

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Многопрофильный колледж



УТВЕРЖДАЮ  
Директор  
С.А. Махновский  
«24» февраля 2021 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

по учебной дисциплине

**ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики**

для студентов специальности

**09.02.07 Информационные системы и программирование**

**Квалификация: Программист**

Магнитогорск, 2021

**ОДОБРЕНО:**

Предметно-цикловой комиссией  
«Информатики и вычислительной техники»  
Председатель И.Г.Зорина  
Протокол № 6 от 17.02.2021г.

Методической комиссией МпК  
Протокол №3 от «24» февраля 2021г.

**Составители:**

преподаватель МпК ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» /Светлана Владимировна Меркулова  
преподаватель МпК ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» /Елена Александровна Васильева

Методические указания по выполнению практических работ разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ».

Содержание практических работ ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального(ых) модуля(ей) программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование квалификация: программист и овладению общими компетенциями.

## СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.....	4
2 ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ.....	6
3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.....	8
Практическая работа № 1 Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований.....	8
Практическая работа № 2 Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований.....	10
Практическая работа № 3 Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ.....	12
Практическая работа № 4 Проверка булевой функции на принадлежность к классам $T_0$ , $T_1$ , $S$ , $L$ , $M$ . Полнота множеств.....	16
Практическая работа № 5 Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.....	18
Практическая работа № 6 Исследование свойств бинарных отношений.....	20
Практическая работа № 7 Теория отображений и алгебра подстановок.....	22
Практическая работа № 8 Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции.....	24
Практическая работа № 9 Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов.....	28
Практическая работа № 10 Работа машины Тьюринга.....	30

## 1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики» предусмотрено проведение практических занятий. В рамках практического занятия обучающиеся могут выполнять одну или несколько практических работ.

В результате их выполнения, обучающийся должен:

**уметь:**

У.1 Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики.

У.2 Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

У 01.2 анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;

У 01.3 определять этапы решения задачи;

У 01.5 составлять план действия;

У 01.8 реализовать составленный план;

У 01.9 оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)

У 02.1 определять задачи поиска информации;

У 02.2 определять необходимые источники информации;

У 02.3 планировать процесс поиска;

У 02.4 структурировать получаемую информацию;

У 02.5 выделять наиболее значимое в перечне информации;

У 04.2 взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами в ходе профессиональной деятельности

У 05.1 грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе

У 09.1 применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач;

У 10.1 понимать общий смысл четко произнесенных высказываний на известные темы (профессиональные и бытовые), понимать тексты на базовые профессиональные темы; участвовать в диалогах на знакомые общие и профессиональные темы;

Содержание практических ориентировано формирование **общих компетенций:**

ОК 1 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 2 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 4 Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.

ОК 5 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК 9 Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности

ОК 10 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке.

Выполнение обучающихся практических работ по учебной дисциплине «ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики» направлено на:

- *обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;*

- *формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;*

Практические занятия проводятся после соответствующей темы, которая обеспечивает наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

## 2 ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Разделы/темы	Темы практических занятий	Количество часов	Требования ФГОС СПО (уметь)
<b>Раздел 1. Основы математической логики</b>			
<b>Тема 1.1. Алгебра высказываний</b>	<b>Практическая работа № 1</b> Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований.	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
<b>Тема 1.2. Булевы функции</b>	<b>Практическая работа № 2</b> Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
	<b>Практическая работа № 3</b> Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ.	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
	<b>Практическая работа № 4</b> Проверка булевой функции на принадлежность к классам T0, T1, S, L, M. Полнота множеств	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У09.1 У04.2 У05.1 У10.1
<b>Раздел 2. Элементы теории множеств</b>			
<b>Тема 2.1. Основы теории множеств</b> ...	<b>Практическая работа № 5</b> Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.	2	У1, У2 У01.2, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
	<b>Практическая работа № 6</b> Исследование свойств бинарных отношений.	2	У1, У2 У01.2, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
	<b>Практическая работа № 7</b> Теория отображений и алгебра подстановок	2	У1, У2 У01.2, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
<b>Раздел 3. Логика предикатов</b>			
<b>Тема 3.1. Предикаты</b>	<b>Практическая работа № 8</b> Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам,	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2

	содержащим кванторные операции		У05.1 У09.1 У10.1
<b>Раздел 4. Элементы теории графов</b>			
<b>Тема 4.1. Основы теории графов</b>	<b>Практическая работа № 9</b> Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
<b>Раздел 5. Элементы теории алгоритмов</b>			
<b>Тема 5.1. Элементы теории алгоритмов</b>	<b>Практическая работа № 10</b> Работа машины Тьюринга.	2	У1, У2 У01.2, У01.3, У01.5, У01.9, У01.11 У2.01-05 У04.2 У05.1 У09.1 У10.1
<b>ИТОГО</b>		<b>20</b>	

### 3 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

#### Тема 1.1. Алгебра высказываний

#### Практическая работа № 1 Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

**Цель работы:** формирование умений упрощать логические выражения с помощью законов алгебры логики.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

Какое тождество записано неверно:

а)  $x \vee \bar{x} = 1$ ;

б)  $x \vee x \vee x \vee x \vee x \vee x = 1$ ;

в)  $x \& x \& x \& x \& x = 1$ .

Выразите данные логические функции через элементарные операции: а)  $F = (A|B)C$ ; б)  $F = (A \downarrow B) \downarrow C$ .

Упростите логические выражения: а)  $A \vee (\bar{A} \& B)$ ; б)  $(A \vee B) \& (\bar{B} \vee A) \& (\bar{C} \vee B)$ .

4. Решите задачу. Компьютер вышел из строя (нет изображения на экране монитора), однако неизвестно какое устройство не работает (монитор, видеокарта или оперативная память). Можно предположить следующее:

1) если монитор исправен или видеокарта неисправна, то оперативная память неисправна;

2) если монитор исправен, то оперативная память исправна.

Исправен ли монитор?

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.

2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.



«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

**Тема 1.2. Булевы функции**  
**Практическая работа № 2 Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований**

**Цель работы:** формирование умений представлять функции в СДНФ и СКНФ с минимальным числом членов и минимальным числом переменных в членах.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- применять законы алгебры логики;
- представлять функции в СДНФ и СКНФ.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Осуществить переход от ДНФ к СДНФ для следующей функции  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_3$ .
2. Осуществить переход от КНФ к СКНФ для следующей функции:  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 (\bar{x}_2 \vee x_3)$ .
3. Записать СДНФ и СКНФ для следующей функции, заданной таблично:

$x_1$									
$x_2$									
$x_3$									
$f(x_1, x_2, x_3)$									

4. Сколько наборов будет участвовать в СКНФ для функции заданной таблично:

			$(a \rightarrow b) \rightarrow \bar{c}$
			1
			0
			1
			0
			1
			1
			1
			0

5. Для функции, заданной таблицей истинности, найти МДНФ методом Квайна:

$x_1$														
$x_2$														
$x_3$														
$x_4$														
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$														

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

### **Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 1.2. Булевы функции

### Практическая работа № 3 Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ

**Цель работы:** формирование умений представлять функции в СДНФ и СКНФ с минимальным числом членов и минимальным числом переменных в членах.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- применять законы алгебры логики;
- минимизировать логические функции.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Записать СДНФ и СКНФ для следующей функции, заданной таблично:

$x_1$									
$x_2$									
$x_3$									
$f(x_1, x_2, x_3)$									

2. Для функции, заданной таблицей истинности, найти МДНФ методом Квайна:

$x_1$															
$x_2$															
$x_3$															
$x_4$															
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$															

#### Теоретический материал

Метод Квайна относится к числу таких методов минимизации функций алгебры логики, которые позволяют представлять функции в ДНФ или КНФ с минимальным числом членов и минимальным числом букв в членах. Этот метод содержит два этапа преобразования выражения функции: на первом этапе осуществляется переход от канонической формы (СДНФ или СКНФ) к так называемой *сокращенной форме*, на втором этапе — переход от сокращенной формы логического выражения к *минимальной форме*.

**Первый этап (получение сокращенной формы).** Пусть заданная функция  $f$  представлена в СДНФ.

Переход к сокращенной форме основан на последовательном применении двух операций: *операции склеивания* и *операции поглощения*.

Для выполнения операции склеивания выявляются в выражении пары членов вида  $\omega \cdot x$  и  $\omega \cdot \bar{x}$ , различающихся лишь тем, что один из аргументов в одном из членов представлен без инверсии, в другом — с инверсией. Затем проводится склеивание таких пар членов:  $\omega \cdot x \vee \omega \cdot \bar{x} = \omega \cdot (x \vee \bar{x}) = \omega$ , и результаты склеивания  $\omega$  вводятся в выражение функции в качестве дополнительных членов. Далее проводится операция поглощения. Она основана на

равенстве  $\omega \vee \omega \cdot z = \omega \cdot (1 \vee z) = \omega$  (член  $\omega$  поглощает член  $\omega \cdot z$ ). При проведении этой операции из логического выражения вычеркиваются все члены, поглощаемые членами, которые введены в результате проведения операции склеивания.

Операции склеивания и поглощения проводятся последовательно до тех пор, пока их выполнение оказывается возможным.

Покажем выполнение этих операций применительно к функции, заданной таблицей истинности.

$x_1$								
$x_2$								
$x_3$								
$f(x_1, x_2, x_3)$								

Записываем СДНФ функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3.$$

Попарным сравнением членов (каждого из членов со всеми последующими) выявляем склеивающиеся пары членов:

первый и четвертый члены (результат склеивания  $x_2 \bar{x}_3$ );

второй и третий члены (результат склеивания  $x_1 \bar{x}_2$ );

второй и четвертый члены (результат склеивания  $x_1 x_3$ );

третий и пятый члены (результат склеивания  $x_1 x_3$ );

четвертый и пятый члены (результат склеивания  $x_1 x_2$ ).

Член  $x_2 \bar{x}_3$  поглощает те члены исходного выражения, которые содержат  $x_2 \bar{x}_3$ , т. е. первый и четвертый. Эти члены вычеркиваются. Член  $x_1 \bar{x}_2$  поглощает второй и третий, а член  $x_1 x_3$  — пятый член исходного выражения.

Получаем следующее выражение:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2.$$

Повторяем операции склеивания и поглощения. Здесь склеивается лишь пара членов  $x_1 \bar{x}_2$  и  $x_1 x_2$  (склеивание пары членов  $x_1 \bar{x}_2$  и  $x_1 x_2$  приводит к тому же результату), результат склеивания  $x_1$  поглощает второй, третий, четвертый и пятый члены выражения.

Дальнейшее проведение операций склеивания и поглощения оказывается невозможным, сокращенная форма выражения заданной функции (в данном примере она совпадает с минимальной формой):  $f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \bar{x}_3 \vee x_1$ .

Члены сокращенной формы (в рассмотренном примере такими членами служат  $x_2 \bar{x}_3$  и  $x_1$ ) называются *простыми импликантами* функции.

Как видим, получено выражение существенно более простое по сравнению с СДНФ функции.

**Второй этап (получение минимальной формы).** Сокращенная форма может содержать лишние члены, исключение которых из выражения функции не повлияет на значение функции.

Таким образом, дальнейшее упрощение логического выражения достигается исключением из выражения лишних членов. В этом и заключается содержание второго этапа

минимизации. Покажем этот этап минимизации логического выражения на примере построения логического устройства для функции, заданной следующей таблицей истинности.

$x_1$															
$x_2$															
$x_3$															
$x_4$															
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$															

Совершенная ДНФ данной функции

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4}.$$

Для получения сокращенной формы проводим операции склеивания и поглощения. В результате имеем:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 x_3.$$

Полученное выражение представляет собой сокращенную форму логического выражения заданной функции, а члены его — *простые импликанты* функции. Переход от сокращенной формы к минимальной осуществляется с помощью *импликантной матрицы*, приведенной ниже.

В столбцы импликантной матрицы вписываются члены СДНФ заданной функции, в строки — простые импликанты функции, т. е. члены сокращенной формы логического выражения функции.

Отмечаются (например, крестиками) столбцы членов СДНФ, поглощаемых отдельными простыми импликантами.

Простые импликанты	Члены СДНФ					
	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3}$	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3$	$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$	$\overline{x_1} x_2 x_3$	$x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}$	$x_1 x_2 x_3 x_4$
$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3}$	X	X				
$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3$	X		X			
$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$			X	X		
$x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}$				X	X	
$x_1 x_2 x_3$					X	X

В таблице простая импликанта  $\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3}$  поглощает члены  $\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$ ,  $\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$ , и в первом и во втором столбцах первой строки поставлены крестики; вторая импликанта поглощает первый и третий члены СДНФ, и поставлены крестики в первом и третьем столбцах второй строки и т. д. Импликанты, которые не могут быть лишними и, следовательно, не могут быть исключены из сокращенной формы, составляют *ядро*. Входящие в ядро импликанты легко определяются по импликантной матрице. Для каждой из них имеется хотя бы один столбец, перекрываемый только данной импликантой.

В рассматриваемом примере ядро составляют импликанты  $\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3}$  и  $x_1 x_2 x_3$  (только ими перекрываются второй и шестой столбцы матрицы). Исключение из сокращенной формы одновременно всех импликант, не входящих в ядро, невозможно, так как исключение одной из импликант может превратить другую уже в излишний член.

Для получения минимальной формы достаточно выбрать из импликант, не входящих в ядро, такое минимальное их число с минимальным количеством букв в каждой из этих импликант, которое обеспечит перекрытие всех столбцов импликантной матрицы, не перекрытых членами ядра. В рассматриваемом примере необходимо импликантами, не входящими в ядро, перекрыть третий и четвертый столбцы матрицы. Это может быть достигнуто различными способами, но так как необходимо выбирать минимальное число импликант, то, очевидно, для перекрытия этих столбцов следует выбрать импликанту  $\overline{x_1 x_3 x_4}$ .  
Минимальная дизъюнктивная нормальная форма (МДНФ) заданной функции  
 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1 x_2 x_3} \vee \overline{x_1 x_3 x_4} \vee x_1 x_2 x_3$ .

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 1.2. Булевы функции

### Практическая работа № 4 Проверка булевой функции на принадлежность к классам $T_0, T_1, S, L, M$ . Полнота множеств

**Цель работы:** формирование умений определять принадлежность логических функций к классам  $T_0, T_1, S, L, M$ .

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- определять принадлежность логических функций к классам  $T_0, T_1, S, L, M$ .

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Заполните недостающие столбцы в таблицах проверки принадлежности к классам для систем  $\{\rightarrow, \oplus\}$  и  $\{\rightarrow, 1\}$ :

а).  $\{\rightarrow, \oplus\}$

	$T_0$	$T_1$	S	M	L
$\rightarrow$				-	-
$\oplus$				-	+
$\{\rightarrow, \oplus\}$					-

б).  $\{\rightarrow, 1\}$

	$T_0$	$T_1$	S	M	L
$\rightarrow$				-	-
1	-				+
$\{\rightarrow, 1\}$					-

2. Определите принадлежность логических функций к пяти замкнутым классам. Ответы внесите в таблицу.

F(A, B)	A 0011 B 0101	$T_0$	$T_1$	M	S	L	Название
O(A, B)	0000						Константа нуля
A&B	0001						Конъюнкция
A∨B							Дизъюнкция
$A \oplus B$							Сумма Жегалкина
$A \downarrow B$							Стрелка Пирса
$A   B$							Штрих Шеффера
$A \sim B$							Эквивалентность

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.



### **Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 2.1. Основы теории множеств

### Практическая работа № 5 Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.

**Цель работы:** формирование умений выполнять операции над множествами.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- выполнять операции над множествами;
- решать задачи на выполнение теоретико-множественных операций.

**Материальное обеспечение:**

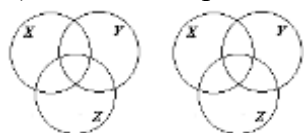
Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

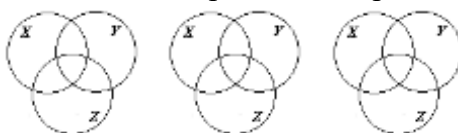
**Задания:**

1. Пусть даны множества  $A=\{-3;-2;-1;0;1;2;3;7\}$ ,  $B=\{5;3;2;1;0;-2;-3\}$ ,  $C=\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$ . Найдите множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup C$ ,  $B \cup C$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ .
2. Докажите следующие тождества: а)  $(X \cap Y) \cup Z = (X \cup Z) \cap (Y \cup Z)$ ; б)  $(X \setminus Y) \cup Z = (X \setminus Y) \cap (Y \cup Z)$ .

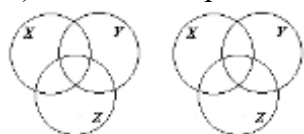
а) левая часть равенства



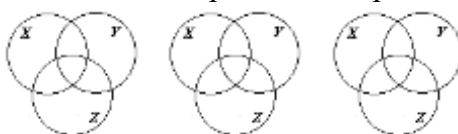
правая часть равенства



б) левая часть равенства



правая часть равенства



3. Пусть  $N$ - множество натуральных чисел,  $Z$ - множество целых чисел, а множества  $A$ ,  $B$ , и  $C$  определены в задании 1. Найдите  $A \cup N$ ,  $A \cap N$ ,  $Z \cup C$ ,  $(A \cap B) \cap N$ ,  $A \setminus Z$ .
4. Пусть  $A$  – множество параллелограммов,  $B$  – множество прямоугольников,  $C$  – множество ромбов,  $D$  – множество квадратов. Запишите результат операций:  $A \cap B$ ,  $B \cap C$ ,  $A \cup B \cup C \cup D$ .
5. Укажите пустые множества среди следующих: а) множество целых корней уравнения  $x^2 - 16 = 0$ ; б) множество целых корней уравнения  $x^2 + 16 = 0$ .
6. Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , если: а)  $A \subset B$ ,  $B \subset C$ ; б)  $A \subset B$ ,  $B \subset C$ ,  $A \setminus B = \emptyset$ ; в)  $A \cup B$ ,  $B \cap C$ ,  $A \subset B$ ; г)  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $A \cap C \neq \emptyset$ ,  $B \cap C \neq \emptyset$ ,  $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ .
7. Даны множества  $A = \{x \in R \mid x^2 + 4 = y\}$ ,  $B = \{x \in R \mid x^2 + y^2 \leq 9\}$ ,  $C = \{x \in R \mid x + 2 \leq y\}$ . Найдите  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$ ,  $A \setminus C$ ,  $B \setminus A$ .
8. Из цифр 1,2,3,4,5 составьте все двузначные числа. Как связано получившееся множество с декартовым произведением  $A \times A$ ,  $A = \{1,2,3,4,5\}$ .

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

### **Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 2.1. Основы теории множеств

### Практическая работа № 6 Исследование свойств бинарных отношений

**Цель работы:** Научиться решать задачи на исследование свойств бинарных отношений

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- выполнять операции над множествами;
- решать задачи на выполнение теоретико-множественных операций и исследование свойств бинарных отношений.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

**Задача 1.** Определите свойства следующих отношений:

1. «прямая  $x$  пересекает прямую  $y$ » (на множестве прямых)
2. «число  $x$  больше числа  $y$  на 2» (на множестве натуральных чисел)
3. «число  $x$  делится на число  $y$  без остатка» (на множестве натуральных чисел)
4. « $x$  - сестра  $y$ » (на множестве людей).

**Задача 2.** Проверить, является ли отношением эквивалентности на множестве всех прямых на плоскости отношение «непересекающихся прямых».

**Задача 3.** Найти область определения, область значений отношения  $R$ . Является ли отношение  $R$  рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным.

**Задача 4.** Дано множество  $A = \{>, <, \geq, \leq\}$ . Записать декартово произведение  $A \times A \times A$ . Задать 2 бинарных отношения  $R_1$  и  $R_2$ , мощность которых равна 3 и 4 соответственно. Найдите соответствующие замыкания обоих отношений. Изобразите ориентированные графы и запишите матрицы для отношений  $R_1$  и  $R_2$  и соответствующих замыканий. Вычислите  $R^{-1}R^{-1}$ ,  $R^{-1}R_2^{-1}$ ,  $R_2 \cdot R_1 R_2 \cdot R_1$ . Изобразите соответствующие ориентированные графы и запишите соответствующие матрицы.

**Задача 5.** Отношение  $R$  на множестве  $X = \{a, b, c, d\}$  задано матрицей.

Каковы свойства отношения  $R$ ? Как выглядят матрицы отношений  $R^{-1}R^{-1}$ ,  $R \cdot R \cdot R$ ?

**Задача 6.** Дано множество  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  и бинарное отношение  $R \subset A \times A$ :

Проверить, является ли  $R$  отношением эквивалентности. Добавить минимальное возможное число пар, чтобы  $R$  стало отношением эквивалентности. Найти разбиение  $P$ .

**Задача 7.** Доказать, что для любых бинарных отношений

$$(P_1 \circ P_2)^{-1} = P^{-1} \circ P^{-1}$$

**Задача 8.** Доказать истинность следующего утверждения: если  $P$  и  $S$  – антисимметричны, то  $P \cap S$  – антисимметрично.

**Задача 9.** Для заданных на множестве  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  бинарных отношений  $\rho$  и  $\tau$ :

- а) записать матрицы и построить графики;
- б) найти композицию  $\rho \circ \tau$ ;
- в) исследовать свойства отношений  $\rho$ ,  $\tau$  и  $\rho \circ \tau$  (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

**Задача 10.** На множестве вещественных чисел  $\mathbb{R}$  задано бинарное отношение  $a \bar{r} b \Leftrightarrow a^2 + a = b^2 + b \Leftrightarrow a^2 + a = b^2 + b$ . Докажите, что  $\bar{r}$  – отношение эквивалентности. Сколько элементов в классе эквивалентности?

**Задача 11.** Для бинарного отношения  $\bar{r}$  между элементами множеств  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{2, 5\}, \{3\}\}$ ,  $a \bar{r} X \Leftrightarrow a \notin X$  найдите область определения  $D_{\bar{r}}$  и область значений  $R_{\bar{r}}$ ?

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 2.1. Основы теории множеств

### Практическая работа № 7 Теория отображений и алгебра подстановок

**Цель работы:** Научиться решать задачи алгебры подстановок

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- выполнять операции над множествами;
- решать задачи на выполнение теоретико-множественных операций алгебры подстановок.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Пусть  $A$  множество натуральных чисел,  $A=\mathbb{N}$ . Рассмотрим операцию “+” и “-”. Являются ли они бинарными?

Решение:  $(5,7) \rightarrow 12$ , т. е.  $5+7=12$ ,  $12 \in \mathbb{N}$ . Известно, что при сложении двух натуральных чисел получим натуральное число, следовательно операция бинарная. Операция “-” не является бинарной операцией на множестве  $A=\mathbb{N}$ , т. к.  $5-7=-2$ , а  $-2 \notin \mathbb{N}$ .

2. Рассмотрим множество  $M=\{1,2,3\}$ . Сколько на этом множестве можно задать биективных функций, отображающих  $M$  в  $M$ .

Решение: Это множество всех подстановок третьего порядка  $S_3$ .

$S_3=\{$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \}.$$

3. Даны две подстановки:  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . Приведите подстановки к канонической записи и найдите их композицию  $\sigma_1 \circ \sigma_2$  и  $\sigma_2 \circ \sigma_1$ .

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: Вторая подстановка записана в каноническом виде, а первая - нет. Поэтому в верхней строке запишем числа от 1 до 5, а в нижней  $\sigma_1(1) = 3$ ,  $\sigma_1(2)$

$$= 1, \sigma_1(3)=4, \sigma_1(4)=2, \sigma_1(5) = 5. \text{ Итак, } \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Найдем  $\sigma_2 \circ \sigma_1$ . Сначала выполняется первая подстановка  $\sigma_1(1) = 3$ , а затем

$$\text{вторая } \sigma_2(3)=4 \text{ и т. д. Получим следующую матрицу: } \sigma_2 \circ \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Аналогично найдем  $\sigma_1 \circ \sigma_2$ :  $\sigma_2(1) = 2$ , а  $\sigma_1(2) = 1$ , и т. д. В итоге получим

$$\sigma_1 \circ \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \neq \sigma_2 \circ \sigma_1.$$

4. Найдите число инверсий и четность подстановки  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

Решение:

$$\begin{aligned} \sigma &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{4} \\ &\xrightarrow{4} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{5} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{6} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{7} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 6 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{8} \\ &\xrightarrow{8} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{9} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{10} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Получили  $n=10$ , поэтому  $\varepsilon(\sigma)=(-1)^{10}=1$ , т.е. подстановка четная.

### Задачи для самостоятельного решения

Найдите  $\sigma_1^{-1}$ ,  $\sigma_2^{-2}$ ,  $\sigma_1 \circ \sigma_2$  и  $\sigma_2 \circ \sigma_1$ ,  $\sigma_1^3$ ,  $\sigma_2^4$ ,  $\sigma_1^{55}$ ,  $\sigma_2^{99}$ , порядок, число инверсий и четность каждой из подстановок:

$$a) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix};$$

$$d) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix};$$

$$b) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$e) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix};$$

$$c) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix};$$

$$f) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

### Порядок выполнения работы:

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

### Форма представления результата:

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

### Критерии оценки:

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 3.1. Предикаты

### Практическая работа № 8 Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции

**Цель работы:** формирование умений определять логические значения высказываний, содержащих предикаты.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:* Определять логические значения высказываний, содержащих предикаты.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Теоретический материал:**

В исчислении высказываний нет предметных переменных, то есть переменных, которые могут принимать нелогические значения, например, числовые. Для того чтобы в логические исчисления могли быть включены нелогические константы и переменные, вводится понятие предиката.

Определение.  $N$ -местным предикатом на множестве  $X$  называется  $n$ -местная функция из множества  $X^n$  во множество  $\{0,1\}$ .

Примеры. 1. Предикат  $A(x) = "x \leq 2"$  на множестве  $X = \mathbb{R}$  – одноместный.

2. Предикат  $B(x, y) = "xy > 0"$  на множестве  $X = \mathbb{R}^2$  – двуместный.

Если  $X = \{0,1\}$ , то  $n$ -местный предикат представляет собой  $n$ -местную булеву функцию.

Нульместный предикат представляет собой высказывание.

Для каждого предиката  $A$  областью истинности называется множество  $Y = \{x \in X \mid A(x) = 1\}$ , на котором предикат принимает значение 1.

Примеры. 1. Для предиката  $A(x) = "x \leq 2"$  на множестве  $X = \mathbb{R}$  область истинности  $Y = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$ .

2. Для предиката  $B(x, y) = "xy > 0"$  на множестве  $X = \mathbb{R}^2$  область истинности  $Y = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy > 0\}$ .

Поскольку множество значений любого предиката лежит во множестве  $\{0,1\}$ , то с предикатами можно производить все операции алгебры логики, и все известные свойства логических операций обобщаются для предикатов. Рассмотрим эти свойства (для удобства в свойствах записываются одноместные предикаты):

3. Коммутативность:

$$P(x) \vee Q(x) = Q(x) \vee P(x), \quad P(x) \wedge Q(x) = Q(x) \wedge P(x).$$

2. Ассоциативность:

$$P(x) \vee (Q(x) \vee R(x)) = (P(x) \vee Q(x)) \vee R(x),$$

$$P(x) \wedge (Q(x) \wedge R(x)) = (P(x) \wedge Q(x)) \wedge R(x).$$



3. Дистрибутивность:

$$P(x) \vee (Q(x) \wedge R(x)) = (P(x) \vee Q(x)) \wedge (P(x) \vee R(x)),$$

$$P(x) \wedge (Q(x) \vee R(x)) = (P(x) \wedge Q(x)) \vee (P(x) \wedge R(x)).$$

4. Идемпотентность:  $P(x) \vee P(x) = P(x)$ ,  $P(x) \wedge P(x) = P(x)$ .

5. Закон двойного отрицания:  $\neg\neg P(x) = P(x)$ .

6. Закон исключения третьего:  $P(x) \vee \neg P(x) = 1$ .

7. Закон противоречия:  $P(x) \wedge \neg P(x) = 0$ .

8. Законы де Моргана:

$$\neg(P(x) \vee Q(x)) = \neg P(x) \wedge \neg Q(x),$$

$$\neg(P(x) \wedge Q(x)) = \neg P(x) \vee \neg Q(x).$$

9. Свойства операций с логическими константами:

$$P(x) \vee 1 = 1, P(x) \vee 0 = P(x), P(x) \wedge 1 = P(x), P(x) \wedge 0 = 0.$$

Здесь  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $R(x)$  – любые предикаты.

В то же время, для предикатов определены операции специального вида, которые называются Кванторами.

Символ  $\forall$  называется Квантором Всеобщности (Общности).

Символ  $\exists$  называется Квантором существования.

Пусть дана запись  $\forall x A$  (или  $\exists x A$ ). Переменная  $x$  называется Переменной в кванторе, а  $A$  – Областью действия квантора.

Имеют место эквивалентности:

$$\exists x_i A = \neg \forall x_i \neg A \quad \forall x_i A = \neg \exists x_i \neg A$$

$$\neg \exists x_i A = \forall x_i \neg A \quad \neg \forall x_i A = \exists x_i \neg A$$

Предикат называется Тождественно истинным (Тождественно ложным), если при всех возможных значениях переменных он принимает значение 1(0).

Справедливы эквивалентности:

$$\forall x \forall y P(x, y) = \forall y \forall x P(x, y), \exists x \exists y P(x, y) = \exists y \exists x P(x, y).$$

Разноименные кванторы можно переставлять только следующим образом:

$$\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y), \exists y \forall x P(x, y) \rightarrow \forall x \exists y P(x, y).$$

Обратные формулы неверны.

Пример. Очевидно, что высказывание  $\forall x \exists y (x + y = 0)$  ( $X = R$ ) истинно. Поменяем кванторы местами. Получим высказывание  $\exists y \forall x (x + y = 0)$ , которое является ложным.

Выражения с кванторами можно преобразовывать следующим образом:

$$\forall x (P(x) \wedge Q(x)) = \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x), \exists x (P(x) \vee Q(x)) = \exists x P(x) \vee \exists x Q(x).$$

Справедливы эквивалентности:

$$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) = \forall x P(x) \vee \forall y Q(y) = \forall x (P(x) \vee \forall y Q(y)) = \\ = \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y)).$$

$$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) = \exists x P(x) \wedge \exists y Q(y) = \exists x (P(x) \wedge \exists y Q(y)) = \\ = \exists x \exists y (P(x) \wedge Q(y)).$$

Имеют место формулы:

$$\forall x (P(x) \wedge C) = \forall x P(x) \wedge C, \quad \exists x (P(x) \vee C) = \exists x P(x) \vee C, \\ \forall x (P(x) \vee C) = \forall x P(x) \vee C, \quad \exists x (P(x) \wedge C) = \exists x P(x) \wedge C.$$

### Задания:

#### Задание 1

Определите, какие из следующих предложений истинные, а какие ложные, считая предметной областью множество действительных чисел  $\mathbb{R}$ :

1.  $\forall x \exists y (x + y = 9)$ ;
2.  $\exists x \exists y (x + y = 9)$ ;
3.  $\exists x \forall y (x + y = 9)$ ;
4.  $\forall x \forall y (x + y = 9)$ ;
5.  $\forall x (((x > 1) \vee (x < 2)) \Leftrightarrow (x = x))$ ;
6.  $\forall x ((x^2 > x) \Leftrightarrow ((x > 1) \vee (x < 0)))$ ;
7.  $\forall a ((\exists x (ax = 1)) \Leftrightarrow (a = 0))$ ;
8.  $\forall a \exists b \forall x (x^2 + ax + b > 0)$ ;
9.  $\exists b \forall a \exists x (x^2 + ax + b = 0)$ ;
10.  $\forall b \exists a \forall x (x^2 + ax + b > 0)$ ;
11.  $\exists a \forall b \exists x (x^2 + ax + b = 0)$ .

#### Задание 2

Из следующих предикатов с помощью кванторов постройте всевозможные предложения (как первые четыре предложения предыдущей задачи) и определите их истинностные значения, считая предметной областью множество  $\mathbb{R}$ :

$$x^2 + y^2 = 16;$$

$$(x^2 + 1 = 0) \Rightarrow (x = 1);$$

$$x < y;$$

$$x^2 = 25.$$

#### Задание 3

Определите и изобразите на  $\mathbb{R}$  множества истинности следующих одноместных предикатов:

$$|x + 4| < 3;$$

$$(x > 1) \wedge (x < 1);$$

$$\cos(x) > 1;$$

$$(x > 1) \vee (x < 1);$$

$$x^2 + 9 > 0;$$

$$(x > 1) \Rightarrow (x < 1);$$

$$(x^2 > 9) \Leftrightarrow (x > 3);$$

$$(x > 1) \Leftrightarrow x < 1.$$

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 4.1. Основы теории графов

### Практическая работа № 9 Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов

**Цель работы:** формирование умений построения графов.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- определять типы графов и давать их характеристики.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Граф  $G$  задан диаграммой (рис. 1).
  1. Составьте для него матрицу смежности.
  2. Постройте матрицу инцидентности.
  3. Укажите степени вершин графа.
  4. Найдите длину пути из вершины  $V_2$  в вершину  $V_5$ , составьте маршруты длины 5, цепь и простую цепь, соединяющие вершину  $V_2$  и вершину  $V_5$ .
  5. Постройте простой цикл, содержащий вершину  $V_4$ .
  6. Найдите цикломатическое число графа  $G$ .
  7. Определите вид заданного графа.

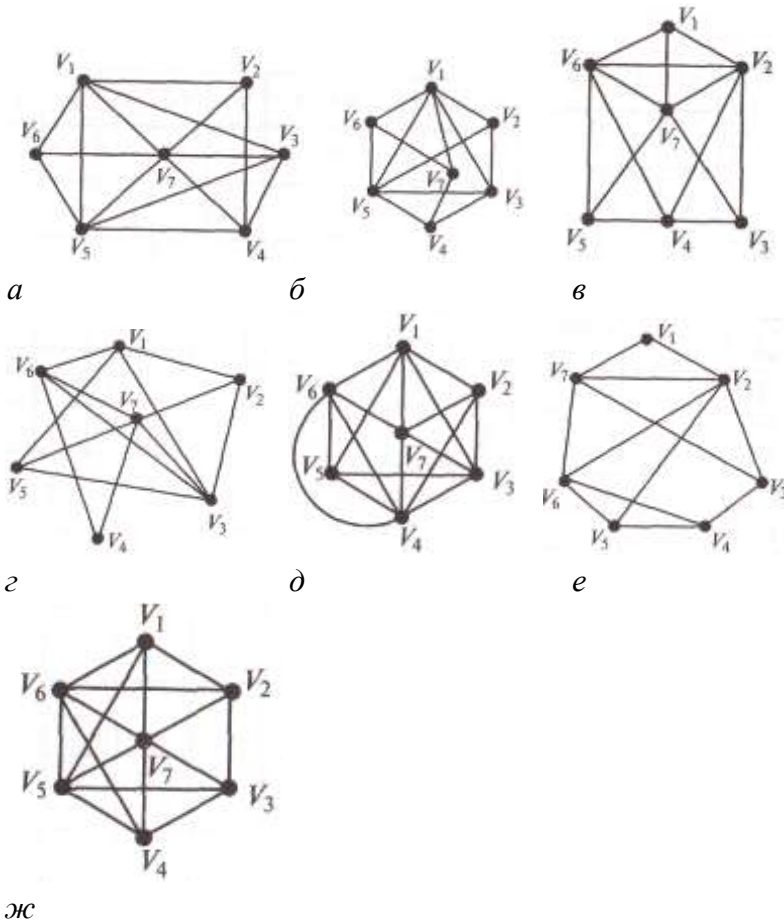


Рис. 1. Задание графа  $G$  к упр. 1 (*а-ж* – варианты)

2. Постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности для отношений, заданных графом  $G$ . Найдите число степеней входа и выхода этого графа, дайте ему характеристику (рис. 2.).

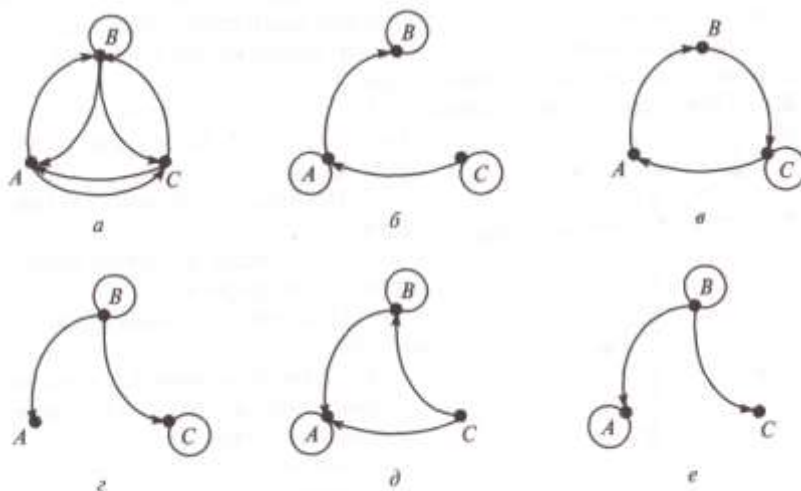


Рис. 2. Задание графа  $G$  к упр. 2 (а—е — варианты)

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.

## Тема 5.1.Элементы теории алгоритмов

### Практическая работа № 10 Работа машины Тьюринга

**Цель работы:** формирование умений строить автоматы, распознающие заданные свойства слова.

**Выполнив работу, Вы будете:**

*уметь:*

- строить простейшие автоматы.

**Материальное обеспечение:**

Раздаточный материал (карточки с заданиями).

Технические средства обучения: компьютер с лицензионным программным обеспечением и мультимедиа проектор.

**Задания:**

1. Построить таблицу состояний для автомата изображенного на рисунке 1

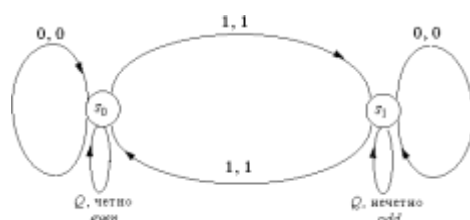


Рис. 1

2. Построить диаграмму состояний для автоматов заданных в виде таблиц состояний.

Текущее состояние	Следующее состояние					
	Вход			Выход		
	□	1	0	□	1	1
$s_0$		$s_0$	$s_1$		0	1
$s_1$		$s_1$	$s_2$		1	0
$s_2$		$s_0$	$s_2$		1	0

Текущее состояние	Следующее состояние					
	Вход			Выход		
	□	1	0	□	1	0
$s_0$		$s_1$	$S_0$		1	0
$s_1$		$s_2$	$S_1$		1	0
$s_2$		$s_0$	$S_2$		1	0

3. Опишите, используя обозначение Тьюринга, следующую машину:

$v : (s_0, 1) \text{ а } s_1 \zeta : (s_0, 0) \text{ а } 0 \delta : (s_0, 0) \text{ а } Л$   
 $(s_0, 0) \text{ а } s_2 (s_0, 1) \text{ а } 1 (s_0, 1) \text{ а } Л$   
 $(s_1, 0) \text{ а } s_1 (s_1, 0) \text{ а } 0 (s_1, 0) \text{ а } Л$   
 $(s_1, 0) \text{ а } s_2 (s_1, 1) \text{ а } 1 (s_1, 1) \text{ а } Л$   
 $(s_2, 0) \text{ а } s_2 (s_2, 0) \text{ а } 0 (s_2, 0) \text{ а } Л$   
 $(s_2, 1) \text{ а } s_1 (s_2, 1) \text{ а } 1 (s_2, 1) \text{ а } Л$   
 $(s_0, \#) \text{ а } s_0 (s_0, \#) \text{ а } \# (s_0, \#) \text{ а } Л$   
 $(s_1, \#) \text{ а } s_1 (s_1, \#) \text{ а } Ч (s_1, \#) \text{ а } \text{ОСТАНОВ}$

$(s_2, \#)$  а  $s_2 (s_2, \#)$  а Н  $(s_2, \#)$  а ОСТАНОВ

**Порядок выполнения работы:**

1. Решить задания в тетради.
2. Получить у преподавателя задания для самостоятельной работы и решить их в тетради.

**Форма представления результата:**

Представить выполненные задания в тетради для практических работ преподавателю.

**Критерии оценки:**

«5» - практическая работа выполнена полностью, задачи решены верно, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на все вопросы преподавателя по теме работы.

«4» - практическая работа выполнена на 80%-90%, задачи решены верно или с небольшими недочетами, теоретический материал записан в тетрадь, студент отвечает на вопросы преподавателя по теме работы.

«3» - практическая работа выполнена на 70% и более, теоретический материал записан в тетрадь не в полном объеме, студент отвечает не на все вопросы преподавателя по теме работы.

«2» - практическая работа выполнена мене 70%.