

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г.И. Носова»  
Многопрофильный колледж



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

по учебной дисциплине  
**ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА  
С ЭЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ**  
для студентов специальности  
09.02.07 Информационные системы и программирование  
квалификация: Разработчик веб и мультимедийных приложений

Магнитогорск, 2019

**ОДОБРЕНО:**

Предметно-цикловой комиссией  
«Информатики и вычислительной техники»  
Председатель И.Г.Зорина  
Протокол № 6 от 20.02.2019

Методической комиссией МпК  
Протокол №5 от «21» февраля 2019г

**Составители:**

преподаватель МпК ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» Светлана Владимировна Меркулова  
преподаватель МпК ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» Елена Александровна Васильева

Методические указания по выполнению практических работ разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ».

Содержание практических работ ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессиональных модулей программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование квалификация: Разработчик веб и мультимедийных приложений и овладению общими компетенциями.

## СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.....	4
2 ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ.....	6
3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.....	6
Практическая работа № 1 Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований .....	8
Практическая работа № 2 Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований .....	10
Практическая работа № 3 Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ .....	12
Практическая работа № 4 Проверка булевой функции на принадлежность к классам $T_0$ , $T_1$ , $S$ , $L$ , $M$ . Полнота множеств.....	16
Практическая работа № 5 Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна. ....	18
Практическая работа № 6 Исследование свойств бинарных отношений .....	20
Практическая работа № 7 Теория отображений и алгебра подстановок .....	22
Практическая работа № 8 Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции .....	24
Практическая работа № 9 Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов.....	28
Практическая работа № 10 Работа машины Тьюринга.....	30

## 1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики» предусмотрено проведение практических занятий. В рамках практического занятия обучающиеся могут выполнять одну или несколько практических работ.

В результате их выполнения, обучающийся должен:

**уметь:**

У.1 Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики.

У.2 Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

У 01.2 анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;

У 01.3 определять этапы решения задачи;

У 01.5 составлять план действия;

У 01.9 реализовать составленный план;

У 01.11 оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)

У 02.1 определять задачи поиска информации;

У 02.2 определять необходимые источники информации;

У 02.3 планировать процесс поиска;

У 02.4 структурировать получаемую информацию;

У 02.5 выделять наиболее значимое в перечне информации;

У 04.2 взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами в ходе профессиональной деятельности

У 05.1 грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе

У 09.1 применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач;

У 10.1 понимать общий смысл четко произнесенных высказываний на известные темы (профессиональные и бытовые), понимать тексты на базовые профессиональные темы; участвовать в диалогах на знакомые общие и профессиональные темы;

Содержание практических ориентировано формирование **общих компетенций:**

ОК 1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 2 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 4 Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.

ОК 5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК 9 Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности

ОК 10 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Выполнение обучающихся практических работ по учебной дисциплине «ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики» направлено на:

- *обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;*

- *формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;*

Практические занятия проводятся после соответствующей темы, которая обеспечивает наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

## 2 ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Разделы/темы	Темы практических занятий	Количество часов	Требования ФГОС СПО (уметь)
<b>Раздел 1. Основы математической логики</b>			
Тема 1.1. Алгебра высказываний	Практическая работа № 1 Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований.	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
	Тема 1.2. Булевы функции Практическая работа № 2 Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований	1	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
	Практическая работа № 3 Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ.	1	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
	Практическая работа № 4 Проверка булевой функции на принадлежность к классам T0, T1, S, L, M. Полнота множеств	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
<b>Раздел 2. Элементы теории множеств</b>			
Тема 2.1. Основы теории множеств ...	Практическая работа № 5 Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.	2	У1, У2 У01.2, У01 У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
	Практическая работа № 6 Исследование свойств бинарных отношений.	2	У1, У2 У01.2, У01 У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
	Практическая работа № 7 Теория отображений и алгебра подстановок	2	У1, У2 У01.2, У01 У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
<b>Раздел 3. Логика предикатов</b>			
Тема 3.1. Предикаты	Практическая работа № 8 Нахождение области определения и	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5,

	истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции		У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
<b>Раздел 4. Элементы теории графов</b>			
<b>Тема 4.1. Основы теории графов</b>	<b>Практическая работа № 9</b> Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
<b>Раздел 5. Элементы теории алгоритмов</b>			
<b>Тема 5.1. Элементы теории алгоритмов</b>	<b>Практическая работа № 10</b> Работа машины Тьюринга.	1	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
<b>ИТОГО</b>		<b>17</b>	

### 3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

#### Тема 1.1. Алгебра высказываний

##### Практическая работа № 1 Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

**Цель работы:** формирование умений упрощать логические выражения с помощью законов алгебры логики.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

Какое тождество записано неверно:

а)  $x \vee \bar{x} = 1$ ;

б)  $x \vee x \vee x \vee x \vee x \vee x = 1$ ;

в)  $x \& x \& x \& x \& x = 1$ .

Выразите данные логические функции через элементарные операции: а)  $F = (A|B)C$ ; б)  $F = (A \downarrow B) \downarrow C$ .

Упростите логические выражения: а)  $A \vee (\bar{A} \& B)$ ; б)  $(A \vee B) \& (\bar{B} \vee A) \& (\bar{C} \vee B)$ .

4. Решите задачу. Компьютер вышел из строя (нет изображения на экране монитора), однако неизвестно какое устройство не работает (монитор, видеокарта или оперативная память). Можно предположить следующее:

1) если монитор исправен или видеокарта неисправна, то оперативная память неисправна;

2) если монитор исправен, то оперативная память исправна.

Исправен ли монитор?

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.

2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.



«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент не отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

**Тема 1.2. Булевы функции**  
**Практическая работа № 2 Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований**

**Цель работы:** формирование умений представлять функции в СДНФ и СКНФ с минимальным числом членов и минимальным числом переменных в членах.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- применять законы алгебры логики;
- представлять функции в СДНФ и СКНФ.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Осуществить переход от ДНФ к СДНФ для следующей функции  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_3$ .
2. Осуществить переход от КНФ к СКНФ для следующей функции:  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 (\bar{x}_2 \vee x_3)$ .
3. Записать СДНФ и СКНФ для следующей функции, заданной таблично:

$x_1$									
$x_2$									
$x_3$									
$f(x_1, x_2, x_3)$									

4. Сколько наборов будет участвовать в СКНФ для функции заданной таблично:

			$(a \rightarrow b) \rightarrow \bar{c}$
			1
			0
			1
			0
			1
			1
			1
			0

5. Для функции, заданной таблицей истинности, найти МДНФ методом Квайна:

$x_1$														
$x_2$														
$x_3$														
$x_4$														
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$														

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент не отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 1.2. Булевы функции

### Практическая работа № 3 Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ

**Цель работы:** формирование умений представлять функции в СДНФ и СКНФ с минимальным числом членов и минимальным числом переменных в членах.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- применять законы алгебры логики;
- минимизировать логические функции.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Записать СДНФ и СКНФ для следующей функции, заданной таблично:

$x_1$									
$x_2$									
$x_3$									
$f(x_1, x_2, x_3)$									

2. Для функции, заданной таблицей истинности, найти МДНФ методом Квайна:

$x_1$															
$x_2$															
$x_3$															
$x_4$															
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$															

#### Теоретический материал

Метод Квайна относится к числу таких методов минимизации функций алгебры логики, которые позволяют представлять функции в ДНФ или КНФ с минимальным числом членов и минимальным числом букв в членах. Этот метод содержит два этапа преобразования выражения функции: на первом этапе осуществляется переход от канонической формы (СДНФ или СКНФ) к так называемой *сокращенной форме*, на втором этапе — переход от сокращенной формы логического выражения к *минимальной форме*.

**Первый этап (получение сокращенной формы).** Пусть заданная функция  $f$  представлена в СДНФ.

Переход к сокращенной форме основан на последовательном применении двух операций: *операции склеивания* и *операции поглощения*.

Для выполнения операции склеивания выявляются в выражении пары членов вида  $\omega \cdot x$  и  $\omega \cdot \bar{x}$ , различающихся лишь тем, что один из аргументов в одном из членов представлен без инверсии, в другом — с инверсией. Затем проводится склеивание таких пар членов:  $\omega \cdot x \vee \omega \cdot \bar{x} = \omega \cdot (x \vee \bar{x}) = \omega$ , и результаты склеивания  $\omega$  вводятся в выражение функции в качестве дополнительных членов. Далее проводится операция поглощения. Она основана на

равенстве  $\omega \vee \omega \cdot z = \omega \cdot (1 \vee z) = \omega$  (член  $\omega$  поглощает член  $\omega \cdot z$ ). При проведении этой операции из логического выражения вычеркиваются все члены, поглощаемые членами, которые введены в результате проведения операции склеивания.

Операции склеивания и поглощения проводятся последовательно до тех пор, пока их выполнение оказывается возможным.

Покажем выполнение этих операций применительно к функции, заданной таблицей истинности.

$x_1$								
$x_2$								
$x_3$								
$f(x_1, x_2, x_3)$								

Записываем СДНФ функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3.$$

Попарным сравнением членов (каждого из членов со всеми последующими) выявляем склеивающиеся пары членов:

первый и четвертый члены (результат склеивания  $x_2 \bar{x}_3$ );

второй и третий члены (результат склеивания  $x_1 \bar{x}_2$ );

второй и четвертый члены (результат склеивания  $x_1 \bar{x}_3$ );

третий и пятый члены (результат склеивания  $x_1 x_3$ );

четвертый и пятый члены (результат склеивания  $x_1 x_2$ ).

Член  $x_2 \bar{x}_3$  поглощает те члены исходного выражения, которые содержат  $x_2 \bar{x}_3$ , т. е. первый и четвертый. Эти члены вычеркиваются. Член  $x_1 \bar{x}_2$  поглощает второй и третий, а член  $x_1 \bar{x}_3$  — пятый член исходного выражения.

Получаем следующее выражение:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2.$$

Повторяем операции склеивания и поглощения. Здесь склеивается лишь пара членов  $x_1 \bar{x}_2$  и  $x_1 x_2$  (склеивание пары членов  $x_1 \bar{x}_3$  и  $x_1 x_3$  приводит к тому же результату), результат склеивания  $x_1$  поглощает второй, третий, четвертый и пятый члены выражения.

Дальнейшее проведение операций склеивания и поглощения оказывается невозможным, сокращенная форма выражения заданной функции (в данном примере она совпадает с минимальной формой):  $f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \bar{x}_3 \vee x_1$ .

Члены сокращенной формы (в рассмотренном примере такими членами служат  $x_2 \bar{x}_3$  и  $x_1$ ) называются *простыми импликантами* функции.

Как видим, получено выражение существенно более простое по сравнению с СДНФ функции.

**Второй этап (получение минимальной формы).** Сокращенная форма может содержать лишние члены, исключение которых из выражения функции не повлияет на значение функции.

Таким образом, дальнейшее упрощение логического выражения достигается исключением из выражения лишних членов. В этом и заключается содержание второго этапа

минимизации. Покажем этот этап минимизации логического выражения на примере построения логического устройства для функции, заданной следующей таблицей истинности.

$x_1$															
$x_2$															
$x_3$															
$x_4$															
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$															

Совершенная ДНФ данной функции

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4.$$

Для получения сокращенной формы проводим операции склеивания и поглощения. В результате имеем:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}x_2x_3 \vee \overline{x_1}x_2x_4 \vee \overline{x_1}x_3x_4 \vee x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3.$$

Полученное выражение представляет собой сокращенную форму логического выражения заданной функции, а члены его — *простые импликанты* функции. Переход от сокращенной формы к минимальной осуществляется с помощью *импликантной матрицы*, приведенной ниже.

В столбцы импликантной матрицы вписываются члены СДНФ заданной функции, в строки — простые импликанты функции, т. е. члены сокращенной формы логического выражения функции.

Отмечаются (например, крестиками) столбцы членов СДНФ, поглощаемых отдельными простыми импликантами.

Простые импликанты	Члены СДНФ					
	$\overline{x_1}x_2x_3$	$\overline{x_1}x_2x_3$	$\overline{x_1}x_2x_3$	$\overline{x_1}x_2x_3x_4$	$x_1x_2x_3$	$x_1x_2x_3$
$\overline{x_1}x_2x_3$	X	X				
$\overline{x_1}x_2x_4$	X		X			
$\overline{x_1}x_3x_4$			X	X		
$x_2x_3x_4$				X	X	
$x_1x_2x_3$					X	X

В таблице простая импликанта  $\overline{x_1}x_2x_3$  поглощает члены  $\overline{x_1}x_2x_3x_4$ ,  $\overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4}$ , и в первом и во втором столбцах первой строки поставлены крестики; вторая импликанта поглощает первый и третий члены СДНФ, и поставлены крестики в первом и третьем столбцах второй строки и т. д. Импликанты, которые не могут быть лишними и, следовательно, не могут быть исключены из сокращенной формы, составляют *ядро*. Входящие в ядро импликанты легко определяются по импликантной матрице. Для каждой из них имеется хотя бы один столбец, перекрываемый только данной импликантой.

В рассматриваемом примере ядро составляют импликанты  $\overline{x_1}x_2x_3$  и  $x_1x_2x_3$  (только ими перекрываются второй и шестой столбцы матрицы). Исключение из сокращенной формы одновременно всех импликант, не входящих в ядро, невозможно, так как исключение одной из импликант может превратить другую уже в нелишний член.

Для получения минимальной формы достаточно выбрать из импликант, не входящих в ядро, такое минимальное их число с минимальным количеством букв в каждой из этих импликант, которое обеспечит перекрытие всех столбцов импликантной матрицы, не перекрытых членами ядра. В рассматриваемом примере необходимо импликантами, не входящими в ядро, перекрыть третий и четвертый столбцы матрицы. Это может быть достигнуто различными способами, но так как необходимо выбирать минимальное число импликант, то, очевидно, для перекрытия этих столбцов следует выбрать импликанту  $\overline{x_1 x_3 x_4}$ .  
*Минимальная дизъюнктивная нормальная форма (МДНФ) заданной функции*  
 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1 x_2 x_3} \vee \overline{x_1 x_3 x_4} \vee x_1 x_2 x_3$ .

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент не отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 1.2. Булевы функции

### Практическая работа № 4 Проверка булевой функции на принадлежность к классам $T_0, T_1, S, L, M$ . Полнота множеств

**Цель работы:** формирование умений определять принадлежность логических функций к классам  $T_0, T_1, S, L, M$ .

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- определять принадлежность логических функций к классам  $T_0, T_1, S, L, M$ .

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Заполните недостающие столбцы в таблицах проверки принадлежности к классам для систем  $\{\rightarrow, \oplus\}$  и  $\{\rightarrow, 1\}$ :

а).  $\{\rightarrow, \oplus\}$

	$T_0$	$T_1$	S	M	L
$\rightarrow$				-	-
$\oplus$				-	+
$\{\rightarrow, \oplus\}$					-

б).  $\{\rightarrow, 1\}$

	$T_0$	$T_1$	S	M	L
$\rightarrow$				-	-
1	-				+
$\{\rightarrow, 1\}$					-

2. Определите принадлежность логических функций к пяти замкнутым классам. Ответы внесите в таблицу.

F(A, B)	A 0011 B 0101	$T_0$	$T_1$	M	S	L	Название
O(A, B)	0000						Константа нуля
A&B	0001						Конъюнкция
A∨B							Дизъюнкция
$A \oplus B$							Сумма Жегалкина
$A \downarrow B$							Стрелка Пирса
$A \uparrow B$							Штрих Шеффера
$A \sim B$							Эквивалентность

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.



### **Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 2.1. Основы теории множеств

### Практическая работа № 5 Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.

**Цель работы:** формирование умений выполнять операции над множествами.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- выполнять операции над множествами;
- решать задачи на выполнение теоретико-множественных операций.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

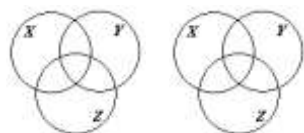
Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

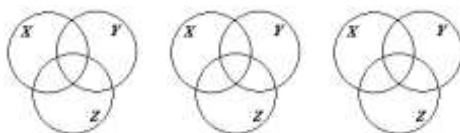
1. Пусть даны множества  $A=\{-3;-2;-1;0;1;2;3;7\}$ ,  $B=\{5;3;2;1;0;-2;-3\}$ ,  $C=\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$ . Найдите множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup C$ ,  $B \cup C$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ .

2. Докажите следующие тождества: а)  $(X \cap Y) \cup Z = (X \cup Z) \cap (Y \cup Z)$ ; б)  $(X \setminus Y) \cup Z = (X \setminus Y) \cap (Y \setminus Z)$ .

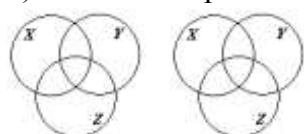
а) левая часть равенства



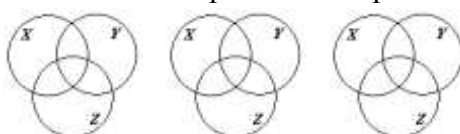
правая часть равенства



б) левая часть равенства



правая часть равенства



3. Пусть  $N$ - множество натуральных чисел,  $Z$ - множество целых чисел, а множества  $A$ ,  $B$ , и  $C$  определены в задании 1. Найдите  $A \cup N$ ,  $A \cap N$ ,  $Z \cup C$ ,  $(A \cap B) \cap N$ ,  $A \setminus Z$ .

4. Пусть  $A$  – множество параллелограммов,  $B$  – множество прямоугольников,  $C$  – множество ромбов,  $D$  – множество квадратов. Запишите результат операций:  $A \cap B$ ,  $B \cap C$ ,  $A \cup B \cup C \cup D$ .

5. Укажите пустые множества среди следующих: а) множество целых корней уравнения  $x^2 - 16 = 0$ ; б) множество целых корней уравнения  $x^2 + 16 = 0$ .

6. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , если: а)  $A \subset B$ ,  $B \subset C$ ; б)  $A \subset B$ ,  $B \subset C$ ,  $A \setminus B = \emptyset$ ; в)  $A \cup B$ ,  $B \cap C$ ,  $A \subset B$ ; г)  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $A \cap C \neq \emptyset$ ,  $B \cap C \neq \emptyset$ ,  $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ .

7. Даны множества  $A = \{x \in R \mid x^2 + 4 = y\}$ ,  $B = \{x \in R \mid x^2 + y^2 \leq 9\}$ ,  $C = \{x \in R \mid x + 2 \leq y\}$ . Найдите  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$ ,  $A \setminus C$ ,  $B \setminus A$ .

8. Из цифр 1,2,3,4,5 составьте все двузначные числа. Как связано получившееся множество с декартовым произведением  $A \times A$ ,  $A = \{1,2,3,4,5\}$ .

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 2.1. Основы теории множеств

### Практическая работа № 6 Исследование свойств бинарных отношений

**Цель работы:** Научиться решать задачи на исследование свойств бинарных отношений

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- выполнять операции над множествами;
- решать задачи на выполнение теоретико-множественных операций и исследование свойств бинарных отношений.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

**Задача 1.** Определите свойства следующих отношений:

1. «прямая  $x$  пересекает прямую  $y$ » (на множестве прямых)
2. «число  $x$  больше числа  $y$  на 2» (на множестве натуральных чисел)
3. «число  $x$  делится на число  $y$  без остатка» (на множестве натуральных чисел)
4. « $x$  - сестра  $y$ » (на множестве людей).

**Задача 2.** Проверить, является ли отношением эквивалентности на множестве всех прямых на плоскости отношение «непересекающихся прямых».

**Задача 3.** Найти область определения, область значений отношения  $R$ . Является ли отношение  $R$  рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным.

**Задача 4.** Дано множество  $A = \{>, <, \geq, \leq\}$ . Записать декартово произведение  $A \times A \times A$ . Задать 2 бинарных отношения  $R_1$  и  $R_2$ , мощность которых равна 3 и 4 соответственно. Найдите соответствующие замыкания обоих отношений. Изобразите ориентированные графы и запишите матрицы для отношений  $R_1$  и  $R_2$  и соответствующих замыканий. Вычислите  $R^{-1}R^{-1}$ ,  $R^{-1}R_2^{-1}$ ,  $R_2 \cdot R_1 R_2 \cdot R_1$ . Изобразите соответствующие ориентированные графы и запишите соответствующие матрицы.

**Задача 5.** Отношение  $R$  на множестве  $X = \{a, b, c, d\}$  задано матрицей.

Каковы свойства отношения  $R$ ? Как выглядят матрицы отношений  $R^{-1}R^{-1}$ ,  $R \cdot R \cdot R$ ?

**Задача 6.** Дано множество  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и бинарное отношение  $R \subset A \times A$ :

Проверить, является ли  $R$  отношением эквивалентности. Добавить минимальное возможное число пар, чтобы  $R$  стало отношением эквивалентности. Найти разбиение  $P$ .

**Задача 7.** Доказать, что для любых бинарных отношений

$$(P_1 \circ P_2)^{-1} = P^{-1} \circ P^{-1}$$

**Задача 8.** Доказать истинность следующего утверждения: если  $P$  и  $S$  – антисимметричны, то  $P \cap S$  – антисимметрично.

**Задача 9.** Для заданных на множестве  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  бинарных отношений  $\rho$  и  $\tau$ :

- а) записать матрицы и построить графики;
- б) найти композицию  $\rho \circ \tau \circ \rho$ ;
- в) исследовать свойства отношений  $\rho$ ,  $\tau$  и  $\rho \circ \tau \circ \rho$  (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

**Задача 10.** На множестве вещественных чисел  $\mathbb{R}$  задано бинарное отношение  $aRb \Leftrightarrow a^2 + a = b^2 + b \Leftrightarrow a^2 + a = b^2 + b$ . Докажите, что  $R$  – отношение эквивалентности. Сколько элементов в классе эквивалентности?

**Задача 11.** Для бинарного отношения  $R$  между элементами множеств  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{2, 5\}, \{3\}\}$ ,  $aRb \Leftrightarrow a \notin X \wedge b \in X \Leftrightarrow a \in X$  найдите область определения  $D_R$  и область значений  $Rp$ ?

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 2.1. Основы теории множеств

### Практическая работа № 7 Теория отображений и алгебра подстановок

**Цель работы:** Научиться решать задачи алгебры подстановок

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- выполнять операции над множествами;
- решать задачи на выполнение теоретико-множественных операций алгебры подстановок.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Пусть  $A$  множество натуральных чисел,  $A=\mathbb{N}$ . Рассмотрим операцию “+” и “-”. Являются ли они бинарными?

Решение:  $(5,7) \rightarrow 12$ , т. е.  $5+7=12$ ,  $12 \in \mathbb{N}$ . Известно, что при сложении двух натуральных чисел получим натуральное число, следовательно операция бинарная. Операция “-” не является бинарной операцией на множестве  $A=\mathbb{N}$ , т. к.  $5-7=-2$ , а  $-2 \notin \mathbb{N}$ .

2. Рассмотрим множество  $M=\{1,2,3\}$ . Сколько на этом множестве можно задать биективных функций, отображающих  $M$  в  $M$ .

Решение: Это множество всех подстановок третьего порядка  $S_3$ .

$S_3=\{$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \}.$$

3. Даны две подстановки:  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . Приведите подстановки к канонической записи и найдите их композицию  $\sigma_1 \circ \sigma_2$  и  $\sigma_2 \circ \sigma_1$ .

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: Вторая подстановка записана в каноническом виде, а первая - нет. Поэтому в верхней строке запишем числа от 1 до 5, а в нижней  $\sigma_1(1) = 3$ ,  $\sigma_1(2) = 1$ ,  $\sigma_1(3)=4$ ,  $\sigma_1(4)=2$ ,  $\sigma_1(5) = 5$ . Итак,  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

Найдем  $\sigma_2 \circ \sigma_1$ . Сначала выполняется первая подстановка  $\sigma_1(1) = 3$ , а затем вторая  $\sigma_2(3)=4$  и т. д. Получим следующую матрицу:  $\sigma_2 \circ \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ .

Аналогично найдем  $\sigma_1 \circ \sigma_2$ :  $\sigma_2(1) = 2$ , а  $\sigma_1(2) = 1$ , и т. д. В итоге получим

$$\sigma_1 \circ \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \neq \sigma_2 \circ \sigma_1.$$

4. Найдите число инверсий и четность подстановки  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

Решение:

$$\begin{aligned} \sigma &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{4} \\ &\xrightarrow{4} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{6} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{7} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{8} \\ &\xrightarrow{8} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{9} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{10} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Получили  $n=10$ , поэтому  $\varepsilon(\sigma)=(-1)^{10}=1$ , т.е. подстановка четная.

### Задачи для самостоятельного решения

Найдите  $\sigma_1^{-1}$ ,  $\sigma_2^{-2}$ ,  $\sigma_1 \circ \sigma_2$  и  $\sigma_2 \circ \sigma_1$ ,  $\sigma_1^3$ ,  $\sigma_2^4$ ,  $\sigma_1^{55}$ ,  $\sigma_2^{-99}$ , порядок, число инверсий и четность каждой из подстановок:

a)  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ;

d)  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ ;

b)  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ;

e)  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ ;

c)  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ;

f)  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ;

### Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

### Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

### Критерии оценки:

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 3.1. Предикаты

### Практическая работа № 8 Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции

**Цель работы:** формирование умений определять логические значения высказываний, содержащих предикаты.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:* Определять логические значения высказываний, содержащих предикаты.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Теоретический материал:**

В исчислении высказываний нет предметных переменных, то есть переменных, которые могут принимать нелогические значения, например, числовые. Для того чтобы в логические исчисления могли быть включены нелогические константы и переменные, вводится понятие предиката.

Определение.  $n$ -местным предикатом на множестве  $X$  называется  $n$ -местная функция из множества  $X^n$  во множество  $\{0,1\}$ .

Примеры. 1. Предикат  $A(x) = "x \leq 2"$  на множестве  $X = R$  – одноместный.

2. Предикат  $B(x, y) = "xy > 0"$  на множестве  $X = R^2$  – двуместный.

Если  $X = \{0,1\}$ , то  $n$ -местный предикат представляет собой  $n$ -местную булеву функцию.

Нульместный предикат представляет собой высказывание.

Для каждого предиката  $A$  областью истинности называется множество  $Y = \{x \in X \mid A(x) = 1\}$ , на котором предикат принимает значение 1.

Примеры. 1. Для предиката  $A(x) = "x \leq 2"$  на множестве  $X = R$  область истинности  $Y = \{x \in R \mid x \leq 2\}$ .

2. Для предиката  $B(x, y) = "xy > 0"$  на множестве  $X = R^2$  область истинности  $Y = \{(x, y) \in R^2 \mid xy > 0\}$ .

Поскольку множество значений любого предиката лежит во множестве  $\{0,1\}$ , то с предикатами можно производить все операции алгебры логики, и все известные свойства логических операций обобщаются для предикатов. Рассмотрим эти свойства (для удобства в свойствах записываются одноместные предикаты):

3. Коммутативность:

$$P(x) \vee Q(x) = Q(x) \vee P(x), \quad P(x) \wedge Q(x) = Q(x) \wedge P(x).$$

2. Ассоциативность:

$$P(x) \vee (Q(x) \vee R(x)) = (P(x) \vee Q(x)) \vee R(x),$$

$$P(x) \wedge (Q(x) \wedge R(x)) = (P(x) \wedge Q(x)) \wedge R(x).$$



3. Дистрибутивность:

$$P(x) \vee (Q(x) \wedge R(x)) = (P(x) \vee Q(x)) \wedge (P(x) \vee R(x)),$$

$$P(x) \wedge (Q(x) \vee R(x)) = (P(x) \wedge Q(x)) \vee (P(x) \wedge R(x)).$$

4. Идемпотентность:  $P(x) \vee P(x) = P(x)$ ,  $P(x) \wedge P(x) = P(x)$ .

5. Закон двойного отрицания:  $\neg\neg P(x) = P(x)$ .

6. Закон исключения третьего:  $P(x) \vee \neg P(x) = 1$ .

7. Закон противоречия:  $P(x) \wedge \neg P(x) = 0$ .

8. Законы де Моргана:

$$\neg(P(x) \vee Q(x)) = \neg P(x) \wedge \neg Q(x),$$

$$\neg(P(x) \wedge Q(x)) = \neg P(x) \vee \neg Q(x).$$

9. Свойства операций с логическими константами:

$$P(x) \vee 1 = 1, P(x) \vee 0 = P(x), P(x) \wedge 1 = P(x), P(x) \wedge 0 = 0.$$

Здесь  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$  – любые предикаты.

В то же время, для предикатов определены операции специального вида, которые называются Кванторами.

Символ  $\forall$  называется Квантором Всеобщности (Общности).

Символ  $\exists$  называется Квантором существования.

Пусть дана запись  $\forall x A$  (или  $\exists x A$ ). Переменная  $x$  называется Переменной в кванторе, а  $A$  – Областью действия квантора.

Имеют место эквивалентности:

$$\exists x_i A = \neg \forall x \quad \forall x_i A = \neg \exists x$$

$$\neg \exists x_i A = \forall x \quad \neg \forall x_i A = \exists x$$

Предикат называется Тожественно истинным (Тожественно ложным), если при всех возможных значениях переменных он принимает значение 1(0).

Справедливы эквивалентности:

$$\forall x \forall y P(x, y) = \forall y \forall x P(x, y), \exists x \exists y P(x, y) = \exists y \exists x P(x, y).$$

Разноименные кванторы можно переставлять только следующим образом:

$$\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y), \exists y \forall x P(x, y) \rightarrow \forall x \exists y P(x, y).$$

Обратные формулы неверны.

Пример. Очевидно, что высказывание  $\forall x \exists y (x + y = 0)$  ( $X = R$ ) истинно. Поменяем кванторы местами. Получим высказывание  $\exists y \forall x (x + y = 0)$ , которое является ложным.

Выражения с кванторами можно преобразовывать следующим образом:

$$\forall x (P(x) \wedge Q(x)) = \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x), \exists x (P(x) \vee Q(x)) = \exists x P(x) \vee \exists x Q(x).$$

Справедливы эквивалентности:

$$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) = \forall x P(x) \vee \forall y Q(y) = \forall x (P(x) \vee \forall y Q(y)) = \\ = \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y)).$$

$$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) = \exists x P(x) \wedge \exists y Q(y) = \exists x (P(x) \wedge \exists y Q(y)) = \\ = \exists x \exists y (P(x) \wedge Q(y)).$$

Имеют место формулы:

$$\forall x (P(x) \wedge C) = \forall x P(x) \wedge C, \quad \exists x (P(x) \vee C) = \exists x P(x) \vee C, \\ \forall x (P(x) \vee C) = \forall x P(x) \vee C, \quad \exists x (P(x) \wedge C) = \exists x P(x) \wedge C.$$

### Задания:

#### Задание 1

Определите, какие из следующих предложений истинные, а какие ложные, считая предметной областью множество действительных чисел  $\mathbb{R}$  :

1.  $\forall x \exists y (x + y = 9)$ ;
2.  $\exists x \exists y (x + y = 9)$ ;
3.  $\exists x \forall y (x + y = 9)$ ;
4.  $\forall x \forall y (x + y = 9)$ ;
5.  $\forall x ((x > 1) \vee (x < 2)) \Leftrightarrow (x = x)$ ;
6.  $\forall x ((x^2 > x) \Leftrightarrow ((x > 1) \vee (x < 0)))$ ;
7.  $\forall a ((\exists x (ax = 1)) \Leftrightarrow (a = 0))$ ;
8.  $\forall a \exists b \forall x (x^2 + ax + b > 0)$ ;
9.  $\exists b \forall a \exists x (x^2 + ax + b = 0)$ ;
10.  $\forall b \exists a \forall x (x^2 + ax + b > 0)$ ;
11.  $\exists a \forall b \exists x (x^2 + ax + b = 0)$ .

#### Задание 2

Из следующих предикатов с помощью кванторов постройте всевозможные предложения (как первые четыре предложения предыдущей задачи) и определите их истинностные значения, считая предметной областью множество  $\mathbb{R}$  :

- $x^2 + y^2 = 16$ ;
- $(x^2 + 1 = 0) \Rightarrow (x = 1)$ ;
- $x < y$ ;
- $x^2 = 25$ .

#### Задание 3

Определите и изобразите на  $\mathbb{R}$  множества истинности следующих одноместных предикатов:

- $|x + 4| < 3$ ;
- $(x > 1) \wedge (x < 1)$ ;
- $\cos(x) > 1$ ;
- $(x > 1) \vee (x < 1)$ ;
- $x^2 + 9 > 0$ ;
- $(x > 1) \Rightarrow (x < 1)$ ;
- $(x^2 > 9) \Leftrightarrow (x > 3)$ ;
- $(x > 1) \Leftrightarrow x < 1$ .

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 4.1. Основы теории графов

### Практическая работа № 9 Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов

**Цель работы:** формирование умений построения графов.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- определять типы графов и давать их характеристики.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

- Граф  $G$  задан диаграммой (рис. 1).
  - Составьте для него матрицу смежности.
  - Постройте матрицу инцидентности.
  - Укажите степени вершин графа.
  - Найдите длину пути из вершины  $V_2$  в вершину  $V_5$ , составьте маршруты длины 5, цепь и простую цепь, соединяющие вершину  $V_2$  и вершину  $V_5$ .
  - Постройте простой цикл, содержащий вершину  $V_4$ .
  - Найдите цикломатическое число графа  $G$ .
  - Определите вид заданного графа.

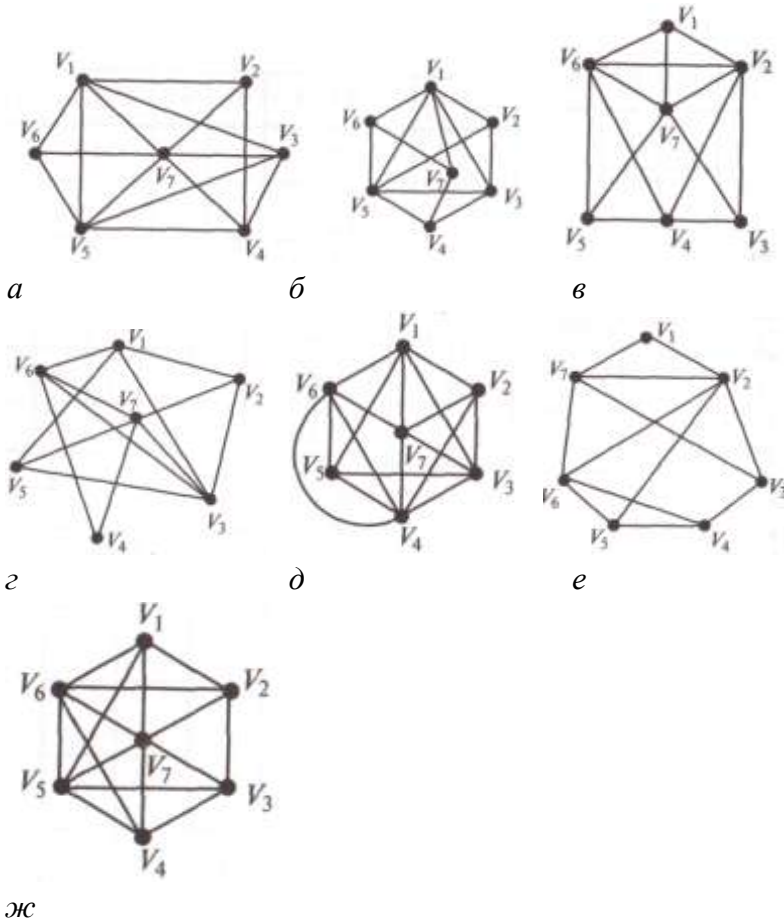


Рис. 1. Задание графа  $G$  к упр. 1 (а-ж – варианты)

2. Постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности для отношений, заданных графом  $G$ . Найдите число степеней входа и выхода этого графа, дайте ему характеристику (рис. 2.).

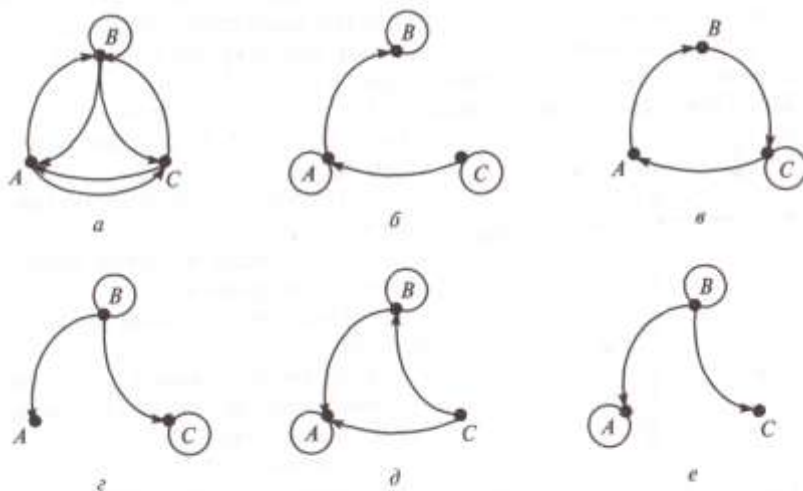


Рис. 2. Задание графа  $G$  к упр. 2 ( $a-e$  — варианты)

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 5.1.Элементы теории алгоритмов

### Практическая работа № 10 Работа машины Тьюринга

**Цель работы:** формирование умений строить автоматы, распознающие заданные свойства слова.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- строить простейшие автоматы.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Построить таблицу состояний для автомата изображенного на рисунке 1

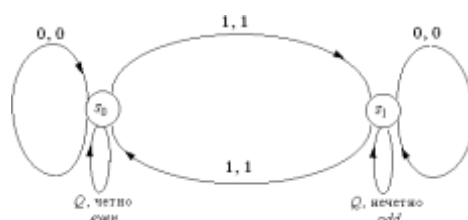


Рис. 1

2. Построить диаграмму состояний для автоматов заданных в виде таблиц состояний.

Текущее состояние	Следующее состояние					
	Вход			Выход		
	□	1	0	□	1	1
$s_0$		$s_0$	$s_1$		0	1
$s_1$		$s_1$	$s_2$		1	0
$s_2$		$s_0$	$s_2$		1	0

Текущее состояние	Следующее состояние					
	Вход			Выход		
	□	1	0	□	1	0
$s_0$		$s_1$	$S_0$		1	0
$s_1$		$s_2$	$S_1$		1	0
$s_2$		$s_0$	$S_2$		1	0

3. Опишите, используя обозначение Тьюринга, следующую машину:

$v : (s_0, 1) \text{ а } s_1 \zeta : (s_0, 0) \text{ а } 0 \delta : (s_0, 0) \text{ а } Л$   
 $(s_0, 0) \text{ а } s_2 (s_0, 1) \text{ а } 1 (s_0, 1) \text{ а } Л$   
 $(s_1, 0) \text{ а } s_1 (s_1, 0) \text{ а } 0 (s_1, 0) \text{ а } Л$   
 $(s_1, 0) \text{ а } s_2 (s_1, 1) \text{ а } 1 (s_1, 1) \text{ а } Л$   
 $(s_2, 0) \text{ а } s_2 (s_2, 0) \text{ а } 0 (s_2, 0) \text{ а } Л$   
 $(s_2, 1) \text{ а } s_1 (s_2, 1) \text{ а } 1 (s_2, 1) \text{ а } Л$   
 $(s_0, \#) \text{ а } s_0 (s_0, \#) \text{ а } \# (s_0, \#) \text{ а } Л$   
 $(s_1, \#) \text{ а } s_1 (s_1, \#) \text{ а } Ч (s_1, \#) \text{ а } \text{ОСТАНОВ}$

$(s_2, \#)$  а  $s_2 (s_2, \#)$  а Н  $(s_2, \#)$  а ОСТАНОВ

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.