др.
5. провести расчеты, решить задачи, предварительно изучив типовые образцы по теме, используя учебно-методические пособия, изданные в колледже.
6. оформить работу в соответствии с требованиями к оформлению.

Требования к оформлению контрольной работы

Студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольную работу в отдельной тетради в клетку и представить ее ведущему преподавателю соответствующей дисциплины не позднее, чем за 14 дней до начала лабораторно-экзаменационной сессии.

При оформлении указывать номер и букву каждого задания. Решения задач оформлять подробно, с пояснениями и указанием соответствующих формул, теорем и свойств. Графики, чертежи и рисунки выполняются с помощью карандаша и линейки.

Содержание основной части работы должно соответствовать заданию в соответствии с вариантом методических указаний. Расчеты должны быть проведены по действующим методикам.

В конце работы приводится список литературы. Список использованной литературы должен содержать сведения обо всех источниках, использованных при выполнении работы.

Примеры выполнения типовых заданий

Задание 1.

Дано: $z_1 = 4 + i$; $z_2 = -2 - 3i$

Найти: $\dfrac{z_1}{z_2}$;

Решение:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{4+i}{-2-3i} = \frac{(4+i)\cdot(-2+3i)}{(-2-3i)\cdot(-2+3i)} = \frac{-8+12i-2i+3i^2}{(-2)^2-(3i)^2} =$$

$$= \frac{-8+10i+3\cdot(-1)}{4-9i^2} = \frac{-8+10i-3}{4-9\cdot(-1)} = \frac{-11+10i}{4+9} = \frac{-11+10i}{13} =$$

$$= -\frac{11}{13} + \frac{10i}{13}$$

Задание 2.

1. Дано:

$$z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

$$z_2 = -3\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$$

Найти: $z_1 \cdot z_2$

Решение:

$$z_1 \cdot z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)\cdot\left(-3\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)\right) =$$

$$= 2\cdot(-3)\left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right)\right) =$$

$$= -6\left(\cos\frac{\pi + 3\pi}{6} + i\sin\frac{\pi + 3\pi}{6}\right) =$$

$$= -6\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

2. Дано:

$$z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

Найти: $\sqrt[5]{z_1}$

Решение:

$$\sqrt[5]{z_1} = \sqrt[5]{2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)} =$$

$$= \sqrt[5]{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6\cdot 5} + \frac{2\pi k}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6\cdot 5} + \frac{2\pi k}{5}\right)\right) =$$

$$= \sqrt[5]{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{30} + \frac{2\pi k}{5}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{30} + \frac{2\pi k}{5}\right)\right)$$

Задание 3. Найти производную функции $y = \ln\left(x^2 - 4x + 4\right)$.

По свойству дифференцирования сложной функции (производная внешней функции умножается на производную внутренней функции) вначале находим производную натурального логарифма и домножаем на производную подлогарифмической функции:

$$y' = \left(\ln\left(x^2 - 4x + 4\right)\right)' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot \left(x^2 - 4x + 4\right)'$$

Производная суммы равна сумме производных и константу можно выносить за знак производной, поэтому имеем:

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot \left[\left(x^2\right)' - (4x)' + (4)'\right]$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot \left[2x - 4\,(x)' + 0\right]$$

$$y' = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} \cdot (2x - 4)$$

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 4}$$

Знаменатель дроби можно свернуть по формуле квадрат разности ($(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$) , а в числителе двойку вынесем как общий множитель за скобки:

$$y' = \frac{2(x - 2)}{(x - 2)^2} \quad \text{сокращаем: } y' = \frac{2}{x - 2}$$

Задание 4. Исследуйте функцию по общей схеме и постройте её график.

$y = 1 + 2x^2 - x^4$;

1) $x \in (-\infty; +\infty)$

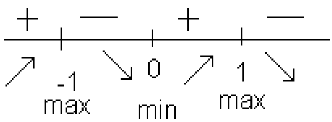
2) $f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - (-x)^4 = 1 + 2x^2 - x^4 \Rightarrow$ *имеем* $f(-x) = f(x) \Rightarrow$ функция четная и ее график симметричен относительно оси (ОУ).

3) Т.к. $x \in (-\infty; +\infty)$ следовательно, точек разрыва нет, следовательно асимптот эта функция не имеет.

$$f'(x)=(1+2x^2-x^4)'=4x-4x^3;$$

4) $4x-4x^3=0$

$$4x(1-x^2)=0 \Rightarrow x=0:x=\pm 1;$$



$$f(-1)=1+2(-2)^2-(-2)^4=2$$

$$f(0)=1+2(0)^2-0^4=1$$

$$f(1)=1+2*1^2-1^4=2$$

x	$(-\infty;-1)$	1	(-1:0)	0	(0;1)	1	(1;+ ∞)
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	↗	-2	↘	1	↗	2	↘

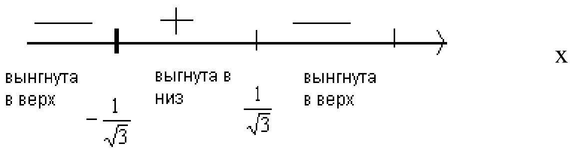
$$f''(x)=(4x-4x^3)'=4-12x^2;$$

$$4-12x^2=4$$

5) $12x^2=4$

$$x^2=\frac{1}{3}$$

$$x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}};$$



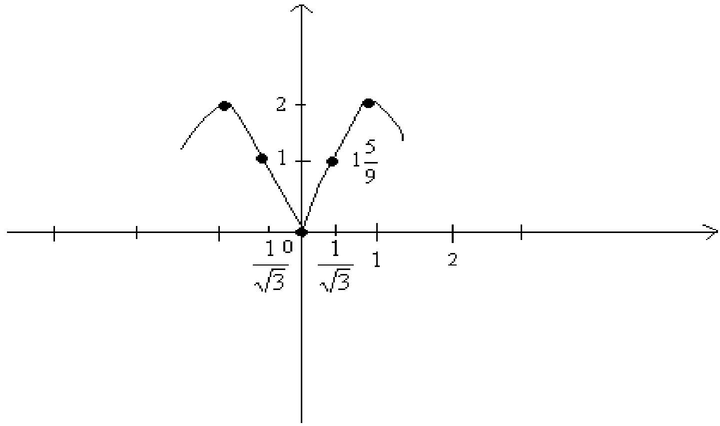
$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=1+2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2-\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4=1+\frac{2}{3}-\frac{1}{9}=1\frac{5}{9}$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=1+2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4=1\frac{5}{9}$$

Составим таблицу.

x	$(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}})$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty)$
$f''(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	Выпукла вверх	$1\frac{5}{9}$	Выпукла вниз	$1\frac{5}{9}$	Выпукла вверх

8). Построим график функции.



Задание 5. Вычислить неопределенный интеграл $\int \sqrt[3]{x^2}dx$.

Для того, чтобы привести интеграл к табличному преобразуем подынтегральное выражение согласно свойствам степеней:

$$\int \sqrt[3]{x^2}dx = \int x^{\frac{2}{3}}dx$$

далее, применяя табличный интеграл для степенной функции

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

при $n = \frac{2}{3}$, получим

$$\int \sqrt[3]{x^2}dx = \int x^{\frac{2}{3}}dx = \frac{x^{2/3+1}}{2/3+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3x \cdot \sqrt[3]{x^2}}{5} + C$$

Задание 6. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9\left(\frac{2x}{5}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\cdot dx$

На основании свойств определенного интеграла и формулы Ньютона-Лейбница ($\int_a^b f(x)dx = F(X)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$) получаем

$$\int_4^9\left(\frac{2x}{5}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\cdot dx = \int_4^9\frac{2x}{5}\cdot dx + \int_4^9\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot dx =$$

$$= \frac{2}{5}\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_4^9 + \sqrt{x}\Big|_4^9 = \frac{1}{5}\cdot\left(9^2-4^2\right)+\left(\sqrt{9}-\sqrt{4}\right) = \frac{1}{5}\cdot 65+1 = 14.$$

Задание 7. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями $y=\sqrt{x}, y=x$.

Решение.

Сначала находим координаты точек пересечения графиков функций $y=\sqrt{x}$ и $y=x$. Для этого решим систему $\begin{cases} y=x \\ y=\sqrt{x} \end{cases}$

Приравняем $x=\sqrt{x}$. Возводя обе части в квадрат, получим квадратное уравнение $x^2-x=0$. Поэтому, преобразуя как $x(x-1)=0$, будем иметь два корня $x_1=0, x_2=1$. Ясно, что на промежутке от 0 до 1 значения $\sqrt{x}$ всегда превышают x.

Таким образом, задача сводится к нахождению интеграла.

$$\int_0^1\left(\sqrt{x}-x\right)dx = \frac{2x^{2/3}}{3}-\frac{x^2}{2}\ \Big|_0^1 = \frac{2}{3}1^{3/2}-\frac{1^2}{2} = \frac{1}{6} \approx 0{,}167.$$

Задание 8. Найти частное решение дифференциального уравнения

$\boldsymbol{(1+x^2)dy + y\,dx = 0}$ при начальном условии $\boldsymbol{y(1) = 1.}$

Преобразуем данное уравнение к виду $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{1+x^2}$. Интегрируя, имеем

$$\int\frac{dy}{y} = -\int\frac{dx}{1+x^2},\ \text{или}\ \ln|y| = -arctg\ x + C$$

Это общий интеграл данного уравнения.

Теперь, используя начальное условие, найдем произвольную постоянную:$\ln 1 = -arctg\ 1 + C$, т.е.$C=\frac{\pi}{4}$. Следовательно,

$$\ln y = -arctg\ x + \frac{\pi}{4},$$

откуда получаем искомое частное решение $y = e^{\frac{\pi}{4} - arctgx}$.

Задание 9. Какова вероятность того, что при бросании двух игровых кубиков выпадет хотя бы один раз 4очка?

Пусть А- событие выпадение четырёх очков при бросании первого кубика. Событие В- выпадение четырёх очков при бросании второго кубика. Данные события являются совместными. Следовательно для них справедливо свойство: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

Имеем $P(A) = \frac{1}{6}$; $P(B) = \frac{1}{6}$; $P(AB) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

Задание 10. Дано статистическое распределение выборки

x_i	3	5	7
n_i	1	6	9

Найдите относительные частоты, накопленные частоты, накопленные относительные частоты.

Решение:

Вычислим объем выборки:

$$n = 1 + 6 + 9 = 16$$

$$w_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{1}{16} = 0{,}0625;$$

$$w_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{6}{16} = 0{,}375;$$

$$w_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{9}{16} = 0{,}5625 ;$$

$$n_1^{нак} = 0;\ n_2^{нак} = 1;\ n_3^{нак} = 7;\ n_4^{нак} = 16 = n;$$

$$\mathrm{w}_1^{нак} = \frac{0}{16} = 0$$

$$\mathrm{w}_2^{нак} = \frac{1}{16} = 0{,}0625 ;$$

$$w_3^{нак} = \frac{7}{16} = 0,4375;$$

$$w_4^{нак} = 1.$$

Задание 11. Вычислите:

а) выборочное среднее для выборки:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	2	3	5	7	9	11

Решение:

$$\overline{x_в} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 11}{2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11} = \frac{162}{37} = 4,38$$

б) генеральное среднее для генеральной совокупности, заданной таблицей:

x_i	1	2	3	4	5	6
N_i	2	6	1	10	4	6

Решение:

$$\bar{x}_г = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 6}{2 + 6 + 1 + 10 + 4 + 6} = \frac{113}{29} = 3,895.$$

Задание 12. : Вычислите матрицу $X = 2CB + 3A^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение:

Выполним задание по действиям:

1) $2xC = 2\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -3\\ 3 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4 & 2\\ 0 & -6\\ 6 & 4\end{pmatrix}$

2) 2CB=

$$\begin{pmatrix}4 & 2\\ 0 & -6\\ 6 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\ -1 & 2 & 0\end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix}4\cdot2+2(-1) & 4\cdot(-1)+2\cdot2 & 4\cdot2+2\cdot0\\ 0\cdot2+(-6)\cdot(-1) & 0\cdot(-1)+(-6)\cdot2 & 0\cdot2+(-6)\cdot0\\ 6\cdot2+4\cdot(-1) & 6\cdot(-1)+4\cdot2 & 6\cdot2+4\cdot0\end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix}6 & 0 & 8\\ 6 & -12 & 0\\ 8 & 2 & 12\end{pmatrix}$$

Найдем матрицу, транспонированную к A:

$$A = \begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 2 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix},\quad A^T = \begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ -2 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

1) $3A^T = 3\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ -2 & -1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3 & 6 & 3\\ 0 & 3 & 3\\ -6 & -3 & 0\end{pmatrix}$

2) $2CB + 3A^T = \begin{pmatrix}6 & 0 & 8\\ 6 & -12 & 0\\ 8 & 2 & 12\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3 & 6 & 3\\ 0 & 3 & 3\\ -6 & -3 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9 & 6 & 11\\ 6 & -9 & 3\\ 2 & -1 & 12\end{pmatrix}$

Задание 13. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases}x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0;\\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5;\\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5\end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & -1 & 4\\ 3 & 1 & -1\end{pmatrix};$$

$$\Delta A = \begin{vmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & -1 & 4\\ 3 & 1 & -1\end{vmatrix} = 10 \neq 0$$

Вычислим определители каждой переменной:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix}0 & 2 & -3\\ 5 & -1 & 4\\ 5 & 1 & -1\end{vmatrix} = 0 - 15 + 40 - 15 + 10 - 0 = 20$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -5 - 30 + 0 + 45 - 0 - 20 = -10$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -5 + 0 + 30 - 0 - 20 - 5 = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{20}{10} = 2;\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-10}{10} = -1;\ x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{0}{10} = 0$$

Ответ: $(2; -1; 0)$.

ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Найдите значения выражений $2 \cdot z_1 - z_2 \cdot z_3 + z_4$, $z_1 \cdot z_2 - z_2 \cdot z_3 + z_3 \cdot z_4$, $\frac{z_2}{z_4}$, $\frac{z_3}{z_1}$ при $z_1 = k - mi$, $z_2 = m + pi$, $z_3 = p - i$, $z_4 = -p + 2i$.
2. Даны комплексные числа в тригонометрической форме:

$$z_1 = m\left(\cos\frac{\pi}{k} + i\sin\frac{\pi}{k}\right);$$

$$z_2 = k\left(\cos\frac{\pi}{p} + i\sin\frac{\pi}{p}\right);$$

$$z_3 = p\left(\cos\frac{\pi}{m} + i\sin\frac{\pi}{m}\right).$$

Найти: $z_1 \cdot z_2$, $z_2 \cdot z_3$, $z_1 \cdot z_3$, $\frac{z_2}{z_1}$, $\frac{z_3}{z_2}$, z_1^2, z_2^3, $\sqrt{z_1}$, $\sqrt{z_2}$, $\sqrt[3]{z_3}$.

3. Найдите производные функций:

a) $f(x) = m^x - x^m \sin x + \dfrac{px - k}{p - kx} + (m-1)x$;

b) $f(x) = \left(e^{kx} + \sqrt[k]{x^{m+k+p}} \cdot \log_m x\right)^{p+4}$.

4. Исследуйте функцию $f(x) = \dfrac{(x+1)(x+m+k)}{px}$ по общей схеме и постройте её график.
5. Найдите неопределённые интегралы:

a) $\displaystyle\int \frac{(x+k)(x+p)}{x-m}\,dx$;

b) $\displaystyle\int \frac{\sin^m \sqrt{kx+p}\,\cos\sqrt{kx+p}}{\sqrt{kx+p}}\,dx$;

c) $\int (mx+k)(x-p)\ln x dx$.

6. Вычислите определённые интегралы:

a) $\int_1^e \left(9kx^2+4px+m\right)\ln x dx$;

b) $\int_0^p \frac{x^{m-1}}{x^{2m}+k^2}$.

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = p\sin\frac{x}{m},\ \ y=(p+k)\sin\frac{x}{m},\quad 0\le x\le m\pi .$$

8. Найдите объём тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями

$$y = p\sqrt{2(x-m)},\ y=0,\ x=m+k .$$

9. Найдите частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие данным начальным условиям:

a) $y''=(k-2)x^2-(m-1)x+p+3,\ y'(0)=k-m,\ y(0)=p-k$;

b) $y''-(k+m)y'+kmy=0,\ y'(0)=0,\ y(0)=p$.

10. В урне находится *k* белых, *m+1* черных и *p+2* красных шаров. Из этой урны наудачу вынимают три шара. Какова вероятность, что вынутые шары окажутся:
    a) все разного цвета;
    b) все одного цвета;
    c) два шара одного цвета, а третий другого?

11. В урне находится *k* белых, *m+1* черных и *p+2* красных шаров. Из этой урны наудачу вынимают четыре шара. Случайная величина *X* – количество черных шаров среди вынутых четырех. Построить закон и многоугольник распределения; составить функцию распределения *F(X)* и построить ее график; найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение величины *X* (все результаты округлять до сотых).

12. Выполните действия:

$$\begin{pmatrix} m & -2 & m \\ 1 & k & p \\ p & 0 & -p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k & m & 0 \\ -k & 1 & 2 \\ 1 & -p & -m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m-k & p & k \\ k+p & p-m & m+k \\ m & p & p-k \end{pmatrix}.$$

13. Решите систему уравнений по правилу Крамера

$$\begin{cases} mx + ky - z = 2; \\ x - 3y + pz = 5; \\ px + my + z = k. \end{cases}$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Промежуточная аттестация по учебной дисциплине «Математика» проводится в форме экзамена**.**

Экзамен проводится в письменной форме.

Обучающийся должен предоставить письменную работу преподавателю.

Теоретические вопросы экзамена

1. Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме
2. Переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической.
3. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
4. Решение систем уравнений методом Крамера.
5. Производная функции.
6. Таблица производных.
7. Правила дифференцирования.
8. Производная сложной функции.
9. Применение производной к приближенным вычислениям.
10. Применение производной к исследованию функций на монотонность.
11. Применение производной к исследованию функций на экстремумы.
12. Применение производной в физике.
13. Неопределенный интеграл.
14. Таблица интегралов.
15. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
16. Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью определенного интеграла.
17. Вычисление объёмов тел вращения с помощью определенного интеграла.
18. Приложения интеграла в физике.
19. Основные понятия дифференциальных уравнений.

20. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
21. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
22. Основные понятия комбинаторики.
23. Основные понятия теории вероятностей.
24. Матрицы (основные понятия).
25. Действия с матрицами.
26. Определители матриц.
27. Решение систем уравнений методом Крамера.

Типовые задания

№	Типовые задания	Тема
1.	Производная функции $y = x^3 \cdot e^x + 5 \cdot x$ равна …	Тема 2.1. Дифференциальные исчисления функций одной независимой переменной
2.	Производная функции $y = \cos\left(8x + \frac{3\pi}{2}\right)$ равна …	
3.	Для функции $y = -x^3 + 12x^2 - 21x + 12$ точка минимума x_0 принимает значение, равное …	
4.	Функция $f(x) = x^5 + 20x^2 + 3$ имеет на отрезке $[-1; 1]$ наименьшее значение, равное …	
5.	Неопределенный интеграл $\int 6 \cdot x^4 dx$ равен …	Тема 2.2 Интегральные исчисления функций одной независимой переменной
6.	Определенный интеграл $\int_1^4 \frac{2dx}{\sqrt{x}}$ равен …	
7.	Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x+9}}$ равен …	
8.	Площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 9 - x^2$ и осью *OX*, равна …	
9.	Определенный интеграл $\int_4^8 4 \cdot x dx$ равен …	
10.	Скорость движения тела задана уравнением $v(t) = \frac{5}{\sqrt{t}}$. Тогда путь, пройденный телом за 9 секунд от начала движения, равен …	
11.	Скорость гоночного автомобиля, движущегося прямолинейно, изменяется по закону $v(t) = 4t^3 - 2t$ Время гоночного автомобиля, при котором ускорение $a = 46$, равно …	

<table>
<tr><td>12.</td><td>Вычислить в алгебраической форме
$2z_1 \pm 3z_2;\ z_3 - 2z_4;$
$z_1 = -3 - 3\sqrt{2}i; z_2 = 2i; z_3 = \sqrt{2}e^{\frac{3}{2}\pi i}; z_4 = 3(\cos\frac{5}{4}\pi + i\sin\frac{5}{4}\pi);$</td><td rowspan="2">Тема 1.1 Основы теории комплексны х чисел</td></tr>
<tr><td>13.</td><td>Вычислить в тригонометрической и показательной формах $z_1^4;\ z_3^5;\ z_4^{10};\ \sqrt[3]{z_2};\ \sqrt[3]{z_3};\ \sqrt[5]{z_4};$;
$z_1 = -3 - 3\sqrt{2}i; z_2 = 2i; z_3 = \sqrt{2}e^{\frac{3}{2}\pi i}; z_4 = 3(\cos\frac{5}{4}\pi + i\sin\frac{5}{4}\pi);$</td></tr>
<tr><td>14.</td><td>Курьер получил пять писем. Каждому получателю предназначается одно письмо. Тогда количество различных способов разнести их по пяти адресам равно …</td><td>Тема 3.1 Основные понятия комбинатори ки</td></tr>
<tr><td>15.</td><td>В фирме такси в данный момент свободно: 15 черных, 6 желтых и 9 зеленых машин. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Она окажется зеленого цвета с вероятностью, равной …</td><td rowspan="4">Тема 3.2 Основы теории вероятностей и математичес кой статистики</td></tr>
<tr><td>16.</td><td>В ряде магазинов города Саранска провели маркетинговые исследования. При этом выясняли у покупателей рейтинг качества по десятибалльной шкале более востребованных продуктов питания. Результаты исследования некоторых продуктов представлены в таблице:
<table>
<tr><td>N</td><td>Продукт</td><td colspan="11">Рейтинг качества(в баллах)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Молоко</td><td>10</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td><td>4</td><td>7</td><td>3</td><td>10</td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Масло</td><td>9</td><td>9</td><td>10</td><td>5</td><td>9</td><td>9</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Хлеб</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td>6</td><td>10</td><td>4</td><td>4</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Колбаса</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>4</td></tr>
</table>
Вероятность того, что рейтинг качества колбасы, выбранной случайным образом в одном из магазинов города Саранска, больше 5 баллов, равна …</td></tr>
<tr><td>17.</td><td>Объем выборки, заданной статистическим распределением
<table>
<tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>n_i</td><td>5</td><td>14</td><td>3</td><td>8</td></tr>
</table>
равен …</td></tr>
<tr><td>18.</td><td>В ряде магазинов города Саранска провели маркетинговые исследования. При этом выясняли у покупателей рейтинг качества по десятибалльной шкале более востребованных продуктов питания. Результаты исследования некоторых продуктов</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>представлены в таблице:
<table>
<tr><td>N</td><td>Продукт</td><td colspan="11">Рейтинг качества(в баллах)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Молоко</td><td>10</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td><td>4</td><td>7</td><td>3</td><td>10</td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Масло</td><td>9</td><td>9</td><td>10</td><td>5</td><td>9</td><td>9</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Хлеб</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td>6</td><td>10</td><td>4</td><td>4</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Колбаса</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>4</td></tr>
</table>
Размах вариации по исследованию рейтинга качества хлеба равен …</td><td></td></tr>
<tr><td>19.</td><td>Даны матрицы A = $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ и B = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$. Тогда матрица C = -2A +B равна…</td><td rowspan="2">Тема 4.1. Матрицы и определители</td></tr>
<tr><td>20.</td><td>Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ равен…</td></tr>
<tr><td>21.</td><td>Решение системы уравнений $\begin{cases} 2x - y + 2z = -3, \\ x + 2y - z = 4, \\ 3x + y + 3z = 3. \end{cases}$</td><td>Тема 4.2. Система линейных уравнений</td></tr>
</table>

Критерии оценки

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой:

<table>
<tr><th rowspan="2">Процент результативности (правильных ответов)</th><th colspan="2">Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений</th></tr>
<tr><th>балл (отметка)</th><th>вербальный аналог</th></tr>
<tr><td>90 ÷ 100</td><td>5</td><td>отлично</td></tr>
<tr><td>80 ÷ 89</td><td>4</td><td>хорошо</td></tr>
<tr><td>70 ÷ 79</td><td>3</td><td>удовлетворительно</td></tr>
<tr><td>менее 70</td><td>2</td><td>неудовлетворительно</td></tr>
</table>

Приложение

Образец оформления титульного листа контрольной работы

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г. И. Носова»
Многопрофильный колледж

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № ____
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Математика»
Вариант ________

Выполнил (а) ____
Специальность: ____
Группа ____
Шифр ____

Преподаватель ____

Магнитогорск, 20__ г.