Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет
им. Г.И. Носова»
Многопрофильный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Директор
__________ С.А. Махновский
«26» 02 2020 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

ПМ.02 ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ИНТЕГРАЦИИ ПРОГРАММНЫХ МОДУЛЕЙ

МДК.02.03 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

для студентов специальности
09.02.07 Информационные системы и программирование
Квалификация: Программист

Магнитогорск, 2020

ОДОБРЕНО
Предметно-цикловой комиссией
«Информатика и вычислительная
техника»
Председатель *И.Г.Зорина*
Протокол № 7 от 17.02.2020

Методической комиссией МпК

Протокол №3 от «26» февраля 2020г

Разработчик:
преподаватель МпК ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» Людмила Александровна Фетисова

Методические указания по выполнению практических и лабораторных работ разработаны на основе рабочей программы ПМ.02 ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ИНТЕГРАЦИИ ПРОГРАММНЫХ МОДУЛЕЙ МДК.02.03 Математическое моделирование.

Содержание практических и лабораторных работ ориентировано на формирование общих и профессиональных компетенций по программе подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА 4
2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ 6
3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ 8
Лабораторная работа №1 «Построение простейших математических моделей. Построение простейших статистических моделей» 8
Лабораторная работа №2 «Решение простейших однокритериальных задач» 11
Лабораторная работа №3 «Задача Коши для уравнения теплопроводности» 16
Практическая работа №1 «Сведение произвольной задачи линейного программирования к основной задаче линейного программирования» 19
Лабораторная работа №4 «Решение задач линейного программирования симплекс–методом» 23
Лабораторная работа №5 «Нахождение начального решения транспортной задачи. Решение транспортной задачи методом потенциалов» 28
Лабораторная работа №6 «Применение метода стрельбы для решения линейной краевой задачи» 38
Лабораторная работа №7 «Задача о распределении средств между предприятиями» 42
Лабораторная работа №8 «Задача о замене оборудования» 47
Лабораторная работа №9 «Нахождение кратчайших путей в графе. Решение задачи о максимальном потоке» 51
Практическая работа №2 «Составление систем уравнений Колмогорова. Нахождение финальных вероятностей. Нахождение характеристик простейших систем массового обслуживания.» 54
Практическая работа №3 «Решение задач массового обслуживания методами имитационного моделирования» 58
Практическая работа №4 «Построение прогнозов» 62
Практическая работа №5 «Решение матричной игры методом итераций» 66
Лабораторная работа №10 «Моделирование прогноза» 70
Лабораторная работа № 11 «Выбор оптимального решения с помощью дерева решений» 78

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Состав и содержание практических и лабораторных занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений (умений выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности).

Ведущей дидактической целью лабораторных занятий является экспериментальное подтверждение и проверка существенных теоретических положений (законов, зависимостей).

В соответствии с рабочей программой ПМ.02 Осуществление интеграции программных модулей МДК.02.03 «Математическое моделирование», предусмотрено проведение практических и лабораторных занятий. В рамках практического или лабораторного занятия обучающиеся могут выполнять одну или несколько практических или лабораторных работ.

В результате их выполнения, обучающийся должен:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Содержание практических и лабораторных занятий ориентировано на формирование общих компетенций по профессиональному модулю программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению ***профессиональными компетенциями***:

Код	***Наименование вида деятельности и профессиональных компетенций***
ПК2.1	Разрабатывать требования к программным модулям на основе анализа проектной и технической документации на предмет взаимодействия компонент
ПК2.4	Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев для программного обеспечения
ПК 2.5	Производить инспектирование компонент программного обеспечения на предмет соответствия стандартам кодирования

А также формированию ***общих компетенций***:

Код	***Наименование общих компетенций***
ОК 01.	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ОК 02.	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.
ОК 03.	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.
ОК 04.	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.
ОК 05.	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.
ОК 06.	Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей.
ОК 07.	Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.
ОК 08.	Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности.
ОК 09.	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 10.	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.
ОК 11.	Планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере

Выполнение обучающимися практических и лабораторных работ по ПМ.02 Осуществление интеграции программных модулей МДК.02.03 «Математическое моделирование», направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- формирование и развитие умений: наблюдать, сравнивать, сопоставлять, анализировать, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследования, пользоваться различными приемами измерений, оформлять результаты в виде таблиц, схем, графиков;
- приобретение навыков работы с различными приборами, аппаратурой, установками и другими техническими средствами для проведения опытов;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выполнять тестирование интеграции;
- выполнять ручное и автоматизированное тестирование программного модуля;
- выработку при решении поставленных задач профессионально значимых качеств, таких как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические и лабораторные занятия проводятся после соответствующей темы, которая обеспечивает наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ МДК.02.03 «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

Разделы/темы	Темы практических и лабораторных занятий	Количество часов	Требования ФГОС СПО (уметь)
Раздел 3 Моделирование в программных системах			
Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи	Лабораторная работа №1 «Построение простейших математических моделей. Построение простейших статистических моделей»	1	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Лабораторная работа №2 «Решение простейших однокритериальных задач»	1	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Лабораторная работа №3 «Задача Коши для уравнения теплопроводности»	1	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Практическая работа №1 «Сведение произвольной задачи линейного программирования к основной задаче линейного программирования»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Лабораторная работа №4 «Решение задач линейного программирования симплекс–методом»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Лабораторная работа №5 «Нахождение начального решения транспортной задачи. Решение транспортной задачи методом потенциалов»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	7. Лабораторная работа №6 «Применение метода стрельбы для решения линейной краевой задачи»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	8. Лабораторная работа №7 «Задача о распределении средств между предприятиями»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	9. Лабораторная работа №8 «Задача о замене оборудования»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	10. Лабораторная работа №9	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-

	«Нахождение кратчайших путей в графе. Решение задачи о максимальном потоке»		У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности	Практическая работа №2 «Составление систем уравнений Колмогорова. Нахождение финальных вероятностей. Нахождение характеристик простейших систем массового обслуживания.»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Практическая работа №3 «Решение задач массового обслуживания методами имитационного моделирования»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Практическая работа №4 «Построение прогнозов»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Практическая работа №5 «Решение матричной игры методом итераций»	**2**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Лабораторная работа №10 «Моделирование прогноза»	**1**	У1-У14 У02.1 - У02.7, У03.2-У03.5, У05.1-У05.3, У10.6, У01.1-У01.5, У09.1-У09.3
	Лабораторная работа № 11 «Выбор оптимального решения с помощью дерева решений»		
ИТОГО		**16**	

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи

Лабораторная работа №1 «Построение простейших математических моделей. Построение простейших статистических моделей»

Цель: закрепить практические навыки по построению простейших математических и простейших статистических моделей.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Построение математической модели процесса, явления или объекта начинается с построения упрощенного варианта модели, в котором учитываются только основные черты. В результате прослеживаются основные связи между входными параметрами, ограничениями и показателем эффективности. Общего подхода к построению модели нет. В каждом конкретном случае при построении математической модели учитывается большое количество факторов: цель построения модели, круг решаемых задач, точность описания модели и точность выполнения вычислений. Математическая модель должна отражать все существенные факторы, определяющие ее поведение, и при этом быть простой и удобной для восприятия результатов. Каждая математическая модель процесса, явления или объекта в своей основе имеет математический количественный метод.

Применение математических количественных методов для обоснования выбора того или иного управляющего решения во всех областях человеческой деятельности называется *исследованием операций.* Целью исследования операций является нахождение с использованием специального математического аппарата решения, удовлетворяющего заданным условиям. На самом деле при решении практически любой задачи имеется неограниченное количество решений. Множество решений, удовлетворяющих заданным условиям (ограничениям), называется допустимым множеством решением. Выбор из множества допустимых решений одного решения, наилучшего в каком-либо смысле, называемого *оптимальным* решением, и есть задача исследования операций.

Модель — это материальный или идеальный объект, заменяющий оригинал, наделенный основными характеристиками (чертами) оригинала и предназначенный для проведения некоторых действий над ним с целью получения новых сведений об оригинале.

Рис. 1. Классификация моделей

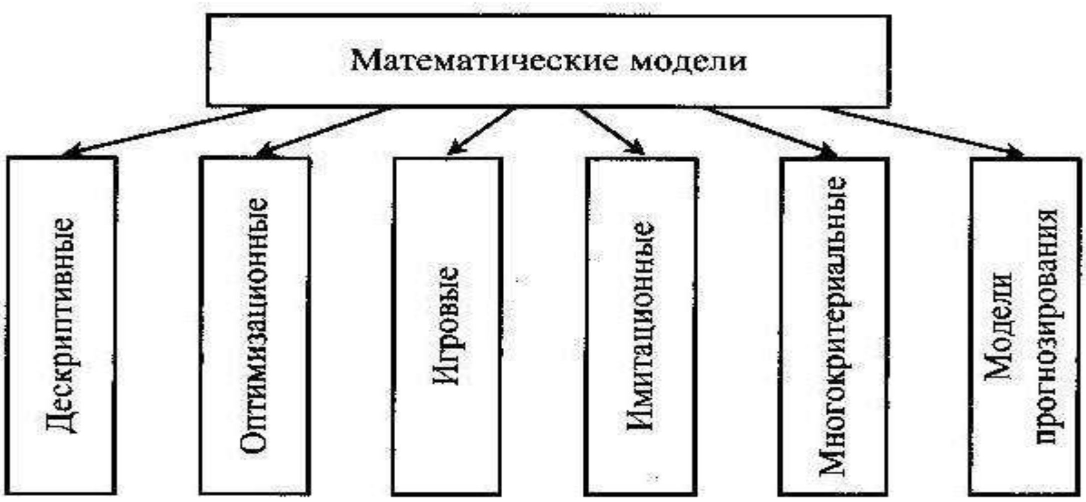


Рис. 2. Классификация математических моделей

Порядок выполнения заданий

Задание 1. Составить математическую модель следующей задачи. На складе имеется 300

кг сырья. Надо изготовить два вида продукции. На изготовление первого изделия требуется 2 кг сырья, а на изготовление второго изделия — 5 кг.
Определить план выпуска двух изделий.

Решение.
Обозначим, x1 – единица первого изделия, x2 – единица второго изделия. Тогда составим математическая модель: 2x1+5x2=300.

Задание 2. Составить математическую модель следующей задачи. Предположим, что для производства продукции вида А и В можно использовать материал 3-х сортов. При этом на изготовление единицы изделия вида А расходуется 14 кг первого сорта, 12 кг второго сорта и 8 кг третьего сорта. На изготовление продукции вида В расходуется 8 кг первого сорта, 4 кг второго сорта, 2 кг третьего сорта. На складе фабрики имеется всего материала первого сорта 624 кг, второго сорта 541 кг, третьего сорта 376 кг. От реализации единицы готовой продукции вида А фабрика имеет прибыль вида 7 руб., а от реализации единицы готовой продукции вида В фабрика имеет прибыль вида 3 руб. Определить максимальную прибыль от реализации всей продукции видов А и В.
Решение.
Составим математическую модель задачи:
Пусть x_1 – единица готовой продукции вида А,
x_2 - единица готовой продукции вида В,
Цель фабрики получить максимальную прибыль от реализации всей продукции видов А и В, тогда:
$$F = 7 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \to \max$$
Система ограничений:
$$\begin{cases} 14x_1 + 8x_2 \le 624 \\ 12x_1 + 4x_2 \le 541 \\ 8x_1 + 2x_2 \le 376 \end{cases}$$
$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$ *условие неотрицательности*

Порядок выполнения:

1. Составим математическую модель задач.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Форма представления результата:

1. Выполнить задание. Решение показать преподавателю.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что такое модель?
2. Приведите классификацию моделей.

3. Какие вы знаете виды математических моделей?
4. Дайте определение целевой функции.
5. Что такое область допустимых решений?
6. Что называется допустимым решением, оптимальным решением?
7. Какие способы реализации математических моделей вы знаете?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи
Лабораторная работа №2 «Решение простейших однокритериальных задач»

Цель: определить оптимальное решение однокритериальных и многокритериальных задач в простейших случаях.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;

- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

В зависимости от вида показателя эффективности различают задачи принятия решений по скалярному показателю (однокритериальные задачи) и задачи принятия решений по векторному показателю (многокритериальные задачи).

Задачами **математического программирования** называют **однокритериальные задачи оптимизации**. Методы их решения оперируют с детерминированными математическими моделями. В этих моделях отражены разнообразные проблемы распределения ограниченных ресурсов в экономике, военном деле, создании новой техники и т.д. Пути решения этих проблем, так или иначе, связаны с планированием целенаправленной деятельности, т.е. с разработкой определенных установок на будущее.

Задача математического программирования формулируется следующим образом: найти значения переменных, доставляющие максимум (минимум) заданной целевой функции при условиях:

Различают два вида задач математического программирования:

1. Задачи линейного программирования.
2. Задачи нелинейного программирования.

В первых задачах функция и ограничения линейны относительно переменных . Во вторых задачах целевая функция и (или) условия имеют разного рода нелинейности.

Задание 1.

Решить графическим способом задачу. Для производства двух видов, изделии P_1 и P_2 используется, три вида сырья S_1, S_2, S_3, запасы которого соответственно равны 100, 60, 180 единиц. Для производства одной единицы продукции P_1 используется 2 единицы сырья S_1 и по 1 единице сырья $S_2 u S_3$. Для производства одной единицы продукции P_2 используется по 1 единице сырья $S_1 u S_2$ и 4 единицы сырья S_3. Прибыль от реализации 1 единицы каждой продукции P_1 и P_2 соответственно равна 30 и 20 единиц. Необходимо составить такой план выпуска продукции P_1 и P_2, при котором суммарная прибыль будет наибольшей.

Решение.

Составим математическую модель задачи:

Пусть x_1 – единица готовой продукции вида P_1,

x_2 - единица готовой продукции вида P_2,

Цель фабрики получить максимальную прибыль от реализации всей продукции видов P_1 и P_2, тогда:

$F = 30 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 \to \max$

Система ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 100 \\ x_1 + x_2 \le 60 \\ x_1 + 4x_2 \le 180 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$ *условие неотрицательности*

Алгоритм решения:

1. Используя систему ограничений и условия неотрицательности, строим область допустимых решений.
2. Строим линию уровня $F = 0$. Линией уровня функции двух переменных называется линия, вдоль которой функция сохраняет свое постоянное значение.
3. Строим градиент целевой функции. Градиент функции - это вектор, имеющий своими координатами частные производные функции и показывающий направление наискорейшего роста значения функции. Так как целевая функция ЗЛП линейная, то линии уровня целевой функции - прямые и $\overline{gradF} = \overline{n}$, *n*- вектор нормали к этим прямым. : .
4. Перемещаем линию уровня $F = 0$ вдоль градиента функции. Если ЗЛП на минимум, то оптимальное решение находится в первой точке, принадлежащей ОДР; если ЗЛП на максимум, то оптимальное решения находится в последней точке, принадлежащей ОДР.

Замечание.

При построении ОДР возможны случаи:

1. ОДР оказалась пустым множеством. В этом случае ЗЛП не имеет решения из-за несовместности системы ограничений.

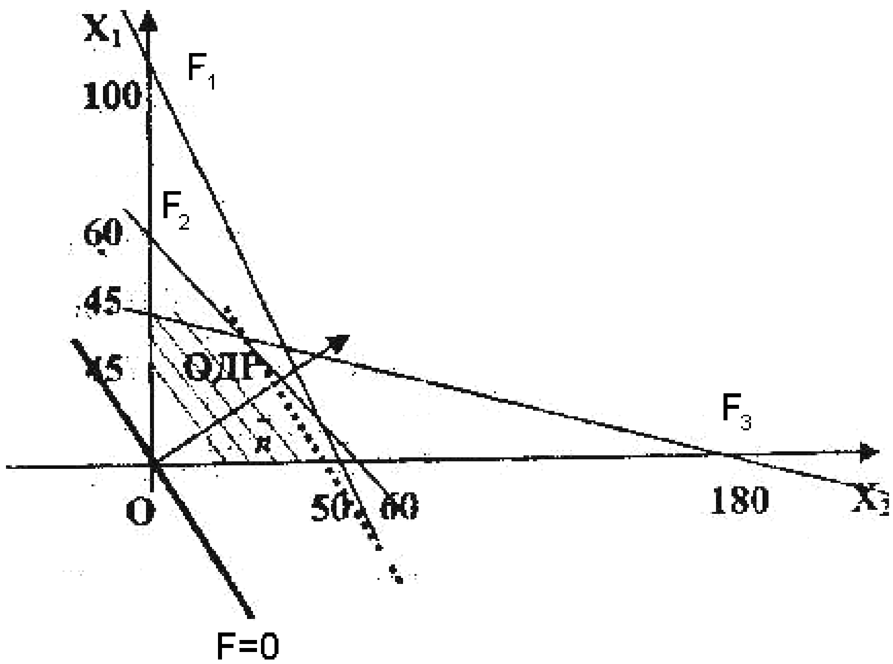
2.ОДР оказалась либо выпуклым многоугольником, либо не ограниченной выпуклой многоугольной областью. Тогда ЗЛП имеет оптимальное решение, которое совпадает по крайней мере с одной из вершин ОДР.

Используя алгоритм решения и систему ограничений и условия неотрицательности, построим ОДР. Для этого во всех неравенствах системы ограничений и условия неотрицательности знак неравенства заменим на знак равенства.

В результате будем иметь уравнения прямых:

$$F_1 : 2x_1 + x_2 = 100$$
$$F_2 : x_1 + x_2 = 60$$
$$F_3 : x_1 + 4x_2 = 180$$
$$x_1 = 0, \qquad x_2 = 0$$

В системе координат X_1OX_2 построим эти прямые. В результате будем иметь ОДР. В этой же системе координат строим линию уровня $F = 0$ и вектор $\overline{gradF} = \bar{n}$



Так как задача на максимум, будем перемещать линию уровня F=0 вдоль вектора *n* до тех пор, пока она не пересечет ОДР в самом крайнем своем положении, т.е. при дальнейшем перемещении она не будет с ОДР иметь общие точки. Такой точкой оказалась точка пересечения прямых F_1 и F_2.

Вычислим ее координаты.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 100 \\ x_1 + x_2 = 60 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 40, \quad x_2 = 20, \qquad F_{\max} = 30 \cdot 40 + 20 \cdot 20 = 1600$$

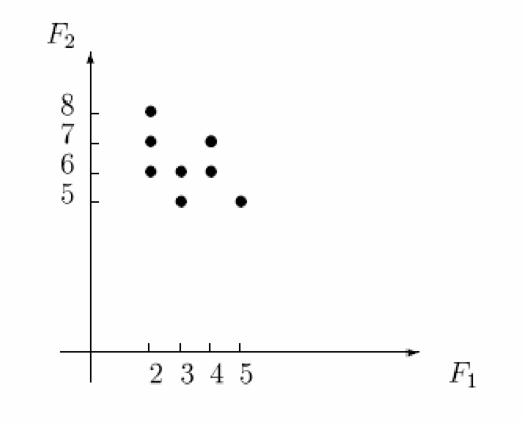
Таким образом, если предприятие будет выпускать продукцию вида P_1 и P_2, в количестве 40 и 20 единиц соответственно, то получит максимальную прибыль в размере 1600 единиц.

Задание 2. Фирме необходимо выбрать наилучший вариант закупки оборудования, если задана закупочная цена каждого из вариантов оборудования и время изготовления и доставки. Под наилучшим вариантом понимается вариант с минимальными закупочной стоимостью и временем доставки.

Обозначим, соответственно, через x_i - номер, $F_1(x_i)$ - время изготовления и доставки, $F_2(x_i)$ - закупочную стоимость варианта закупки оборудования. Значения функций $F_1(x_i)$ и $F_2(x_i)$ заданы таблицей:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_1(x_i)$	2	2	2	3	3	4	4	5
$F_2(x_i)$	6	7	8	5	6	6	7	5

Задача отыскания множества Парето в случае двух критериев вида $F_1(x) \to \min$ и $F_2(x) \to \min$ может быть решена графически следующим образом. Находим все точки с наименьшим значением $F_1(x)$.



Если их несколько, выбираем из них точку с наименьшим значением $F_2(x)$. Включаем ее в множество Парето. Отсекаем точки с большими либо равными значениями $F_1(x)$ и $F_2(x)$ (северо-восточный угол с вершиной в выбранной точке). Повторяем процедуру для оставшейся части допустимой области.

Из рисунка видно, что для нас представляют интерес пары $(F_1, F_2) \in \{(2,6),(3,5)\}$ и соответствующие решения $(x_1, x_2) \in \{(2,2),(1,2)\}$, которые являются недоминируемыми и образуют множество Парето рассматриваемой задачи.

Порядок выполнения:

- Составим математическую модель задач.
- Ответить на контрольные вопросы.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.
- Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Какие задачи называются однокритериальными?
2. Какие задачи называются многокритериальными?
3. Какие способы решения однокритериальных задач вы знаете?
4. Какие подходы к отысканию подходящего решения вы знаете у противоречивых критериев?
5. Какое множество называется множеством Парето?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи
Лабораторная работа №3 «Задача Коши для уравнения теплопроводности»

Цель: решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;

- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Рассмотрим длинный тонкий стержень, толщиной которого мы пренебрегаем. Будем отождествлять этот стержень со всей числовой прямой. Температуру стержня в момент времени t в точке x обозначим через u(t, x). С течением времени тепло перераспределяется внутри стержня; этот процесс описывается уравнением теплопроводности

ut = uxx.

Часто в правой части пишут коэффициент a^2, но от него можно избавиться изменением масштаба. Ход процесса определен однозначно, если известно начальное условие u|t=0 = f(x).

Задание:

Задача Коши для уравнения теплопроводности.

Найти функцию u(t , x) в области $x \in (-\infty, \infty), t \in [0, T]$, удовлетворяющую уравнению $\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t,x)$

и начальным данным $u(0, x) = u_0(x)$, где $u_0(x)$ — заданная функция.

Используя формулу Пуассона, найти решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

$$u_t = 13u_{xx}, \quad u|_{t=0} = e^{-3x^2+2x}.$$

Решение:

Формула Пуассона имеет вид:

$$u(x,t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\xi) e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} d\xi,$$

где $a = \sqrt{13}$, $\phi(x) = u|_{t=0} = e^{-3x^2+2x}$.

Таким образом для решения задачи необходимо вычислить несобственный интеграл, зависящий от параметров:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\xi^2+2\xi-\frac{(x-\xi)^2}{52t}}\,d\xi\,.$$

Преобразуем интеграл к виду:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\xi^2+2\xi-\frac{(x-\xi)^2}{52t}}\,d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{156\xi^2 t-104\xi t+x^2-2x\xi+\xi^2}{52t}}\,d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{1}{52t}\left[-(156t+1)\left(\xi-\frac{52t+x}{156t+1}\right)^2-x^2+\frac{(52t+2x)^2}{156t+1}\right]}d\xi =$$

$$e^{-\frac{1}{52t}\left(x^2-\frac{(52t+2x)^2}{156t+1}\right)}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(156t+1)}{52t}\left(\xi-\frac{52t+x}{156t+1}\right)^2}d\xi = \left[\begin{array}{l}\xi-\dfrac{52t+x}{156t+1}=\zeta\\ d\xi=d\zeta\end{array}\right] =$$

$$=e^{\frac{-3x^2+52t+2x}{156t+1}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(156t+1)}{52t}\zeta^2}\,d\zeta\,.$$

Теперь воспользуемся известным из математического анализа соотношением

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax)^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{a};$$

тогда

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(156t+1)}{52t}\zeta^2}\,d\zeta=\frac{\sqrt{52\pi t}}{\sqrt{156t+1}}\,.$$

Таким образом получим решение поставленной задачи Коши для уравнения теплопроводности:

$$u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{13\pi t}}\frac{\sqrt{52\pi t}}{\sqrt{156t+1}}e^{\frac{-3x^2+52t+2x}{156t+1}}=\frac{1}{\sqrt{156t+1}}e^{\frac{-3x^2+52t+2x}{156t+1}}\,.$$

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи Практическая работа №1 «Сведение произвольной задачи линейного программирования к основной задаче линейного программирования»

Цель работы: Научиться сводить произвольную задачу линейного программирования к основной задаче линейного программирования.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Задачи оптимального планирования, связанные с отысканием оптимума заданной целевой функции (линейной формы) при наличии ограничений в виде линейных уравнений или линейных неравенств относятся к задачам линейного программирования. ***Линейное программирование*** – это направление математического программирования, изучающее методы решения экстремальных задач, которые характеризуются линейной зависимостью между переменными и линейным критерием.

Сущность линейного программирования состоит в нахождении точек наибольшего или наименьшего значения некоторой функции при определенном наборе ограничений, налагаемых на аргументы и образующих ***систему ограничений***, которая имеет, как правило, бесконечное множество решений. Каждая совокупность значений переменных (аргументов функции ***F***), которые удовлетворяют системе ограничений, называется ***допустимым планом*** задачи линейного программирования. Функция ***F***, максимум или минимум которой определяется, называется ***целевой функцией*** задачи. Допустимый план, на котором достигается максимум или минимум функции ***F***, называется ***оптимальным планом*** задачи.

Система ограничений, определяющая множество планов, диктуется условиями производства. Задачей линейного программирования (***ЗЛП***) является выбор из множества допустимых планов наиболее выгодного (оптимального).

Общая форма задачи линейного программирования формулируют следующим образом:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \{\le, \ge, =\} b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \{\le, \ge, =\} b_2, \\ \ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \{\le, \ge, =\} b_m. \end{cases} \quad (1)$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0 \quad (2)$$

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max(\min) \quad (3)$$

Коэффициенты $a_{i,j}$, b_i, c_j, $j = 1, 2, \ldots, n$, $i = 1, 2, \ldots, m$ – любые действительные числа (возможно 0).

Итак, решения, удовлетворяющие системе ограничений (1) условий задачи и требованиям неотрицательности (2), называются **допустимыми**, а решения, удовлетворяющие одновременно и требованиям минимизации (максимализации) (3) целевой функции, - **оптимальными**.

Выше описанная задача линейного программирования (ЗЛП) представлена в общей форме, но одна и та же (ЗЛП) может быть сформулирована в различных эквивалентных формах. Наиболее важными формами задачи линейного программирования являются **каноническая** и **стандартная**.

В **канонической форме** задача является задачей на максимум (минимум) некоторой линейной функции ***F***, ее система ограничений состоит только из равенств (уравнений). При этом переменные задачи x_1, x_2, ..., x_n являются неотрицательными:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \quad (4)$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0 \quad (5)$$

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max(\min) \quad (6)$$

К канонической форме можно преобразовать любую задачу линейного программирования.

Задание .

а) Привести к канонической форме задачу линейного программирования.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 \le 5 \\ x_1 + 2x_3 = 8 \\ -x_1 - 2x_2 \ge 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0$$

$$F = x_1 - x_2 + 3x_3 \to \min$$

б) Напишите задачу в стандартной форме.

Решение:

а) Введем дополнительные переменные x_4, x_5. Причем в первое неравенство введем переменную x_4 со знаком плюс, а в третье – неотрицательную переменную**,** x_5 со знаком минус запишем задачу в виде:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_3 = 8 \\ -x_1 - 2x_2 - x_5 = 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0, x_5 \ge 0$$

Переведем *min* на *max*, домножив целевую функцию на (-1)

$$F = -x_1 + x_2 - 3x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 \to \max$$

что и дает эквивалентную задачу в канонической форме.

б) Всякую задачу линейного программирования можно сформулировать в **стандартной форме**. Преобразование задачи на минимум в задачу на максимум, а также обеспечение не отрицательности переменных производится так же, как и раньше. Всякое равенство в системе ограничений равносильно системе взаимопротивоположных неравенств, тогда получим:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 \le 5 \\ x_1 + 2x_3 \le 8 \\ -x_1 - 2x_3 \le 8 \\ -x_1 - 2x_2 \ge 1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0$$

$$F = -x_1 + x_2 - 3x_3 \to \max$$

Порядок выполнения:

- Составим математическую модель задач.
- Ответить на контрольные вопросы.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.
- Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Какие задачи можно отнести к задачам линейного программирования?
2. Какова основная идея линейного программирования?
3. Что образует систем ограничений?
4. Что называется допустимым планом?
5. Что называется целевой функцией?
6. Как записывается общая форма задачи линейного программирования?
7. Как строится каноническая форма ЗЛП?
8. Как перевести ЗЛП в стандартную форму?
9. Какова идея симплекс-метода?
10. В чем суть условия оптимальности плана?
11. Из каких пунктов состоит алгоритм решения ЗЛП симплекс-методом?
12. Что такое симплекс-отношение?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи
Лабораторная работа №4 «Решение задач линейного программирования симплекс–методом»

Цель: Научиться сводить произвольную задачу линейного программирования к основной задаче линейного программирования. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Решение задач линейного программирования симплекс-методом.

Идея симплекс-метода заключается в последовательном улучшении первоначального плана путем упорядоченного перехода от одного опорного плана к другому и завершается нахождением оптимального плана. Симплекс-методом решаются только канонические задачи линейного программирования. Решение канонической задачи симплекс-методом существенно облегчается применением так называемых симплексных таблиц. Всякую каноническую задачу можно записать условно в виде таблицы. Таблица заполняется следующим образом: первые m строк содержат в условной форме уравнения системы ограничений, разрешенные относительно базисных переменных. В последней строке записана целевая функция, эта строка называется F -строкой. В столбцах записаны свободные переменные и свободные члены.

Условие оптимальности плана:если ЗЛП на максимум, то в F-строке не должно быть отрицательных элементов; если ЗЛП на минимум, то в F-строке не должно быть положительных элементов.

Алгоритм решения:

1. Исходную задачу линейного программирования приводим к каноническому виду путем введения базисных переменных.
2. Базисные переменные выражаем через свободные переменные.
3. Строим начальный план, полагая свободные переменные равными нулю, тогда базисные переменные будут равны свободным членам.
4. Строим первую симплекс-таблицу.
5. Проверяем план на оптимальность. Если план не оптимален, то его улучшаем.
6. Улучшение плана.

а) выбор разрешающего столбца: для этого в F- строке выбираем максимальный по абсолютной величине из отрицательных элементов, если задача на максимум, или, максимальный из положительных элементов, если задача на минимум. Пусть это будет столбец с номером ***s***;
б) выбор разрешающей строки: выбираем строку с минимальным симплексным отношением. Симплексные отношения - это отношение свободных членов к положительным элементам разрешающего столбца. Пусть это будет строка с номером ***r***.
в) выбор разрешающего элемента: элемент, стоящий на пересечении разрешающих строки и столбца. Пусть это будет элемент a_{rs}.
г) переменную x_s вводим в базис вместо переменной x_r.
д) элементы новой симплекс-таблицы b_{ij} пересчитываем по следующим формулам: разрешающий элемент

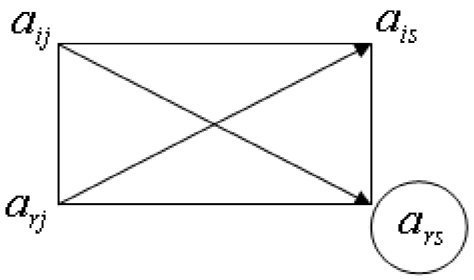
$$b_{rs} = \frac{1}{a_{rs}},$$

элементы разрешающего столбца $b_{is} = -\dfrac{a_{is}}{a_{rs}}, i \neq r$,

элементы разрешающей строки $b_{rj} = \dfrac{a_{rj}}{a_{rs}}, j \neq s$,

остальные элементы симплекс-таблицы по правилу прямоугольника:

$$b_{ij} = \frac{a_{ij} \cdot a_{rs} - a_{rj} \cdot a_{is}}{a_{rs}}$$



3. Вновь полученный план проверяем на оптимальность.

Задание. Для производства двух видов, изделии P_1 и P_2 используется, три вида сырья S_1, S_2, S_3, запасы которого соответственно равны 100, 60, 180 единиц. Для производства одной единицы продукции P_1 используется 2 единицы сырья S_1 и по 1 единице сырья $S_2 u S_3$. Для производства одной единицы продукции P_2 используется по 1 единице сырья $S_1 u S_2$ и 4 единицы сырья S_3. Прибыль от реализации 1 единицы каждой продукции P_1 и P_2 соответственно равна 30 и 20 единиц. Необходимо составить симплекс-методом такой план выпуска продукции P_1 и P_2, при котором суммарная прибыль будет наибольшей.

Решение.

1. Составим математическую модель задачи:

Пусть

x_1 – единица готовой продукции вида P_1,

x_2 - единица готовой продукции вида P_2,

Цель фабрики получить максимальную прибыль от реализации всей продукции видов P_1 и P_2, тогда:

$F = 30 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 \to \max$

Система ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 100 \\ x_1 + x_2 \le 60 \\ x_1 + 4x_2 \le 180 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0 \quad$ *условие неотрицательности*

2. Задачу приводим к каноническому виду:

$F = 30 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 100 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 60 \\ x_1 + 4x_2 + x_5 = 180 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0 \quad x_3 \ge 0, \quad x_4 \ge 0, \quad x_5 \ge 0$

3. Базисные переменные выражаем через свободные:

$$\begin{cases} x_3 = 100 - 2x_1 - x_2 \\ x_4 = 60 - x_1 - x_2 \\ x_5 = 180 - x_1 - 4x_2 \end{cases}$$

4. Записываем начальный план: $X_0 = (0; \quad 0; \quad 100; \quad 60; \quad 180).$

Строим первую симплекс-таблицу:

Таблица 1. Первая симплекс-таблица

Своб. перем. / Базис. перем.	$-x_1$	$-x_2$	Свободные члены	Симплексные отношения
x_3	2	1	100	$\frac{100}{2} = 50 \min$
x_4	1	1	60	$\frac{60}{1} = 60$
x_5	1	4	180	$\frac{180}{1} = 180$
F-строка	-30	-20	0	

2. Начальный план не оптимален, так как в F-строке есть отрицательные элементы.

3.Улучшение плана. Строим вторую симплекс-таблицу, элементы которой пересчитываем по соответствующим формулам.

Таблица 2.

Вторая симплекс-таблица

Своб. перем. / Базис. перем.	$-x_3$	$-x_2$	Свободные члены	Симплексные отношения
x_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	50	100
x_4			10	20 min

	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		
x_5	$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	130	$\approx 37{,}14$
F-строка	15	-5	1500	

- План, соответствующий таблице 2, $X_1 = (50;\quad 0;\quad 0;\quad 10;\quad 130).$ не оптимален, так как в F-строке есть отрицательные элементы. Улучшаем его.
- Улучшение плана. Строим третью симплекс-таблицу, элементы которой пересчитываем по соответствующим формулам.

Таблица 3.

Третья симплекс-таблица

Своб. перем. Базис. перем.	$-x_3$	$-x_4$	Свободные члены	Симплексные отношения
x_1	1	-1	40	
x_2	-1	2	20	
x_5	3	-7	60	
F-строка	10	10	1600	

План, соответствующий таблице 3, $X_2 = (40;\quad 20;\quad 0;\quad 0;\quad 60).$ оптимален, так как в F-строке нет отрицательных элементов.

Ответ: если предприятие будет выпускать продукцию вида P_1 и P_2 в количестве 40 и 20 единиц соответственно, то получит максимальную прибыль в размере 1600 единиц, при этом сырье $S_1 u S_2$ будет израсходовано полностью, а сырье S_3 останется в количестве 60 единиц.

Порядок выполнения:

- Составим математическую модель задач.
- Ответить на контрольные вопросы.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.
- Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

13. Какие задачи можно отнести к задачам линейного программирования?
14. Какова основная идея линейного программирования?
15. Что образует систем ограничений?
16. Что называется допустимым планом?
17. Что называется целевой функцией?
18. Как записывается общая форма задачи линейного программирования?
19. Как строится каноническая форма ЗЛП?
20. Как перевести ЗЛП в стандартную форму?
21. Какова идея симплекс-метода?
22. В чем суть условия оптимальности плана?
23. Из каких пунктов состоит алгоритм решения ЗЛП симплекс-методом?
24. Что такое симплекс-отношение?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи

Лабораторная работа №5 «Нахождение начального решения транспортной задачи. Решение транспортной задачи методом потенциалов»

Цель: Найти начальное решение транспортной задачи двумя методами: методом северо-западного угла и методом наименьшей стоимости. Найти оптимальное решение транспортной задачи методом потенциалов.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Симплексный метод для решения задач линейного программирования является универсальным, он позволяет решить любую задачу, но решение иных задач связано с трудоемкими расчетами. Можно выделить класс задач, которые решаются более простыми специальными методами. К числу таких задач относятся так называемые **транспортные задачи.**

Классическая транспортная задача - о наиболее экономном плане перевозок однородного продукта или взаимозаменяемых продуктов из пунктов отправления в пункты назначения.

Классическая транспортная задача (сокращенно ТЗ) формулируется следующим образом. В пунктах отправления $A_1, A_2, \dots, A_m$, которые будем называть также поставщиками, сосредоточены запасы однородного груза в количествах $a_1, a_2, \dots, a_m$ соответственно. В пункты назначения $B_1, B_2, \dots, B_n$, именуемые потребителями, надлежит доставить соответственно $b_1, b_2, \dots, b_n$ единиц груза.

Известен транспортный тариф c_{ij} - стоимость перевозки единицы груза из пункта A_i в пункт B_j, $i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,2,\dots,n$. Требуется составить такой план перевозок груза, при котором общая стоимость F всех перевозок была бы наименьшей, при этом все заявки были бы выполнены.

В термин "транспортный тариф" вкладывается условное понимание стоимости единицы груза - это может быть себестоимость, расстояние, тариф, время, расход топлива или электроэнергии и др.

Пусть суммарные запасы грузов у поставщиков равны суммарным потребностям потребителей:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Это условие называется условием баланса. Если для ТЗ условие баланса выполняется, то модель ТЗ называется закрытой, если условие баланса не выполнено, то модель ТЗ - открытая. Составим математическую модель ТЗ.

Пусть x_{ij} - количество груза, которое поставщик A_i отправляет потребителю B_j ($i = 1,2,\ldots,m,\ j = 1,2,\ldots,n$) со стоимостью перевозок c_{ij}. Данные задачи можно представить в виде таблицы 1.

Таблица 1.

Поставщики	Потребители				Запасы
	B_1	B_2	…	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	…	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	…	c_{2n} x_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…	c_{mn} x_{mn}	a_m
Потребности	b_1	b_2	…	b_n	

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

По смыслу своему величины $x_{ij} \geq 0$ и должны удовлетворять следующим ограничениям:

- Из пункта A_i все запасы должны быть вывезены (ограничения по ресурсам): $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i (i = 1,2,...,m)$;
- Заявки потребителей B_j должны быть выполнены (ограничения по потребностям): $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j (j = 1,2,..., n)$.

Затраты на перевозку x_{ij} единиц груза из пункта поставки A_i в пункт потребления B_j составляют $c_{ij} \cdot x_{ij}$ рублей; общая же стоимость всех перевозок x_{ij} равна сумме всех таких затрат: $F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min$

Математическая постановка ТЗ состоит в следующем: составить план перевозок x_{ij}, удовлетворяющих системе ограничении:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, (j = 1,2,..., n) \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, (i = 1,2,..., m) \\ \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \end{cases},$$

условию неотрицательности: $x_{ij} \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,m,\ j = 1,2,\ldots,n$, при котором целевая функция достигает своего минимума: $F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min$

Алгоритм решения транспортной задачи:

1. Строим начальные планы методом северо-западного угла и наименьшей стоимости, из них выбираем лучший.
2. Находим потенциалы поставщиков и потребителей, используя первое условие оптимальности плана: $u_i + v_j = c_{ij}$

3. Проверяем второе условие оптимальности плана для свободных клеток $u_i + v_j \le c_{ij}$. Если оно выполнено, то план оптимален. Если не выполнено, то улучшаем план.

4. Улучшение плана.
а) при невыполнении второго условия оптимальности плана в клетку заносим нарушение $u_i + v_j - c_{ij}$ со знаком "+". Такие клетки называются потенциальными;
- среди всех потенциальных клеток выбираем клетку с наибольшим нарушением;

- строим для выбранной клетки замкнутый контур, состоящий из вертикальных и горизонтальных отрезков прямой, причем вершины контура лежат в занятых клетках, за исключением той клетки, для которой строится контур. Виды контуров приведены на рисунке 1;

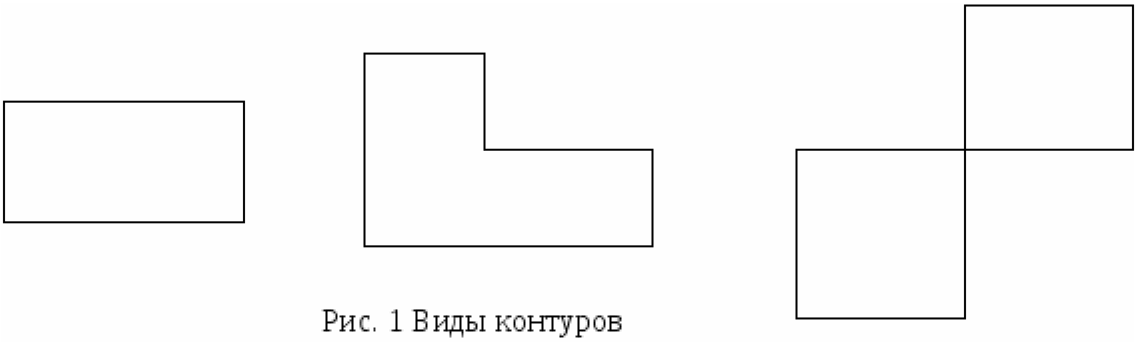


Рис. 1 Виды контуров

- вершины контура поочередно помечаем, знаками "+","-", начиная с клетки, для которой построен контур;
- среди клеток, помеченных знаком "-", выбираем наименьшую перевозку. На эту величину увеличиваем перевозки в клетках, помеченных знаком "+", и уменьшаем в клетках, помеченных знаком "-". В результате переназначения перевозок освобождается одна клетка.
5.Вновь полученный план проверяем на оптимальность.

Задание.

Имеются три пункта поставки однородного груза **А1, А2, А3** и пять пунктов **В1, В2, В3, В4, В5** потребления этого груза. На пунктах **А1, А2 и А3** находится груз соответственно в количестве ***a1, a2 и a3*** тонн. В пункты **В1, В2, В3, В4, В5** требуется доставить соответственно ***b1, b2, b3, b4, b5*** тонн груза. Расстояние между пунктами поставки и пунктами потребления приведено в таблице:

Пункты поставки	**Пункты потребления**				
	B1	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**

A1	D11	D12	D13	D14	D15
A2	D21	D22	D23	D24	D25
A3	D31	D32	D33	D34	D35

Найти такой план закрепления потребителей за поставщиками однородного груза, чтобы общие затраты по перевозкам были минимальными.

a1=200, a2=250, a3=200,

b1=190, b2=100, b3=120, b4=110, b5=130.

$$D = \begin{pmatrix} 28 & 27 & 18 & 27 & 24 \\ 18 & 26 & 27 & 32 & 21 \\ 27 & 33 & 23 & 31 & 34 \end{pmatrix}$$

Решение.

1. Построим начальный план двумя методами: методом северо-западного угла и методом наименьшей стоимости, и выберем тот план, который будет наилучшим, то есть получим минимальные затраты за перевозку однородного груза.

А) Строим начальный план методом северо-западного угла. Составим таблицу значений:

Потребители Поставщики	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**	Запасы
A1	28 190	27 10	18	27	24	200, 10, к
A2	18	26 90	27 120	32 40	21	250, 160, 40, к
A3	27	33	23	31 70	34 130	200, 130, к
Потребности	190, к	100, 90, к	120, к	110, 70, к	130, к	650=650

Число назначенных перевозок ***m+n-1=3+5-1=7***, то есть начальный план $x_{11} = 190, \quad x_{12} = 10, \quad x_{22} = 90, \quad x_{23} = 120, \quad x_{24} = 40, \quad x_{34} = 70, \quad x_{35} = 130$ невырожденный.

При таком плане суммарные транспортные издержки равны:

$$F = 28 \cdot 190 + 27 \cdot 10 + 26 \cdot 90 + 27 \cdot 120 + 32 \cdot 40 + 31 \cdot 70 + 34 \cdot 130 = 5320 + 270 + 2340 + 3240 + \\ + 1280 + 2170 + 4420 = 19040 (\textit{единиц})$$

Б) Строим начальный план методом наименьшей стоимости. Составим таблицу значений:

Потребители / Поставщики	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**	Запасы
A1	28	27 10	18 120	27	24 70	200, 80, 10, к
A2	18 190	26	27	32	21 60	250, 60, к
A3	27	33 90	23	31 110	34	200, 90, к
Потребности	190, к	100, 90, к	120, к	110, к	130, 70, к	650=650

Начальный план:

$x_{12} = 10, \quad x_{13} = 120, \quad x_{15} = 70, \quad x_{21} = 190, \quad x_{25} = 60, \quad x_{32} = 90, \quad x_{34} = 110$

При таком плане транспортные издержки

$$F = 27 \cdot 10 + 18 \cdot 120 + 24 \cdot 70 + 18 \cdot 190 + 21 \cdot 60 + 33 \cdot 90 + 31 \cdot 110 = 270 + 2160 + 1680 + 3420 + \\ + 1260 + 2970 + 3410 = 15170 (\textit{единиц})$$

Сравнивая транспортные издержки, видим, что план, построенный методом наименьшей стоимости, лучший.

2. Выбираем лучший план и находим потенциалы поставщиков и потребителей, используя первое условие оптимальности плана: $u_i + v_j = c_{ij}$

	21	**27**	**18**	**25**	**24**

Потребители, v_j Поставщики, u_i		**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**
0	**A1**	28	27 10	18 120	27	24 70
-3	**A2**	18 190	26	27	32	21 60
6	**A3**	27	33 90	23 **+1**	31 110	34

Используя первое условие оптимальности плана, составим систему линейных уравнений для определения потенциалов:

$$\begin{cases} u_1 + v_2 = 27 \\ u_1 + v_3 = 18 \\ u_1 + v_5 = 24 \\ u_2 + v_1 = 18 \\ u_2 + v_5 = 21 \\ u_3 + v_2 = 33 \\ u_3 + v_4 = 31 \end{cases}$$

Система линейных уравнений содержит 7 уравнений и 8 неизвестных, т.е. она имеет множество решений. Так как нужно одно решение, то любой из неизвестных задаем значение и вычисляем остальные неизвестные.

1. Пусть $u_1 = 0$, тогда

$$u_2 = -3, \quad u_3 = 6, \quad v_1 = 21, \quad v_2 = 27, \quad v_3 = 18, \quad v_4 = 25, \quad v_5 = 24$$

2. Проверяем второе условие оптимальности плана для свободных клеток $u_i + v_j \le c_{ij}$. Если есть нарушения, то заносим их со знаком «+». В результате проверки получили одну потенциальную клетку. Таким образом, начальный план не оптимален.

3. Улучшение плана. Выбираем клетку с максимальным нарушением и для нее строим замкнутый контур.

Потребители, v_j Поставщики, u_i	**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**
A1	28	27 10	+ 18 **-** 120	27	24 70
A2	18 190	26	27	32	21 60
A3	27	33 - 90	23 **+1**	31 110	34

Среди клеток, помеченных знаком «-», выбираем наименьшую перевозку: $q = \min(90,120) = 90$

На эту величину увеличиваем перевозки в клетках, помеченных знаком «+», и уменьшаем в клетках, помеченных знаком «-». В результате переназначения перевозок имеем план:

Потребители, v_j		**21**	**27**	**18**	**26**	**24**
Поставщики, u_i		**B1**	**B2**	**B3**	**B4**	**B5**
0	**A1**	28	27 100	18 30	27	24 70
-3	**A2**	18 190	26	27	32	21 60

5	**A3**	27	33	23	31	34
				90	110	

Используя первое условие оптимальности плана, составим систему линейных уравнений для определения потенциалов:

$$\begin{cases} u_1 + v_2 = 27 \\ u_1 + v_3 = 18 \\ u_1 + v_5 = 24 \\ u_2 + v_1 = 18 \\ u_2 + v_5 = 21 \\ u_3 + v_3 = 23 \\ u_3 + v_4 = 31 \end{cases}$$

Система линейных уравнений содержит 7 уравнений и 8 неизвестных, т.е. она имеет множество решений. Так как нужно одно решение, то любой из неизвестных задаем значение и вычисляем остальные неизвестные.

1. Пусть $u_1 = 0$, тогда

$$u_2 = -3,\quad u_3 = 5,\quad v_1 = 21,\quad v_2 = 27,\quad v_3 = 18,\quad v_4 = 26,\quad v_5 = 24$$

2. Проверяем второе условие оптимальности плана для свободных клеток $u_i + v_j \le c_{ij}$. Условие оптимальности выполнены, следовательно, план, соответствующий таблице, оптимален.

$$x_{12} = 100,\quad x_{13} = 30,\quad x_{15} = 70,\quad x_{21} = 190,\quad x_{25} = 60,\quad x_{33} = 90,\quad x_{34} = 110$$

$$F = 27\cdot 100 + 18\cdot 30 + 24\cdot 70 + 18\cdot 190 + 21\cdot 60 + 23\cdot 90 + 31\cdot 110 = 2700 + 540 + 1680 + 3420 +$$
$$+ 1260 + 2070 + 3410 = 15080(\textit{единиц})$$

Ответ: Сравнивая три метода нахождения оптимального плана, делаем вывод, что метод потенциалов находит оптимальный план решения транспортной задачи, так как получили минимальные транспортные издержки равные 15080 единиц.

Порядок выполнения:

- Составим математическую модель задач.
- Ответить на контрольные вопросы.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.
- Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Какие задачи называются транспортными?
2. В чем суть классической транспортной задачи?
3. Что означает термин «транспортный тариф»?
4. Как записывается условие баланса?

5. Как выглядит математическая постановка транспортной задачи?
6. В чем суть метода северо-западного угла?
7. Основная идея метода наименьшей стоимости?
8. В чем суть метода потенциалов?
9. Какие клетки называются потенциальными?
10. Какие виды контуров вы знаете?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи
Лабораторная работа №6 «Применение метода стрельбы для решения линейной краевой задачи»

Цель: знакомство с различными методами решения линейных краевых задач.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;

- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:
ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Метод стрельбы (иногда также называемый баллистическим методом или методом начальных параметров) не решает краевую задачу для уравнения Эйлера в исходной постановке, а сводит ее к последовательности более простых задач, а именно — задач Коши с особым образом сформулированными начальными условиями. Как и ранее, мы рассмотрим вначале случай линейного уравнения Эйлера, поскольку для него метод стрельбы принимает особо простой вид.

Это численный метод, заключающийся в сведении краевой задачи к решению *последовательности* задач Коши для той же системы дифференциальных уравнений. Рассмотрим его на примере простейшей задачи для системы двух уравнений первого порядка с краевыми условиями достаточно общего вида

Выберем произвольно значение *U(a) = г/*, рассмотрим левое краевое условие как алгебраическое уравнение *(р {г/, V*(«)) = 0 и найдем из него F(a) = ?(/;). Возьмем значения *U(a) = r/, V(a) = %* в качестве начальных условий задачи Коши для системы (2.12а) и проинтегрируем эту задачу Коши любым численным методом. При этом получим решение *(J(x,rj), V(x,T]),* зависящее от /7 как от параметра.

$$\left.\begin{aligned} U'(x) &= f(x,U,V),\\ V'(x) &= g(x,U,V),\\ a &<= x <= b, \end{aligned}\right\} \qquad (2.12а)$$

$$\varphi\ (U(a),\ V(a)) = 0\,;\ \psi\ (U(b),\ V(b)) = 0\,. \qquad (2.12б)$$

Значение ? выбрано так, что найденное решение удовлетворяет левому краевому условию (2.126). Однако правому краевому условию это решение, скорее всего, не удовлетворяет: при его подстановке левая часть краевого условия в точке *Ь,* рассматриваемая как функция параметра *ц* не обратится в нуль.

$$\bar{\psi}(\eta) = \psi(U(b,\eta), V(b,\eta))\,, \qquad (2.13)$$

Задание:

Решить методом стрельбы краевую задачу $\boldsymbol{y'' = e^x + \sin y}$ с граничными условиями y (0) = 1, y (1) = 2 на отрезке [0, 1].

Заменой переменных $y = y_0$, $y = y_t$ сведем дифференциальное уравнение второго порядка к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка с краевыми условиями $y_0(0) = 1$, $y_0(1) = 2$.

$$\begin{cases} y_0' = y_1, \\ y_1' = e^x + \sin y_0 \end{cases}$$

Задачу Коши для полученной системы с начальными условиями на левом конце jy$_0$(0) = 1, »(0) -*г/* (т. е.*у'(0) -г/)* будем решать методом Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом // = 0.1. Функция ^(/7) = (Л,/7),К(Л>,/7)) на правой границе тогда есть 7о(1)|Vo(0)=1>Vi(0)=,;-2. Здесь у$_0$(l)|Vo(0)=|,,,(0)=,; означает решение задачи Коши, полученное методом Рунге-Кутта в точке *b* = 1 для величины у$_0$(1) с начальными условиями у$_0$(0) = 1, jKi(0) = /7. Параметр *г/* найдем, используя схему секущих (2.20), производя «выстрелы» (т. е. многократно решая задачу Коши) до удовлетворения условия на правом конце *у7(п)^0,* которое здесь принимает вид у$_\text{п}$(1)| ... . -*2 <е,* где *е* - заранее заданная точность. Точность *е* выберем равной 10 ^{4}.

Примем в качестве первых двух значений параметра *р* следующие: *rj$_{()}$* = 1.0, *rj$_x$* =0.8. Дважды решая задачу Коши с этими параметрами, получим следующие решения: у$_\text{п}$(1)| ... . =3.168894836 и >',,(1)1 „„ =2.97483325. Далее будем вычислять новые приближения параметра *р* по формуле (2.17). Результаты представим в следующей таблице:

i	η_i	$y_0(1)\big\|_{y_0(0)=1,\,y_1(0)=\eta}$	$\|\overline{\psi}(\eta_i)\|$
0	+1.000000000	3.168894836	1.168894836
1	+0.800000000	2.974483325	0.974483325
2	–0.204663797	1.953759449	0.046240551
3	–0.159166393	2.001790565	0.001790565
4	–0.160862503	2.000003115	0.000003115

Так как |^(/7$_4$)|р$_4$, т. е. с условиями у$_0$(0) = 1, у, (0) = *р$_4$* = -0.160862503:

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
y	1.0	0.993	1.006	1.039	1.095	1.174	1.279	1.412	1.575	1.770	2.000

Рассмотрим теперь ***линейную*** краевую задачу, решение которой методом стрельбы особенно просто:

$$\left.\begin{array}{l} U'(x) = \alpha_1(x)\cdot U + \beta_1(x)\cdot V + \gamma_1(x), \\ V'(x) = \alpha_2(x)\cdot U + \beta_2(x)\cdot V + \gamma_2(x), \\ a <= x <= b, \end{array}\right\} \qquad (2.18а)$$

$$p_1\cdot U(a) + q_1\cdot V(a) = t_1,\ \ p_2\cdot U(b) + q_2\cdot V(b) = t_2. \qquad (2.18б)$$

Воспользуемся известным результатом из теории дифференциальных уравнений: общее решение *линейной неоднородной системы* равно сумме ее какого-нибудь *частного решения* и *общего решения соответствующей однородной системы.*

Найдем частное решение *неоднородной* системы (2.18а), положив в левом условии (2.186), например, *U(a)* = $p_{()}$ = 0. Обозначим это частное решение через $U_0(x)$, $V_0(x)$ и заметим, что $V_0(a)$ = t_l/q_r Рассмотрим теперь соответствующую *однородную* систему с *однородными* начальными условиями

$$\left.\begin{array}{l} U'(x) = \alpha_1(x)\cdot U + \beta_1(x)\cdot V, \\ V'(x) = \alpha_2(x)\cdot U + \beta_2(x)\cdot V \end{array}\right\} \qquad U(a) = \eta_1 = 1, \quad V(a) = -\frac{p_1}{q_1}.$$

Вычислим решение этой задачи Коши и обозначим его через U_x(*x* V_x(*x*). Рассмотрим функции *U{x)* = $U_0(x)$ + *C*-$U_x(x)$ и *V(x)* = $V_0(x)$ + *C ?* $V_t(x)$. Очевидно, что в точке *a* эти функции удовлетворяют краевому условию:

$$\begin{array}{l} p_1\cdot U(a) + q_1\cdot V(a) = \\ p_1\cdot\left(U_0(a) + C\cdot U_1(a)\right) + q_1\cdot\left(V_0(a) + C\cdot V_1(a)\right) = \\ p_1\cdot(0 + C\cdot 1) + q_1\cdot\left(\dfrac{t_1}{q_1} + C\cdot\left(-\dfrac{p_1}{q_1}\right)\right) = C\cdot p_1 + t_1 - C\cdot 1p_1 = t_1. \end{array}$$

Поэтому общее решение неоднородной задачи Коши, удовлетворяющее левому краевому условию (2.186), дается следующим однопараметрическим семейством

$$U(x) = U_0(x) + C\cdot U_1(x),\ V(x) = V_0(x) + C\cdot V_1(x). \qquad (2.19)$$

Значение параметра *C* выбираем так, чтобы удовлетворить правому краевому условию (2.186):

$$C = -\frac{p_2\cdot U_0(b)\ +\ q_2\cdot V_0(b) - t_2}{p_2\cdot U_1(b)\ +\ q_2\cdot V_1(b)}. \qquad (2.20)$$

Искомое решение краевой задачи (2.18) тогда находится по формуле (2.19).

Итак, решение линейной краевой задачи требует только двух «выстрелов» - вспомогательные задачи Коши решаются дважды.

Форма представления результата:

Результат работы.

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи

Лабораторная работа №7 «Задача о распределении средств между предприятиями»

Цель: научиться решать задачи методом распределения средств между предприятиями.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Под производственной программой понимается номенклатура и объем выпуска продукции. Ее формирование – одна из центральных задач текущего планирования. Каждое предприятие заинтересовано в формировании оптимальной производственной программы. Под ней понимают программу, которая в наибольшей степени учитывает запросы потребителей, отвечает структуре ресурсов предприятия и обеспечивает наилучшие результаты его деятельности по принятым критериям.

Ход решения:

Известны нормы расхода материалов первого и второго видов на выпуск единицы продукции и общая трудоемкость единицы изделия, цены (оптовые) на единицу выпускаемой продукции, себестоимость и прибыль единицы изделия, минимальное и максимальное количество каждого изделия в производственной программе, определяемые спросом, допустимая годовая трудоемкость, возможный объем расхода ресурсов на производство продукции, контрольное (предельное) значение себестоимости, а также ограничения по объему реализуемой продукции и контрольному значению прибыли. Исходные данные для модели приведены в табл. 1, 2, 3

Обозначим через x , $j \in 1;24$ - годовое количество j-го изделия в производственной программе.

Рассмотрим две однокритериальные задачи целочисленного программирования.

1) Функция цели – прибыль от реализации продукции:

$$Z_1 = \sum_{j=1}^{24} p_j x_j \to \max \qquad (1)$$

2) Функция цели – трудоемкость производственной программы

$$Z_2 = \sum_{j=1}^{24} t_j x_j \to \min \qquad (2)$$

Ограничения для обеих задач:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{24} t_j x_j \le T \\ \sum_{j=1}^{24} m_{1j} x_j \le M_1 \\ \sum_{j=1}^{24} m_{2j} x_j \le M_2 \\ \sum_{j=1}^{24} c_j x_j \le C \\ \sum_{j=1}^{24} a_j x_j \ge V \\ \sum_{j=1}^{24} p_j x_j \ge P \\ L_j \le x_j \le U_j, j \in \overline{1;24} \end{cases} \qquad (3)$$

где xj – годовое количество j-го изделия в производственной программе (целочисленная величина);
aj – цена (оптовая) единицы j-го изделия;
cj – себестоимость на единицу j-го изделия;
pj – прибыль единицы j-го изделия;
tj – общая трудоемкость единицы j-го изделия;
mij – норма расхода i-го лимитирующего вида материала на единицу j-го изделия;
T - максимально допустимая годовая трудоемкость производственной программы;
Mi - максимально возможный объем расхода на производственную программу i-го лимитирующего вида материалов, обусловленный возможностями его поставки и имеющимися запасами;
L j - минимальное количество j-го изделия;
U j - максимальное количество j-го изделия (определяется спросом);
C - контрольное (предельное) значение по себестоимости;
V - контрольное значение по объему производства продукции;
P - контрольное значение по прибыли.

Первая группа ограничений (первые три неравенства в системе (3) представляет собой ограничения на ресурсы, вторая группа ограничений (четвертое, пятое и шестое неравенства системы (3) – это ограничения по основным показателям деятельности предприятия, третья группа ограничений (последние соотношения в системе (3) – это ограничения по спросу (сбыту).

Исходные данные

В табл. 1 приведены: m1j ,m2j – нормы расхода материалов первого и второго видов на выпуск единицы продукции и общая трудоемкость tj единицы j-го изделия.

Таблица 1 Исходные данные для первой группы ограничений

Наименование продукции	Норма расхода материалов на единицу продукции		Трудоемкость, t_j, н-ч.
	m_{1j}, т	m_{2j}, кг	
1. Грохот ГИТ-1М	4,80	1,30	488,19
2. Грохот ГИТ-2М	4,20	1,10	553,50
3. Грохот ГИЛ-1К	4,34	1,20	667,38
4. Грохот ГИЛ-2К	4,10	1,40	976,10
5. Грохот ГИЛ-3К	4,53	1,23	1137,42
6. Грохот ГИСЛ-УКА	4,61	1,12	1750,71
7. Грохот ГИСТ-АК	4,40	1,42	2563,30
8. Грохот ГИСЛ-АК	4,23	1,32	2961,76
9. Сепаратор ПБМ-1	3,38	0,40	358,90
10. Сепаратор ПБМ-2	3,10	0,58	396,94
11. Сепаратор ЭБМ-П1	3,25	0,63	1079,40
12. Сепаратор ЭБМ-П2	3,44	0,75	1687,72
13. Сепаратор ЭВС	13,22	0,83	416,60
14. Питатели ДТ-1А	1,30	1,20	331,34
15. Питатели ДТ-2А	1,20	1,50	347,11
16. Питатели ПК-1	1,44	1,34	474,25
17. Питатели ПК-2	1,50	1,48	549,09
18. Питатели ПК-3	1,12	1,56	647,93
19. Бур. станки СБШ-МИА	2,50	2,10	10919,30
20. Бур. станки РД	2,90	2,00	23240,00
21. Самоходные вагоны 5ВС-1М	2,22	0,50	3543,60
22. Самоходные вагоны 5ВС-2М	2,43	0,78	4769,16
23. Погрузочные машины ПТ	1,80	3,30	1011,86
24. Погрузочные машины ПД	1,87	3,50	6258,86

В табл. 2 приведены: aj – цены (оптовые) на единицу выпускаемой продукции, себестоимость cj (переменные издержки, производственные материальные затраты) на единицу j-го изделия; pj – прибыль единицы j-го изделия; минимальное количество $\underline{к}$ и максимальное количество $\overline{к}$ j-го изделия в производственной программе, j определяемые спросом.

Таблица 2 Исходные данные для второй и третьей групп ограничений

	a_j, тыс. руб.	c_j, тыс. руб.	p_j, тыс. руб.	L_j, шт.	U_j, шт
1. Грохот ГИТ-1М	64,23	40,16	24,07	15	25
2. Грохот ГИТ-2М	73,06	45,29	27,77	15	25
3. Грохот ГИЛ-1К	48,43	35,59	12,84	3	10
4. Грохот ГИЛ-2К	75,93	69,10	6,83	3	10
5. Грохот ГИЛ-3К	87,72	79,83	7,89	8	12
6. Грохот ГИСЛ-УКА	162,68	149,01	13,67	8	12
7. Грохот ГИСТ-АК	250,05	230,04	20,00	8	12
8. Грохот ГИСЛ-АК	317,65	279,53	38,12	4	8
9. Сепаратор ПБМ-1	88,81	81,35	7,46	80	120
10. Сепаратор ПБМ-2	137,45	126,45	11,00	25	40
11. Сепаратор ЭБМ-П1	186,93	268,24	18,69	8	12
12. Сепаратор ЭБМ-П2	290,96	266,52	24,44	3	7
13. Сепаратор ЭВС	42,21	37,57	4,64	5	15
14. Питатели ДТ-1А	36,75	34,18	2,57	5	15
15. Питатели ДТ-2А	40,98	36,88	4,10	5	15
16. Питатели ПК-1	36,41	33,35	3,06	5	15
17. Питатели ПК-2	53,13	47,29	5,85	10	20
18. Питатели ПК-3	59,08	54,35	4,73	5	15
19. Бур. станки СБШ-МИА	1322,82	1203,76	119,05	38	42
20. Бур. станки РД	2408,95	2206,60	202,35	1	4
21. Самоходные вагоны 5ВС-1М	386,72	344,18	42,54	38	42
22. Самоходные вагоны 5ВС-2М	450,68	414,62	36,05	8	12
23. Погрузочные машины ПТ	91,08	84,70	6,38	25	35
24. Погрузочные машины ПД	532,18	478,96	53,22	3	7

В качестве исходных ограничений рассматриваются ограничения на допустимую годовую трудоемкость T, возможный объем расхода ресурсов M1, M2 на производство продукции, контрольное (предельное) значение себестоимости (переменных издержек) C, максимальные значения которых представлены в таблице 3, а также ограничения по объему реализуемой продукции V и контрольному значению прибыли (величине покрытия) P, минимальные значения которых также представлены в табл. 3

Таблица 3 Исходные данные для правых частей ограничений

Показатели		Граничное значение показателя
Контрольное значение по объему реализуемой продукции V, тыс. руб.		103 555
Контрольное значение по себестоимости C, тыс. руб.		100 497
Минимально допустимая годовая прибыль P, тыс. руб.		9 618
Максимально допустимая годовая трудоемкость производственной программы T, н-ч		891 420
Максимальный объем поставки материалов	M_1, т	1 360,206
	M_2, кг	532,809

Задание.

Необходимо рассчитать годовое количество производственной программе для двух однокритериальных задач. В первой задаче целевая функция – прибыль предприятия, во второй задаче – трудоемкость производственной программы. Написать программу (использовать метод ветвей и границ) либо использовать встроенные функции Mathcad.

Варианты заданий.

С помощью нормального датчика случайных чисел сгенерировать граничные значения показателей Ak , k =1,...,6 , приведенных в таблице 3, при этом значения, приведенные в табл.3 рассматривать как средние значения. Новое значение показателя рассчитывается по формуле Ak = Ak + 0,1· A ·η , k =1,...,6 , k

где η – нормальная случайная величина N (0,1) .

Форма представления результата:

Отчет о лабораторной работе

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи
Лабораторная работа №8 «Задача о замене оборудования»

Цель: научиться решать задачи о замене оборудования.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;

- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Ход решения:

Планируется эксплуатация оборудования в течение некоторого периода времени продолжительностью n лет. Оборудование имеет тенденцию с течением времени стареть и приносить всё меньшую годовую прибыль r(t) (t – возраст оборудования). При этом есть возможность в начале любого года продать устаревшее оборудование за цену s(t), которая, разумеется, тоже зависит от возраста, и купить новое оборудование за цену P. Требуется найти оптимальный план замены оборудования с тем, чтобы суммарная прибыль за все n лет была максимальной, учитывая, что к началу эксплуатационного периода возраст оборудования составляет t_0 t лет. Входными данными в этой задаче являются прибыль r(t) от эксплуатации в течение одного года оборудования возраста t лет

t	0	1	…	n
r	$r(0)$	$r(1)$	…	$r(n)$

и остаточная стоимость s(t) оборудования возраста t лет

t	0	1	…	n
s	$s(0)$	$s(1)$	…	$s(n)$

а также цена нового оборудования P и начальный возраст оборудования t_0 .

Выберем в качестве шага оптимизацию плана замены оборудования за годы с k-го по n-й. Очевидно, что прибыль от эксплуатации оборудования за эти годы будет зависеть от того, насколько оптимально производится его замена. Однако максимально возможная прибыль зависит ещё и от того, каков возраст оборудования к началу рассматриваемого периода (т. е. k-го года). Поскольку процесс оптимизации ведётся с последнего шага (k = n), на k-м шаге мы не знаем, в какие из лет с 1-го по (k–l)-й должна осуществляться замена, соответственно, не знаем и возраста оборудования к началу k-го года. Про эту величину, которую мы обозначим t, можно лишь сказать, что она не может превышать t_0 + k – 1 (такого возраста достигнет оборудование за k–1 год эксплуатации, учитывая, что к началу 1-го года его возраст составлял t_0 лет), и не может быть меньше 1 (этот возраст оборудование будет иметь к началу k-го года, если заменить его в начале предыдущего (k–1)-го года). Переменная t в данной задаче является переменной состояния системы на k-м шаге. Переменной управления на k-м шаге является логическая переменная, которая может принимать только два значения

– «С» или «З» – сохранить или заменить оборудование в начале k-го года. Функцию Беллмана F_k (t) определим как максимально возможную прибыль от эксплуатации оборудования за годы с k-го по n-й, если к началу k-го года возраст оборудования составлял t лет. Применяя то или иное управление, мы переводим систему в некоторое новое состояние, а именно, если в начале k-го года оборудование сохранить, то к началу следующего (k+l)-го года его возраст увеличится на 1 (состояние системы станет t+1), а если мы продадим старое оборудование и купим новое, к началу (k+1)-го года оно достигнет возраста 1 (состояние системы станет 1).

Задание:

Найти оптимальный план замены оборудования на период продолжительностью 6 лет, если годовая прибыль и остаточная стоимость в зависимости от возраста задаются значениями:

t	0	1	2	3	4	5	6
r(t)	12	11	11	10	8	6	3
s(t)	11	10	8	7	5	3	1

Решение. I этап. Условная оптимизация 1-й шаг. k = 6.

$$F_6(t) = \max\begin{cases} r(t) & (C) \\ s(t) - P + r(0) & (З) \end{cases} \quad 1 \le t \le 6,$$

$$F_6(1) = \max\begin{cases} 11 \\ 10-13+12 \end{cases} = 11\ (C), \qquad F_6(2) = \max\begin{cases} 11 \\ 8-13+12 \end{cases} = 11\ (C),$$

$$F_6(3) = \max\begin{cases} 10 \\ 7-13+12 \end{cases} = 10\ (C), \qquad F_6(4) = \max\begin{cases} 8 \\ 5-13+12 \end{cases} = 8\ (C),$$

$$F_6(5) = \max\begin{cases} 6 \\ 3-13+12 \end{cases} = 6\ (C), \qquad F_6(6) = \max\begin{cases} 3 \\ 1-13+12 \end{cases} = 3\ (C).$$

2-й шаг. $k = 5$.

$$F_5(t) = \max\begin{cases} r(t) + F_6(t+1) & (C) \\ s(t) - P + r(0) + F_6(1) & (З) \end{cases} \quad 1 \le t \le 5,$$

$$F_5(1) = \max\begin{cases} 11+11 \\ 10-13+12+11 \end{cases} = 22\ (C), \qquad F_5(2) = \max\begin{cases} 11+10 \\ 8-13+12+11 \end{cases} = 21\ (C),$$

$$F_5(3) = \max\begin{cases} 10+8 \\ 7-13+12+11 \end{cases} = 18\ (C), \qquad F_5(4) = \max\begin{cases} 8+6 \\ 5-13+12+11 \end{cases} = 15\ (З),$$

$$F_5(5) = \max\begin{cases} 6+3 \\ 3-13+12+11 \end{cases} = 13\ (З).$$

3-й шаг. $k = 4$.

$$F_5(t) = \max\begin{cases} r(t) + F_5(t+1) & (C) \\ s(t) - P + r(0) + F_5(1) & (З) \end{cases} \quad 1 \le t \le 4,$$

$$F_4(1) = \max\begin{cases} 11+21 \\ 10-13+12+22 \end{cases} = 32\ (C), \qquad F_4(2) = \max\begin{cases} 11+18 \\ 8-13+12+22 \end{cases} = 29\ (C),$$

$$F_4(3) = \max\begin{cases} 10+15 \\ 7-13+12+22 \end{cases} = 28\ (З), \qquad F_4(4) = \max\begin{cases} 8+13 \\ 5-13+12+22 \end{cases} = 26\ (З).$$

4-й шаг. $k = 3$.

$$F_3(t) = \max\begin{cases} r(t) + F_4(t+1) & (C) \\ s(t) - P + r(0) + F_4(1) & (З) \end{cases} \quad 1 \le t \le 3,$$

$$F_3(1)=\max\begin{cases}11+29\\10-13+12+32\end{cases}=41\ (З),\quad F_3(2)=\max\begin{cases}11+28\\8-13+12+32\end{cases}=39\ (C),$$

$$F_3(3)=\max\begin{cases}10+26\\7-13+12+32\end{cases}=38\ (З).$$

5-й шаг. $k=2$.

$$F_2(t)=\max\begin{cases}r(t)+F_3(t+1) & (C)\\ s(t)-P+r(0)+F_3(1) & (З)\end{cases}\quad 1\le t\le 2,$$

$$F_2(1)=\max\begin{cases}11+39\\10-13+12+41\end{cases}=50\ (C),\quad F_2(2)=\max\begin{cases}11+38\\8-13+12+41\end{cases}=49\ (C).$$

6-й шаг. $k=1$.

$$F_1(t)=\max\begin{cases}r(t)+F_2(t+1) & (C)\\ s(t)-P+r(0)+F_2(1) & (З)\end{cases}\quad 1\le t\le 1,\quad F_1(1)=\max\begin{cases}11+49\\10-13+12+50\end{cases}=60\ (C).$$

II этап. Безусловная оптимизация

Результаты вычислений сводим в табл. 7 (k – год эксплуатации, t – возраст оборудования, элементы таблицы – функции Беллмана Fk $_k$ (t (t)):

Таблица 7

k/t	0	1	2	3	4	5	6
1		60					
2		50	49				
3		**41**	39	**38**			
4		32	29	**28**	**26**		
5		22	21	18	15	13	
6		11	11	10	8	6	3

Максимально возможная прибыль от эксплуатации оборудования за годы с 1-го по 6-й V = F1(1) = 60 достигается, если на 1-м году не производить замену. Тогда к началу 2-го года возраст оборудования будет равен 2 годам. В этом случае максимум прибыли за годы со 2-го по 6-й достигается также, если оборудование сохранить. К началу третьего года его возраст станет 3 года. При этом для получения максимума прибыли за оставшиеся годы необходимо оборудование заменить. К началу следующего, четвёртого года возраст оборудования станет равным 1 году, и т. д. Таким образом, замену надо произвести один раз – в начале 3-го года эксплуатации.

Форма представления результата:

Отчет о лабораторной работе

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.1. Основы моделирования. Детерминированные задачи

Лабораторная работа №9 «Нахождение кратчайших путей в графе. Решение задачи о максимальном потоке»

Цель работы: Решить задачу о нахождении кратчайших путей в графе. Решить задачу о нахождении максимального потока.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Граф это множество точек или вершин и множество линий или ребер, соединяющих между собой все или часть этих точек. *Вершины*, прилегающие к одному и тому же ребру, называются *смежными*. Если *ребра* ориентированы, что обычно показывают *стрелками*, то они называются *дугами*, и граф с такими ребрами называется ***ориентированным графом.***

Если ***ребра не имеют ориентации,*** граф называется ***неориентированным***. Графы обычно изображаются в виде геометрических фигур, так что вершины графа изображаются точками, а ребра - линиями, соединяющими точки (рис. 1). *Петля* это дуга, начальная и конечная вершина которой совпадают. *Простой граф* - граф без кратных ребер и петель. *Степень вершины* это удвоенное количество петель, находящихся у этой вершины плюс количество остальных прилегающих к ней ребер. *Пустым* называется граф без ребер. *Полным* называется граф, в котором каждые две вершины смежные.

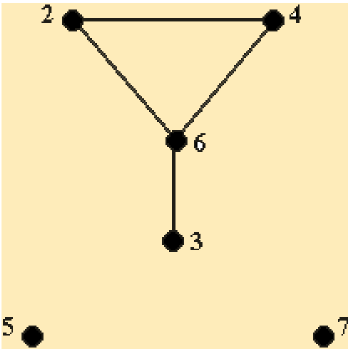


Рис. 1

Нахождение кратчайшего пути в графе

Пусть дан граф, дугам которого приписаны веса. Задача о нахождении кратчайшего пути состоит в нахождении кратчайшего пути от заданной начальной вершины до заданной конечной вершины, при условии, что такой путь существует. Данная задача может быть разбита на две:

1. для начальной заданной вершины найти все кратчайшие пути от этой вершины к другим;
2. найти кратчайшие пути между всеми парами вершин.

Рассмотрим алгоритм решения для задачи первого типа:

Необходимо найти путь от ***s*** - начальной вершины до ***t*** - конечной вершины. Каждой вершине присваиваем пометки ***I(Xi)***.

1. ***I(s) = 0, I(Xi)*** равно бесконечности для всех ***Xi*** не равных s и считать эти пометки временными. Положить ***p = s***.

2. Для всех ***Xi***, принадлежащих ***Г(p)*** и пометки которых временны, изменить пометки по следующему правилу:
   I(Xi) = min[I(Xi), I(p) + c(p, Xi)]
3. среди всех вершин с временными пометками найти такую, для которой ***I(Xi*) = min[I(Xi)]***
4. считать пометку вершины ***Xi**** постоянной и положить ***p = Xi****.
5. если ***p = t***, то ***I(p)*** является длинной кратчайшего пути, если нет, перейти к шагу **2**.

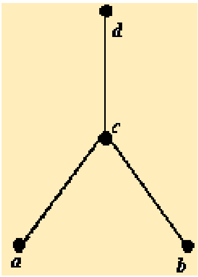
Как только все пометки расставлены, кратчайшие пути получают, используя соотношение ***I(Xi') + c(Xi',Xi) = I(Xi) (1)***.

Для решения задачи второго типа можно применять данный алгоритм для каждой вершины.

Порядок выполнения заданий

Задание:

Составить матрицы инцидентности и смежности для графа:



Решение:

Матрица инцидентности

	u	*v*	*w*
a	1	0	0
b	0	0	1
c	1	1	1
d	0	1	0

Матрица смежности

	a	*b*	*c*	*d*
a	0	0	1	0
b	0	0	1	0
c	1	1	0	1
d	0	0	1	0

Где ***u, v, w*** – ребра данного графика

Форма представления результата:

- Отчет о лабораторной работе
- Ответы на вопросы.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение граф.
2. В чем состоит отличие ориентированного графа от неориентированного графа?
3. В чем отличие пустого графа от простого графа?
4. Как определить степень вершины?
5. Чем отличается цепь в графе от цикла?
6. Дайте понятие подграф графа.
7. В чем суть связанного графа?
8. Как находятся матрицы инцидентности и матрицы смежности?
9. Как найти минимальный остов дерева?
10. Как найти кратчайшее расстояние в графе?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности

Практическая работа №2 «Составление систем уравнений Колмогорова. Нахождение финальных вероятностей. Нахождение характеристик простейших систем массового обслуживания.»

Цель работы: научиться составлять систему уравнений Колмогорова, решать ее относительно финальных вероятностей состояний. Построить графы состояний и найти параметры для простейших систем массового обслуживания.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;

- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Строгую математическую модель с аналитическим вычислением всех интересующих величин можно построить только в том случае, если случайный процесс носит марковский характер.

Случайный процесс будет марковским, если вероятностные характеристики процесса в момент времени *г* зависят только от текущего (настоящего) состояния процесса в этот момент времени *t*и не зависят от того, как (каким способом и когда) рассматриваемый процесс перешел в текущее состояние.

Если за процессом проводилось наблюдение, известны все предыдущие состояния и известно текущее состояние, то для процесса можно указать вероятность наступления следующего состояния достаточно легко. Из всего многообразия марковских процессов хорошо изучены и представляют большой практический интерес *марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем.*

Дискретное состояние – процесс переходит из одного состояния в другое скачкообразно за очень короткое время (практически мгновенно), и количество этих состояний известно (фиксировано).

Непрерывное время - время, при котором переход из одного допустимого состояния в другое допустимое состояние происходит в произвольные моменты времени, т.е. заранее не определенные.

Однородные события, следующие друг за другом в произвольные моменты времени (случайно), называются потоком событий (или входным потоком заявок). Примерами потоков событий могут быть: поток пассажиров в авиакассе, поток отказов технического устройства и т.д. Здесь под событием понимается факт поступления заявок на обработку (приход покупателя, наличие отказа технического средства, поступление телефонного вызова и т.д.), а не результат его обработки (как это рассматривается в теории вероятностей). Поэтому в системах массового обслуживания вероятностными характеристиками будет обладать не отдельное событие, а интервал времени

Интенсивностью λ потока событий называется среднее число событий за единицу времени. Интенсивность λ может быть как числом постоянным (константой), так и величиной, зависящей от времени t. Например, количество пассажиров в городском транспорте в «часы пик» резко увеличивается по сравнению с другим временем суток.

Все многообразие потоков можно разделить на два больших класса.

1. *Регулярные потоки.* События внутри потока следуют один за другим, через равные промежутки времени.
2. *Стационарные (нерегулярные) потоки.* События внутри потока следуют одно за другим хаотично (нерегулярно) и независимо руг от друга. Важно отметить одну особенность стационарного потока — интенсивность есть величина постоянная. В разные моменты времени, но в равные интервалы времени AT попадает разное количество событий, но среднее количество событий для интервала времени AT остается постоянным.

Задание 1. Составить математическую модель следующей задачи. Предположим, что для производства продукции вида А и В можно использовать материал трех сортов. При этом на изготовление единицы изделия вида А расходуется ***a1*** кг первого сорта, ***a2*** кг второго сорта и ***a3*** кг третьего сорта. На изготовление продукции вида В расходуется ***b1*** кг первого сорта, ***b2*** кг второго сорта, ***b3*** кг третьего сорта. На складе фабрики имеется всего материала первого сорта ***c1*** кг, второго сорта ***c2*** кг, третьего сорта ***c3*** кг. От реализации единицы готовой продукции вида А фабрика имеет прибыль вида ***α*** руб., а от реализации единицы готовой продукции вида В фабрика имеет прибыль вида ***β*** руб. Определить максимальную прибыль от реализации всей продукции видов А и В.

a1= 19, a2= 16, a3= 19, b1= 31, b2= 9, b3= 1, c1= 1121, c2= 706, c3= 1066,

α=16, β=19.

Задание 2. Имеются три пункта поставки однородного груза **А1, А2, А3** и пять пунктов **В1, В2, В3, В4, В5** потребления этого груза. На пунктах **А1, А2 и А3** находится груз соответственно в количестве ***a1, a2 и a3*** тонн. В пункты **В1, В2, В3, В4, В5** требуется доставить соответственно ***b1, b2, b3, b4, b5*** тонн груза. Расстояние между пунктами поставки и пунктами потребления приведено в таблице:

Пункты поставки	**Пункты потребления**				
	В1	**В2**	**В3**	**В4**	**В5**

A1	D11	D12	D13	D14	D15
A2	D21	D22	D23	D24	D25
A3	D31	D32	D33	D34	D35

Найти такой план закрепления потребителей за поставщиками однородного груза, чтобы общие затраты по перевозкам были минимальными.

a1=200, a2=300, a3=250,

b1=210, b2=150, b3=120, b4=135, b5=135.

$$D = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 13 & 13 & 18 \\ 27 & 19 & 20 & 16 & 22 \\ 26 & 17 & 19 & 21 & 23 \end{pmatrix}$$

Контрольные вопросы

1. Что такое модель?
2. Приведите классификацию моделей.
3. Какие вы знаете виды математических моделей?
4. Дайте определение целевой функции.
5. Что такое область допустимых решений?
6. Что называется допустимым решением, оптимальным решением?
7. Какие способы реализации математических моделей вы знаете?

Форма представления результата:

Отчет о лабораторной работе

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности
Практическая работа №3 «Решение задач массового обслуживания методами имитационного моделирования»

Цель работы: ознакомиться с имитационным моделированием в задачах поиска управленческих решений. Изучить основные понятия и разновидности имитационного моделирования.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Разновидности имитационного моделирования

Одним из основных направлений, определяющих методологию, концептуальные и реализационные основы информационной технологии поддержки принятия управленческих решений, является имитационное моделирование. Методология имитационного моделирования основана на воспроизведении реальных или гипотетических бизнес-процессов в специальной компьютерной среде, образующей виртуальный мир предприятия, организации, производства и любого другого объекта управления.

Основу такой технологии составляет компьютерный имитационный эксперимент, связанный с воспроизведением динамических процессов функционирования исследуемой системы. В процессе воспроизведения реальной системы с помощью имитационной модели осуществляется наблюдение за функционированием модели и выявление «узких мест» в организации деятельности. Основными достоинствами логометода являются:

- возможность воспроизведения реальной системы с практически любым уровнем детальности;
- повторяемость эксперимента;
- возможность произвольной фрагментации и структуризации системы.

Имитационное моделирование (от англ. simulation) - это распространенпая разновидность аналогового моделирования, реализуемого с помощью набора математических инструментальных средств, специачьных имитирующих компьютерных программ и технологий программирования, позволяющих посредством процес- сов-аналогов провести целенаправленное исследование структуры и функций реального сложного процесса в памяти компьютера в режиме «имитации», выполнить оптимизацию некоторых его параметров.

Имитационной моделью называется специальный программный комплекс, который позволяет имитировать деятельность какого-либо сложного объекта. Он запускает в компьютере параллельные взаимодействующие вычислительные процессы, являющиеся по своим временным параметрам (с точностью до масштабов времени и пространства) аналогами исследуемых процессов. В странах, занимающих лидирующее положение в создании новых компьютерных систем и технологий, научное направление Computer Science использует именно такую трактовку имитационного моделирования.

Следует отметить, что любое моделирование имеет в своей методологической основе элементы имитации реальности с помощью какой-либо символики (математики) или аналогов. Поэтому иногда имитационным моделированием стали называть целенаправленные серии многовариантных расчетов, выполняемых на компьютере с применением экономико-математических моделей и методов. Однако с точки зрения компьютерных технологий такое моделирование (modelling) - это обычные вычисления, выполняемые с помощью расчетных программ или табличного процессора Excel.

Математические расчеты (в том числе табличные) можно производить и без ЭВМ: используя калькулятор, логарифмическую линейку, правила арифметических действий и вспомогательные таблицы. Но имитационное моделирование - это чисто компьютерная работа которую невозможно выполнить подручными средствами. Поэтому часто для этого вида моделирования используется синоним *компьютерное моделирование.*

Имитационную модель нужно создавать. Для этого необходимо специальное программное обеспечение - *система моделирования* (simulation system). Специфика такой системы определяется технологией работы, набором языковых средств, сервисных программ и приемов моделирования.

Имитационная модель должна отражать большое число параметров, логику и закономерности поведения моделируемого объекта во времени *(временная динамика)* и в пространстве *(пространственная динамика).* Моделирование сложных объектов, в частности, в области автосервиса и автоперевозок, связано с понятием *финансовой динамики* объекта.

В общем случае, с точки зрения специалиста в области информационных технологий, *имитационное моделирование* кон тролируемого процесса или управляемого объекта - это высокоуровневая информационная технология, которая обеспечивает два вида действий, выполняемых с помощью компьютера:

1)работы по созданию или модификации имитационной модели;

2)эксплуатацию имитационной модели и интерпретацию результатов.

Задание 1.

Нотариальная контора представляет собой одноканальную СМО. Число мест в комнате ожидания очереди к нотариусу ограничено и равно двум. Если все места в комнате ожидания заняты, то вновь прибывающий клиент в очередь не становится. Потом клиентов, прибывающих на консультацию, является простейшим с интенсивностью = 8 клиентов в час. Время обслуживания распределено по экспоненциальному закону со средним временем обслуживания t = 7 мин.

Определить вероятностные характеристики нотариальной конторы, работающей в стационарном режиме.

Решение.

1. Сначала определим интенсивность потока обслуживания клиентов. Результат получим в такой же размерности, что и :
2. Коэффициент использования СМО рассчитаем как отношение интенсивности :
3. Вычислим вероятность наличия в СМО клиентов
4. Вероятность отказа в обслуживании клиентов:
5. Относительная пропускная способность нотариальной конторы:
6. Абсолютная пропускная способность нотариальной конторы, клиентов в час:
7. Среднее число клиентов, находящихся в очереди:
8. Среднее число клиентов, находящихся на обслуживании:
9. Среднее число клиентов, находящихся в системе:
10. Среднее время пребывания клиента в очереди, мин:
11. Среднее время пребывания клиента в системе, мин:

Работу рассмотренной нотариальной конторы можно считать удовлетворительной, так как она не обслуживает клиентов в среднем в 22.5% случаев (). С помощью аналитического расчета можно показать, что за счет введения дополнительного места в очереди можно уменьшить вероятность отказа в обслуживании до 17%.

Пример 2.

Нотариальная контора представляет собой двухканальную СМО. Число мест в комнате ожидания очереди к нотариусу ограничено и равно трем. Если все места в комнате ожидания заняты, то вновь прибывший клиент в очередь не становится. Поток клиентов, прибывающий на консультацию, является простейшим с интенсивностью = 12 клиентов в час. Время обслуживания распределено по экспоненциальному закону со средним временем обслуживания t = 7 мин.

Определить вероятностные характеристики нотариальной конторы, работающей в стационарном режиме.

Решение.

1. Интенсивность потока обслуживания клиентов, клиентов в час:
2.Коэффициент нагрузки СМО:
3.Коэффициент нагрузки СМО на один канал: =0,7
4.Вероятности наличия в СМО k клиентов:
5.Вероятность отказа в обслуживании клиентов:
6. Относительная пропускная способность нотариальной конторы:
7.Абсолютная пропускная способность нотариальной конторы, клиентов час:
8.Среднее число клиентов, находящихся в очереди:
9.Среднее число клиентов, находящихся на обслуживании:
10.Среднее число клиентов, находящихся в системе:
11.Среднее время пребывания клиента в очереди, мин:
12.Среднее время пребывания клиента в системе, мин: ч = 9,92

Работу рассмотренной нотариальной конторы можно считать удовлетворительной, так как она не обслуживает клиентов в среднем всего в 6,9% случаев (=0,069).

Порядок выполнения:

- Описать имитационные модели.
- Изучить метод Монте-Карло.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.
- Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что такое имитационное моделирование?
2. Основные достоинства имитационного моделирования?
3. Охарактеризуйте имитационную модель.
4. Что такое система моделирования?
5. Опишите структурный анализ процессов.
6. Построение модели.
7. Применение модели Монте-Карло?
8. Критерии Крамера-фон Мизеса?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности
Практическая работа №4 «Построение прогнозов»

Цель работы: Научиться применять МНК для линейного сглаживания данные. Научиться сглаживать данные с помощью квадратичной функции.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:
ПО: MS Windows 7
Краткие теоретические сведения:

Метод наименьших квадратов — один из методов регрессионного анализа для оценки неизвестных величин по результатам измерений, содержащим случайные ошибки.

Метод наименьших квадратов применяется также для приближённого представления заданной функции другими (более простыми) функциями и часто оказывается полезным при обработке наблюдений.
Метод наименьших квадратов предусматривает нахождение параметров функциональной зависимости из условия минимума суммы квадратов отклонений.

Задание

С помощью МНК подобрать параметры a и b линейной функции $y = ax + b$, приближенно описывающей следующие опытные данные.
Построить полученную прямую и исходные точки в одной системе координат.

0
1
1,5
2,1
3
y
2,9
6,3
7,9
10
13,2

Решение:

Параметры a и b искомой функции найдем из системы нормальных уравнений. Для этого перепишем ее в следующем виде:

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i. \end{cases}$$

Для решения задачи составим таблицу.

	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$
	1	0	2,9	0
	0	2	1,0	6,3
	1	6,3	3	1,5
	7,9	2,25	11,85	4
	2,1	10,0	4,41	21
	5	3,0	13,2	9,0
$\sum$	7,6	40,3	16,66	78,75

Тогда система нормальных уравнений примет вид:

$$\begin{cases} 16{,}66a + 7{,}6b = 78{,}75 \\ 7{,}6a + 5b = 40{,}3 \end{cases}.$$

Решим систему.

Для этого выразим b из второго уравнения:

$5b = 40{,}3 - 7{,}6$

$b = (40{,}3 - 7{,}6)/5$

Подставим в первое уравнение:

$$16{,}66a + \frac{7{,}6}{5}(40{,}3 - 7{,}6a) = 78{,}75$$

$$16{,}66a + 61{,}25b - 11{,}552a = 78{,}75$$

$$5{,}108a = 17{,}494$$

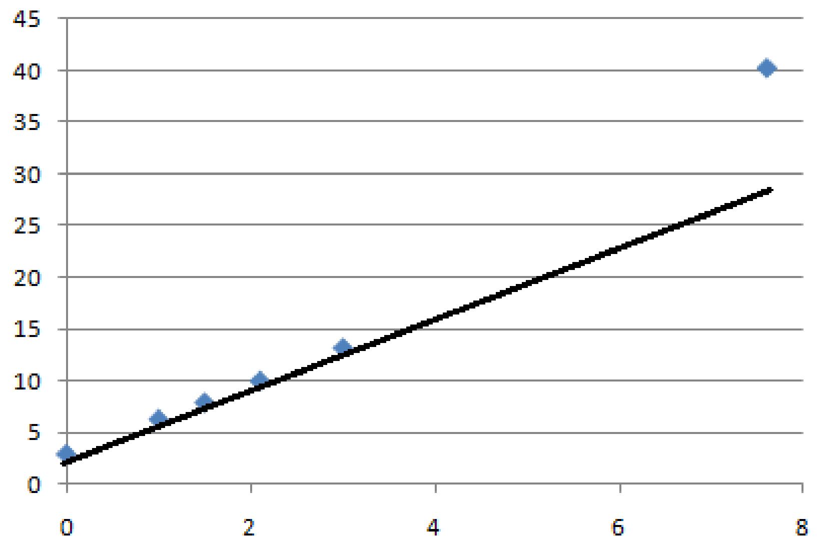
$$a = 3{,}42.$$

Отсюда $b = \dfrac{40{,}3 - 7{,}6 \cdot 3{,}42}{5} = 2{,}86$.

Итак, $a = 3{,}42$, $b = 2{,}86$, и, следовательно, искомая функция имеет вид:

$y = 3{,}42x + 2{,}86$.

Построим полученную прямую и исходные точки в одной системе координат.



Вывод:

Так как исходные данные и полученная прямая расположены близко друг к другу, то аппроксимирующая функция найдена правильно.

Задание 1.

С помощью МНК подобрать параметры a и b линейной функции $y = ax + b$, приближенно описывающей следующие опытные данные. Построить полученную прямую и исходные точки в одной системе координат.

Вариант:

1 x_i 1 3 4 5 6 8

y_i 6 4 4 2 3 2

2

x_i 2 3 4 5 7 8

y_i 1 3 4 6 6 9

Порядок выполнения:

- Составим математическую модель задач.
- Ответить на контрольные вопросы.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.
- Ответить на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Какова общая постановка задачи нахождения эмпирических формул?
2. Каким образом можно оценивать качество приближения?
3. Каким образом графически можно интерпретировать постановку задачи нахождения эмпирических формул?
4. В чем сходство и различие постановки задачи метода наименьших квадратов и задачи интерполяции?
5. Какие виды приближающих функций обычно применяются?
6. В чем суть метода приближения таблично заданной функции по методу наименьших квадратов линейной функцией?
7. Как сводится задача построения различных эмпирических формул к задаче нахождения линейной функции?

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности
Практическая работа №5 «Решение матричной игры методом итераций»

Цель работы: Научиться выбирать оптимальную стратегию игры

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Метод итераций – один из самых простых численных методов решения игр (приближённый метод). Идея метода: разыгрывается «мысленный эксперимент», в котором А и В поочерёдно применяют друг против друга свои стратегии, стремясь выиграть побольше (проиграть поменьше). Эксперимент состоит из ряда «партий» игры. Игрок А выбирает произвольно одну из своих стратегий A_i. Противник отвечает ему той из своих стратегий B_j, которая хуже всего для А при стратегии A_i. Далее А выбирает ту стратегию A_k, которая даёт ему максимальный выигрыш при стратегии B_j. Теперь противник отвечает той стратегией, которая является наихудшей для нашей смешанной стратегии (A_i , A_k), в которой до сих пор применённые стратегии встречаются с равными вероятностями=1/2. И так далее:

на каждом шаге итерационного процесса каждый игрок отвечает на очередной ход другого той стратегией, которая является оптимальной для него относительно смешанной стратегии другого, в которую все применённые ранее стратегии входят пропорционально частотам их применения. Такой метод сходится: при увеличении числа партий средний выигрыш на 1 партию будет стремиться к цене игры, а частоты применения стратегий – к вероятностям в оптимальных смешанных стратегиях.

ПРИМЕР. Рассмотрим матричную игру.

	B_1	B_2	B_3	min
A_1	*7*	*2*	*9*	*2*
A_2	*2*	*9*	*0*	*0*
A_3	*9*	*0*	*11*	*0*
max	*9*	*9*	*11*	

Проведем мысленный эксперимент:

k	i	B_1	B_2	B_3	J	A_1	A_2	A_3	$\underline{v}$	$\overline{V}$	v^*
1	3	*9*	*0*	*11*	2	2	**9**	0	0	9	4.5
2	2	*11*	*9*	*11*	2	4	**18**	0	4.5	6	6.75
3	2	*13*	*18*	*11*	3	13	**18**	11	3.67	5.5	4.84
4	2	*15*	*27*	*11*	3	**22**	18	**22**	2.75	6.6	4.13
5	1	*22*	*29*	*20*	3	31	18	**33**	4.0	5.5	5.3
6	3	*31*	*29*	*31*	2	**33**	27	**33**	4.84		5.17
7	1	*и*	*т.д.*		2						4.79
8	2				2						5.3
9	2				3						4.78
10	1				1						5.1
11	3				2						4.87
12	2				2						5.2
13	2				3						4.84
14	1				1						5.07
15	3				2						4.9

$\underline{v}$ – нижняя оценка игры, равная минимальному накопленному выигрышу, делённому на число партий. Аналогично $\overline{V}$ – верхняя оценка. v^* – среднее арифметическое между оценками.

$v^* \approx 5$, $p_1^*=4/15\approx0.266$, $p_2^*=7/15\approx0.468$, $p_3^*=4/15\approx0.266$
$q_1^*=2/15\approx0.133$, $q_2^*=8/15\approx0.534$, $q_3^*=5/15\approx0.333$

Задание.
Найти нижнюю и верхнюю цену игры по принципу максимина (минимакса)

1. Провести итерационный процесс игры из 20 партий.
2. Найти оптимальные смешанные стратегии для каждого игрока и оценить цену игры

Последовательность выполнения работы

Запустить Excel

1. Сформировать матрицу игры 4x3 с целочисленными выигрышами, используя генератор случайных чисел **СЛЧИС()**

PS. Диапазон случайных чисел [0,10]. Случайное число округлить до целых. Заменить формулу на случайное число с помощью клавиши F9.

2. Найти нижнюю и верхнюю цену игры по принципу максимина (минимакса)
3. Подготовить таблицу для метода итераций
4. Провести итерационный процесс игры из 20 партий
5. Подсчитать количество применений игроками каждой стратегии
6. Вычислить вероятность (относительную долю) применения игроками каждой стратегии
7. Найти приближенное значение цены игры, как среднего арифметического выигрышей в последних пяти партиях

Варианты задач

№ п/п	Максимальное время между заявками (сек)	Максимальное время обслуживания (сек)	Количество каналов в СМО	Средняя прибыль от обслуживания заявки (руб)	Стоимость содержания канала (руб/час)	Наличие очереди
	TZ	TO	n	SZ	SO	
1.	30	30	1	10	500	+
2.	30	30	1	10	500	-
3.	60	60	1	30	500	+
4.	60	60	1	30	500	-
5.	30	40	2	20	500	+

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности
Лабораторная работа №10 «Моделирование прогноза»

Цель работы: ознакомиться с имитационным моделированием в задачах поиска управленческих решений. Изучить основные понятия и разновидности имитационного моделирования.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;
- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

В исследованиях взаимосвязей реальных величин приходится иметь дело с переменными, имеющими стохастическую природу. Они могут быть представлены наборами входных параметров $x1^i, x2^i, \dots, x^i n$, $i = 1,2,\dots,L$, которые называют аргументами (факторами) и выходных- y1, y2,…,yn. Входные параметры являются управляемыми, выходные же параметры зависят от нас частично. Зависимость переменных, на которую накладываются воздействия случайных факторов, называется статистической зависимостью. Выбор формулы зависимости переменных называется спецификацией уравнения зависимости. Вопрос о нахождении формулы зависимости можно ставить после положительного ответа на вопрос о существовании такой зависимости. В качестве меры для степени линейной зависимости двух переменных используют коэффициент их корреляции.

Задание:

1. Разработать собственный ряд зависимости физического показателя, например: температуры в канале разряда от мощности разряда.

2. По полученному ряду построить тренд, используя возможности Excel. На графике показать параметры линии тренда (в окне «Формат линии тренда» использовать вкладку Параметры).

3. Осуществить прогноз на 1 или 2 шага вперёд, используя ту же вкладку. Чтобы прогноз был более точным, необходимо выбрать такой тренд, R^2 для которого больше 0.7.

4. По имеющемуся временному ряду (таблица) построить тренд пятого порядка.

Порядок выполнения:

- Разобьём решение задачи прогнозирования на четыре части:
- выбор наилучшей модели для прогнозирования из 7-ми, предложенных для y^d:
- построение трендовых моделей y^d для производственного процесса методом наименьших квадратов;
- определение аппроксимационных оценок построенных моделей:
- построение точечного прогноза на 1,2 периода вперёд и определение доверительного интервала.

  Пример:
- Из опыта работы предприятия за 9 лет известны значения потребления электроэнергии y_i (усл.ед.):

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_i	5,8	9	13	16,5	20	21	25	30	32

- Необходимо дать точечный прогноз работы предприятия на 1 и 2 года и определить доверительный интервал.

  1. Построить график - поле корреляции по начальным данным:
- По графику видим, что зависимость между данными существует, так как поле корреляции вытянуто.
- Проанализируем развитие динамического ряда: Абсолютный прирост - характеризующий скорость изменения уровня: $_i$=y_i-y_{i-1}, темп прироста - характеризующий относительную скорость изменения: = $_i$ / y_{i-1}

Прирост $_i$	3,20	4,00	3,50	3,50	1,00	4,00	5,00	2,00	3,28
темпприроста:	*0,55*	0,44	0,27	0,21	0,05	0,19	0,20	0,07	0,25

- Будем подбирать типы трендовых моделей с постоянным и увеличивающимся приростом, с уменьшающимся темпом прироста.

  К таким типам трендовых моделей могут принадлежать все выше приведенные 8 функций.

  Проанализируем несколько вариантов:

  Полагаем, что зависимость между t и y_i: линейная

  y^d=a0+a1*t

Используя метод наименьших квадратов строится система нормальных уравнений (используется первая таблица), затем определяются неизвестные параметры a_1 и a_0,например по методу Гаусса (или по методу Крамера), используется вторая таблица.

Таблица 2. Определение параметров a_1 и a_0, по методу Гаусса

	t	y	t*y	t*t		a_0	a_1	своб.		
	1	5,8	5,8	1		9	45	172,3		
	2	9	18	4		45	285	1057,8		
	3	13	39	9		1	5	19,144		
	4	16,5	66	16		0	60	196,3		
	5	20	100	25			1	**3,2716**	**$=a_1$**	
	6	21	126	36		1		**2,7861**	**$=a_0$**	
	7	25	175	49						
	8	30	240	64						
	9	32	288	81						
?	45	172,3	1057,8	285						

По результатам строится график.

Для получения аппроксимационных оценок строим таблицу:

	t	y	y^d	?r	?S	
	1	5,8	6,057	178,0	0,066	

	2	9	9,329	102,9	0,108
	3	13	12,60	37,75	0,159
	4	16,5	15,87	6,993	0,393
	5	20	19,14	0,731	0,731
	6	21	22,41	3,443	2,005
	7	25	25,68	34,28	0,473
	8	30	28,95	117,8	1,082
	9	32	32,23	165,2	0,053
	45	172,3	150,01	**647,3**	**5,074**

?S=(y- $y^d)^2$ **?**r =(y- $y_{средн})^2$ $y_{средн}$ = $(y_1+y_2+\ldots+y_9)/9$

Коэффициент детерминации

R^2= 1-(**?**S/7)/(**?**r/8)=0,991

Полагаем, что зависимость между t **и** y_i^d**: гиперболическая**

Yд=a0+a1*t^{-1}

Согласно методу наименьших квадратов строится система нормальных уравнений, (используется первая таблица), затем определяются неизвестные параметры a_1 и a_0 по методу Гаусса (используется вторая таблица).

t	y	t^{-1}	t^{-2}	t^{-1}*y		a_0	a_1	своб.чл.
1	5,8	1	1	5,8		9	2,8289	172,3
2	9	0,5	0,25	4,5		2,8289	1,5397	37,13531

3	13	0,3333	0,1111	4,3333		1	0,3143	19,14444	
4	16,5	0,25	0,0625	4,125		0	0,6505	-17,0237	
5	20	0,2	0,04	4			**1**	**-26,16867**	
6	21	0,1666	0,0277	3,5		**1**		**27,37002**	
7	25	0,1428	0,0204	3,5714					
8	30	0,125	0,0156	3,75					
9	32	0,1111	0,0123	3,5555					
45	172,3	2,8289	1,5397	37,135					

По результатам строится график.

Для получения аппроксимационных оценок используем таблицу:

t^{-1}	y	Yдет	?r	?S	
1	5,8	1,20	178,07	21,14	
0,5	9	14,28	102,91	27,93	
0,33	13	18,64	37,75	31,89	

0,25	16,5	20,82	6,99	18,73
0,2	20	22,13	0,73	4,56
0,16	21	23,00	3,44	4,03
0,14	25	23,63	34,29	1,87
0,12	30	24,09	117,84	34,82
0,11	32	24,46	165,27	56,81
2,82	172,3	172,3	**647,30**	**201,8**

Коэффициент детерминации R^2= 1-(?S/7)/(?r/8)=0,644
Полагаем, что зависимость является пораболической.

$Y_Д=a_0+a_1*t+a_2*t^2$
По методу наименьших квадратов строится система нормальных уравнений, (используется первая таблица), затем определяются неизвестные параметры a_1 и a_0 по методу гаусса (используется вторая таблица).
По результатам строится график.

t	y	t*t	t^3	t^4	y*t	$y*t^2$
1	5,8	1	1	1	5,8	5,8
2	9	4	8	16	18	36
3	13	9	27	81	39	117
4	16,5	16	64	256	66	264
5	20	25	125	625	100	500

6	21	36	216	1296	126	756
7	25	49	343	2401	175	1225
8	30	64	512	4096	240	1920
9	32	81	729	6561	288	2592
45	172,3	285	2025	15333	1057,8	7415,8

a_0	a_1	a_2	своб
9	45	285	172,3
45	285	2025	1057,8
285	2025	15333	7415,8
1	5	31,666	19,144
0	60	600	196,3
0	600	6308	1959,6
	1	10	3,2716
	0	308	-3,366
		1	**-0,010**
	1		**3,3804**

1			**3,1322**	

Для получения аппроксимационных оценок используем таблицу:

t	t*t	y	Yдет	?r	?S
1	1	5,8	6,50	1,00	0,49
2	4	9	9,85	16,00	0,72
3	9	13	13,17	81,00	0,03
4	16	16,5	16,48	256,00	0,0003
5	25	20	19,76	2,36	0,05
6	36	21	23,02	0,29	4,09
7	49	25	26,26	11,99	1,59
8	64	30	29,48	71,61	0,26
9	81	32	32,67	109,46	0,45
45	285	172,3	177,2	**549,72**	**7,72**

Коэффициен детерминации

R^2= 1-(?S/7)/(?r/8)=0,984

Построение всех таблиц выполняется в Microsoft Exel.

Часть 2. Определение аппроксимационных оценок построеных моделей и выбор наилучей модели для прогнозирования.

Сравнивая все построенные модели между собой по сумме квадратов уклонений от описываемого процесса ?S:

?Smin=МИН(5,074; 201,8; 7.72)= 5,074 видим, что наилучшей из всех является линейная модель.

Сравнивая все построенные модели между собой по величине коэффициента детерминации R^2:
R^2max=МАКС(0,991; 0,644; 0,984)= 0,991 видим, что наилучшей из всех является линейная модель. Для выбора типа трендовой модели используют обычно критерий Демидовича.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.

Тема 2.3.2 Задачи в условиях неопределенности
Лабораторная работа № 11 «Выбор оптимального решения с помощью дерева решений»

Цель работы: формирование навыка применения метода «дерева решений»

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- использовать выбранную систему контроля версий;
- использовать методы для получения кода с заданной функциональностью и степенью качества;
- анализировать проектную и техническую документацию;
- использовать специализированные графические средства построения и анализа архитектуры программных продуктов;
- организовывать заданную интеграцию модулей в программные средства на базе имеющейся архитектуры и автоматизации бизнес-процессов;

- определять источники и приемники данных;
- использовать приемы работы в системах контроля версий;
- выполнять отладку, используя методы и инструменты условной компиляции (классы Debug и Trace);
- оценивать размер минимального набора тестов;
- разрабатывать тестовые пакеты и тестовые сценарии;
- выявлять ошибки в системных компонентах на основе спецификаций;
- организовывать постобработку данных.

Материальное обеспечение:

ПО: MS Windows 7

Краткие теоретические сведения:

Теория полезности экспериментально исследовалась в так называемых задачах с вазами (или урнами). Ваза - это непрозрачный сосуд, в котором находится определенное (известное лишь организатору эксперимента) количество шаров различного цвета.

Задачи с вазами типичны для группы наиболее простых задач принятия решений - задач статистического типа. Для решения этих задач надо знать элементарные начала теории вероятностей. Человек делает выбор в этих задачах, основываясь на расчетах. Варианты действий выражены в наиболее простом виде.

Задание:

1 Сформулировать задачу принятия решений, аналогичную «задаче с вазами», но интерпретация решений, выигрышей и проигрышей) должна относиться к конкретной предметной области, исследований.

Например:

- выбор инструментов маркетинговой политики;
- выбор кредитных продуктов;
- выбор инвестиционных проектов для финансирования;
- оценка рисков ИТ-проектов;
- выбор web-сервисов для эффективного продвижения компании в сети Интернет и др.

Условия задачи следует представить в текстовом и табличном видах.

2 Построить дерево решений задачи № 1, свернуть его, получить полезности альтернатив.

3 Аналогично «задаче с вазами» ввести дополнительное условие задачи, связанное со снижением риска принятия решения (повысить уровень информированности. Предусмотреть «плату» за это.

4 Составить дерево решений задачи № 2 с учетом дополнительного варианта решения: повышать ли уровень информированности об условиях принятия решения.

5 Рассчитать вероятности событий для всех ветвей решений.

6 Свернуть дерево решений № 2, определить полезности альтернатив.

Сделать вывод.

Методические указания выполнения задания:

1 **Типовая задача** для испытуемого может быть представлена следующим образом. Перед испытуемым ставится ваза, которая может быть вазой 1-го или 2-го типа. Дается следующая информация: сколько имеется у экспериментатора ваз 1-го и 2-го типов; сколько черных и красных шаров в вазах 1-го и 2-го типов; какие выигрыши ожидают испытуемого, если он угадает, какого типа ваза; какие проигрыши ожидают его, если он ошибется.

После получения такой информации испытуемый должен сделать выбор: назвать, к какому типу принадлежит поставленная перед ним ваза.

Пусть, например, экспериментатор случайно выбирает вазу для испытуемого из множества, содержащего 700 ваз 1-го типа и 300 ваз 2- го типа. Пусть в вазе 1-го типа содержится 6 красных шаров и 4 черных. В вазе 2-го типа содержится 3 красных и 7 черных шаров. Если перед испытуемым находится ваза 1-го типа и он угадает это, то получит выигрыш 350 денежных единиц (д. е.), если не угадает, его проигрыш составит 50 д. е. Если перед ним ваза 2-го типа и он это угадает, то получит выигрыш 500 д. е., если не угадает, его проигрыш составит 100 д. е. Испытуемый может предпринять одно из следующих действий:
d1 – сказать, что ваза 1-го типа;
d2 – сказать, что ваза 2-го типа.
Условия задачи можно представить в табл. 4.1.

Представление задачи с вазами

Типы вазы	Вероятность выбора вазы данного типа	Выигрыш при действии	
		d_1	d_2
1	0,7	350	-100
2	0,3	-50	500

Что же делать человеку? Теория полезности отвечает: оценить среднюю (ожидаемую) полезность каждого из действий и выбрать действие с максимальной ожидаемой полезностью. В соответствии с этой рекомендацией мы можем определить среднее значение выигрыша для каждого из действий:

$U(d1)= 0,7 \cdot 350 - 0,3 \cdot 50=230$ д.е;

$U(d2)= 0,3 \cdot 500 - 0,7 \cdot 100=80$ д.е.

Следовательно, разумный человек выберет действие d1, а не действие d2.

Из этого примера следует общий рецепт действий для рационального человека: определить исходы, помножить их на соответствующие вероятности, получить ожидаемую полезность и выбрать действие с наибольшей полезностью.

Задачи с вазами помогут нам познакомиться с построением деревьев решений и принятием решений с их помощью.

Приведенная выше табл. 4.1 может быть представлена в виде дерева решений (рис. 4.1). На этом дереве квадратик означает место, где решение принимает человек, а светлый кружок – место, где все решает случай. На ветвях дерева написаны уже знакомые нам значения вероятностей, а справа у конечных ветвей – значения исходов (результаты).

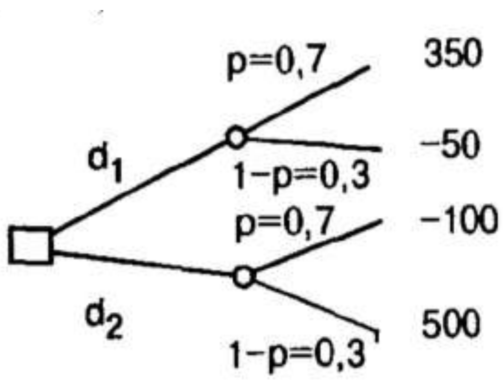


Рис 4.1 – Схема выбора оптимальной альтернативы

Для чего нужно дерево решений? Мы можем использовать его для представления своих возможных действий и для нахождения последовательности правильных решений, ведущих к максимальной ожидаемой полезности.

Есть три простых правила выбора оптимальной (по критерию максимума ожидаемой полезности) последовательности решений на основе дерева решений:

1) идти от конечных ветвей дерева к его корню;

2) там, где есть случайность (кружок), находится среднее значение;

3) там, где есть этап принятия решений (квадратик), выбирается ветвь с наибольшей ожидаемой полезностью, а другая отсекается двумя черточками.

Применим эти правила к дереву решений, представленному на рис. 2

В результате получим дерево решений, показанное на рис. 4.3.

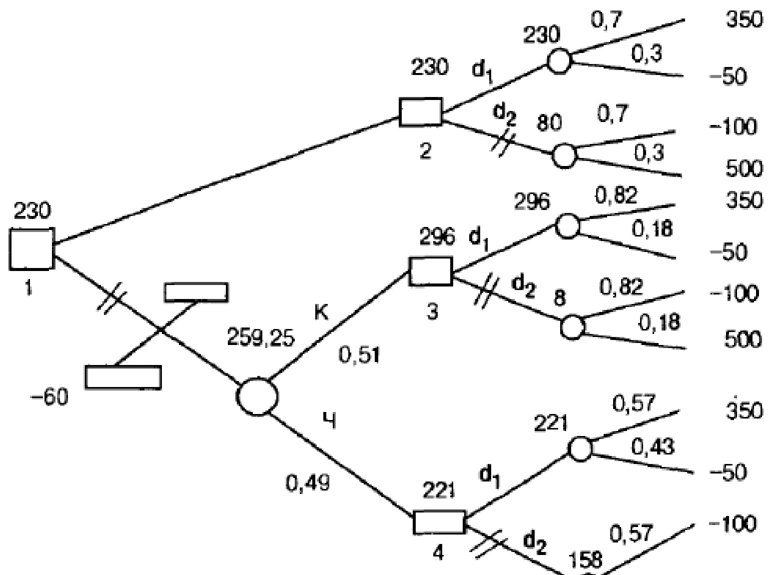


Рис 4.3 – «Сворачивание» дерева решений

На этом рисунке над кружками указаны средние значения полезности, двумя черточками отсечены ветви с меньшим значением ожидаемой полезности. Наилучший вариант действий: шар не вытаскивать и выбирать действие d1. Этот вариант соответствует самому верхнему пути дерева решений на рис. 4.3. Такая процедура нахождения оптимального пути на деревьях решений получила название «сворачивания» дерева решений.

Деревья решений при заданных числовых значениях вероятностей исходов позволяют Осуществить выбор той стратегии (последовательности действий), при которой достигается наибольший выигрыш, т. е. достигается максимум функции полезности ЛПР.

Порядок выполнения:

- Составим математическую модель задач.

Форма представления результата:

- Выполнить задание. Решение показать преподавателю.

Критерии оценки:

Оценка «5» ставится, если учащийся выполняет работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведения опытов и измерений; самостоятельно и рационально монтирует необходимое оборудование; все опыты проводит в условиях и режимах, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов; соблюдает требования правил безопасности труда; в отчете правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ погрешностей.

Оценка «4» ставится, если выполнены требования к оценке «5» , но было допущено два - три недочета, не более одной негрубой ошибки и одного недочёта.

Оценка «3» ставится, если работа выполнена не полностью, но объем выполненной части таков, позволяет получить правильные результаты и выводы: если в ходе проведения опыта и измерений были допущены ошибки.

Оценка «2» ставится, если работа выполнена не полностью и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов: если опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно.