Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

Многопрофильный колледж

УТВЕРЖДАЮ
Директор
________/ С.А. Махновский
08.02.2023г

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

ЕН.01 Математика

для обучающихся специальности

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

Магнитогорск, 2023

ОДОБРЕНО

Предметной комиссией
«Математических и естественнонаучных дисциплин»
Председатель Е.С. Корытникова
Протокол № № 6 от 25.01.2023

Методической комиссией МпК

Протокол № 4 от 08.02.2023

Разработчик:
преподаватель ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова» Многопрофильный колледж Э.Р.Жигарева

Методические указания по выполнению практических работ разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины «ЕН. 01 Математика».

Содержание практических работ ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального(ых) модуля(ей) программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям) и овладению профессиональными компетенциями.

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ

Важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки обучающихся составляют практические занятия.

Состав и содержание практических занятий направлены на реализацию Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Ведущей дидактической целью практических занятий является формирование профессиональных практических умений (умений выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных практических умений (умений решать задачи по математике, экономике, информатике и др.), необходимых в последующей учебной деятельности.

В соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «ЕН. 01 Математика» предусмотрено проведение практических занятий.

В результате их выполнения, обучающийся должен:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- выделять наиболее значимое в перечне информации;
- оценивать практическую значимость результатов поиска;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Содержание практических занятий ориентировано на подготовку обучающихся к освоению профессионального модуля программы подготовки специалистов среднего звена по специальности и овладению ***профессиональными компетенциями:***

ПК 4.6 Анализировать финансово-хозяйственную деятельность, осуществлять анализ информации, полученной в ходе проведения контрольных процедур, выявление и оценку рисков.

А также формированию ***общих компетенций***:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02 Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

Выполнение обучающихся практических работ по учебной дисциплине «ЕН. 01 Математика» направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление, развитие и детализацию полученных теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач профессионально значимых качеств, таких как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические занятия проводятся в рамках соответствующей темы, после освоения дидактических единиц, которые обеспечивают наличие знаний, необходимых для ее выполнения.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1 Функция одной переменной

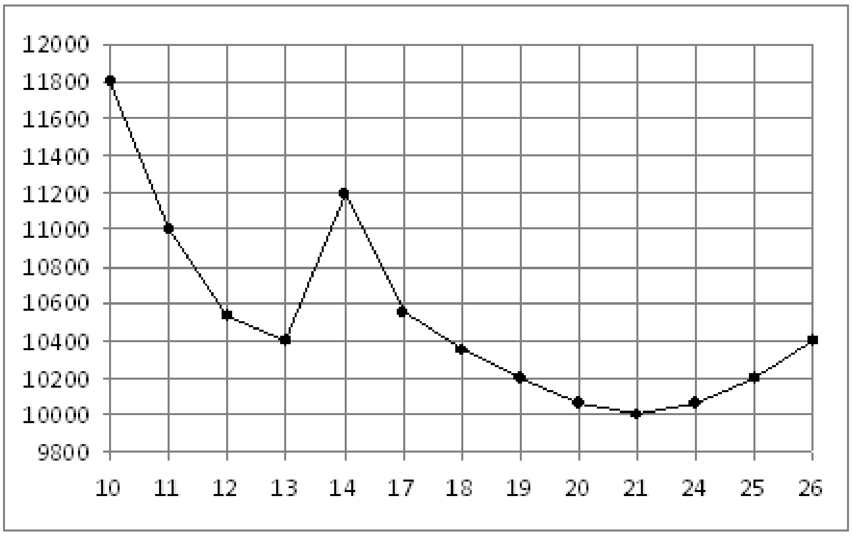
Практическое занятие №1
«Чтение графиков функций»

Цель: научиться применять теоретических знаний к решению прикладных задач.

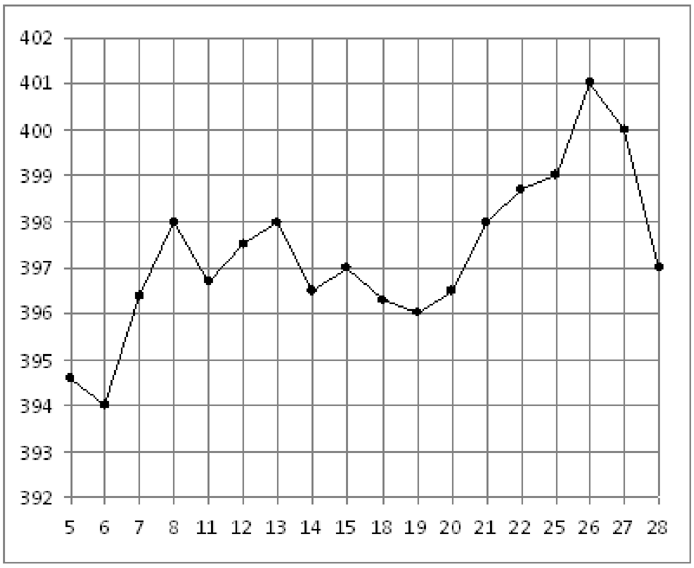
Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:
Рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

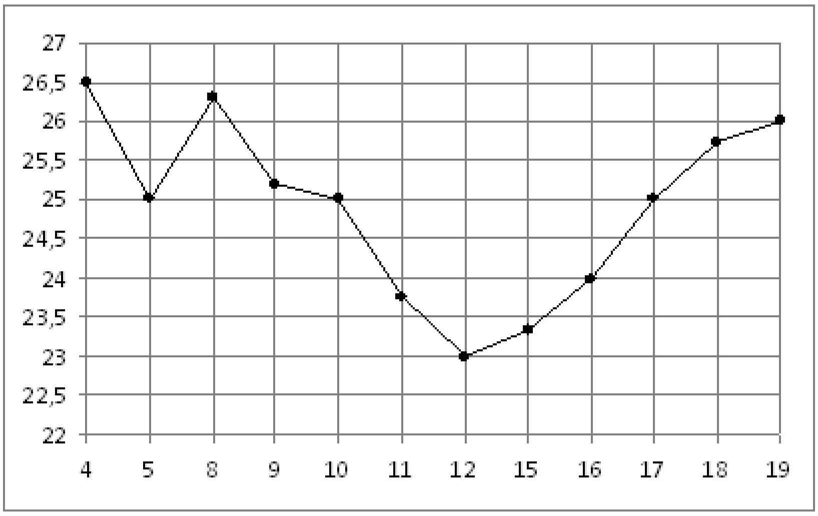
Задание:
1. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов впервые за данный период приняла значение 10200 долларов США за тонну.



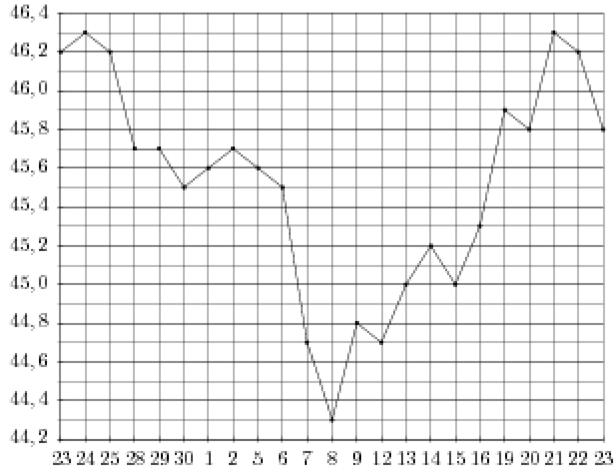
2. На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов впервые за данный период превысила 400 долларов за унцию.



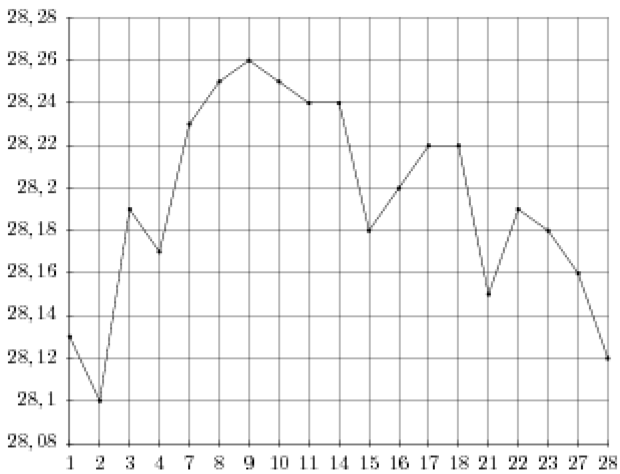
3. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов впервые за данный период составила 25 долларов за баррель.



4. На рисунке жирными точками показан курс китайского юаня, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена китайского юаня в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа курс китайского юаня впервые был равен 45,6 рубля.



5. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 28,18 рубля.

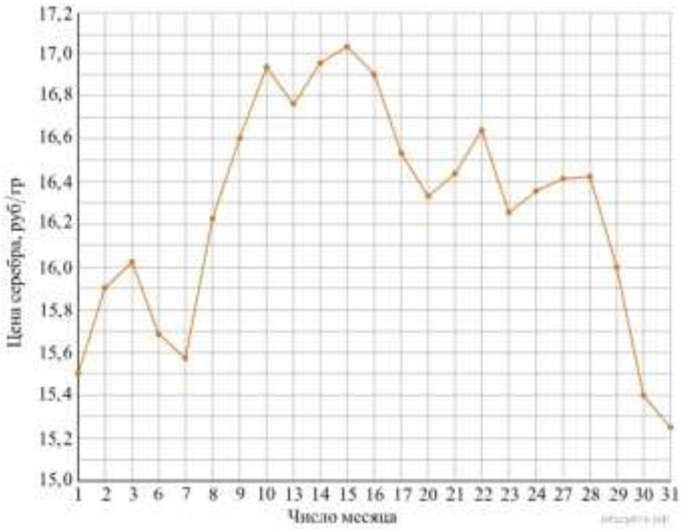


Порядок выполнения работы

1. Внимательно изучите текст задачи и данные на графике. Определите, что известно вам из условия задачи.
2. Проанализируйте график.
3. Произведите необходимые расчеты, используя данные из условия задачи.
4. Проверьте правильность выполнения расчетов и соответствие ответа поставленной задаче.
5.Представьте результаты решения задачи в виде ответа или вывода.
6. Проверьте ответ на корректность.

Ход работы:

Задача. На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена серебра впервые была равна ровно 16 рублям за грамм.

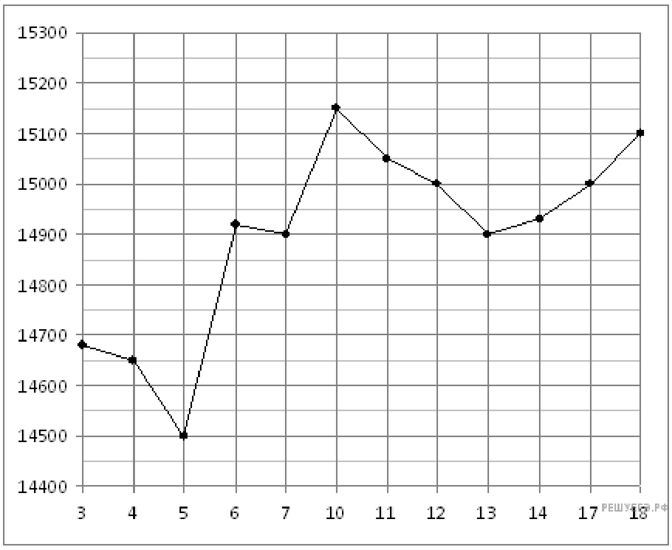


Решение.

Из графика видно, что цена серебра впервые была равна 16 рублей за грамм 29 октября (см. рис.).

Ответ: 29.

Задача 1. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов впервые за данный период стала равна 14900 долларов США за тонну.



Решение.

Из графика видно, что на момент закрытия торгов цена тонны олова впервые за данный период составила 14 900 долларов за тонну 7 сентября (см. рис.).

Ответ: 7.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены

2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.1 Функция одной переменной

Практическое занятие №2
«Анализ графиков функций»

Цель: научиться интерпретировать и использовать графики для анализа данных**,** применять теоретические знания к решению прикладных задач.

Выполнив работу, Вы будете:

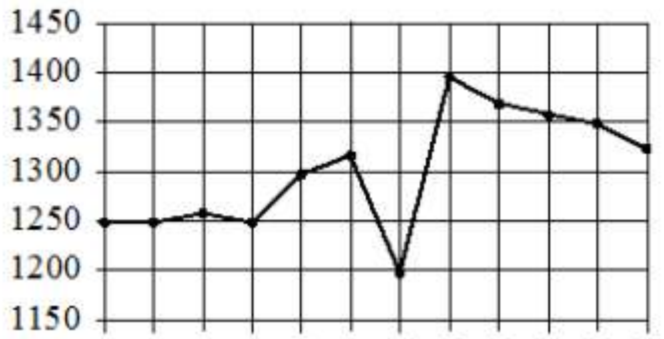
уметь:

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

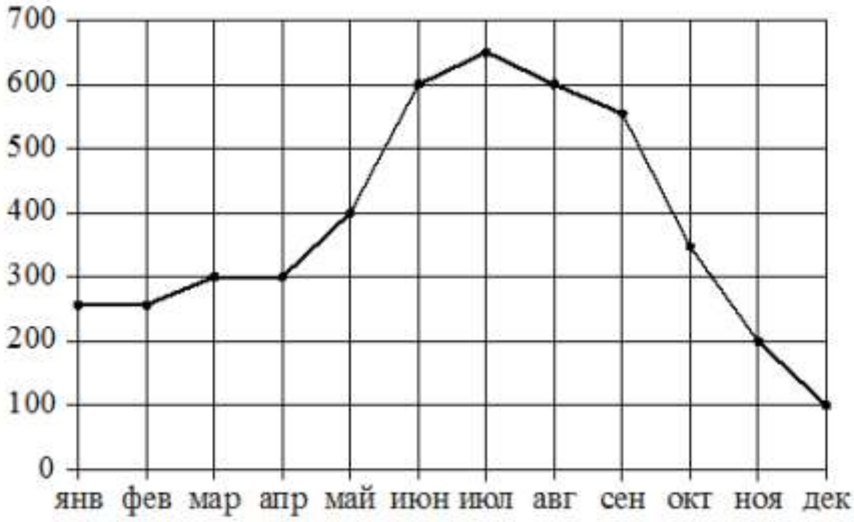
1. На рисунке показана цена акции компании на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни в период с 1 по 18 сентября 2012 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена акции в рублях за штуку. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику изменения цены акции в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 1–5 сентября	1) цена акции не превосходила 1300 рублей за штуку
Б) 6–8 сентября	2) цена достигла максимума за весь период с 1 по 18 сентября
В) 11–13 сентября	3) цена акции ежедневно росла
Г) 14–18 сентября	4) цена акции не опускалась ниже 1300 рублей за штуку

2. На рисунке точками показаны ежемесячные объёмы продаж холодильников в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество проданных холодильников. Для наглядности точки соединены линией. Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ — ХАРАКТЕРИСТИКИ

А) январь – март — 1) продажи за первый и второй месяцы периода совпадают

Б) апрель – июнь — 2) ежемесячный объём продаж достигает максимума за весь период

В) июль–сентябрь — 3) за этот период ежемесячный объём продаж увеличился на 300 холодильников

Г) октябрь – декабрь — 4) за последний месяц периода было продано меньше 200 холодильников

Порядок выполнения работы

1. Внимательно изучите текст задачи и данные на графике. Определите, что известно вам из условия задачи.
2. Проанализируйте график.
3. Произведите необходимые расчеты, используя данные из условия задачи.
4. Проверьте правильность выполнения расчетов и соответствие ответа поставленной задаче.
5.Представьте результаты решения задачи в виде ответа.
6. Проверьте ответ на корректность.

Ход работы:

На рисунке показано изменение цены акций компании на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни в период с 1 по 18 сентября 2012 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена акции в рублях за штуку. Для наглядности точки соединены линией.

Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных интервалов времени характеристику изменения цены акций.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 1–5 сентября	1) цена акции не превосходила 1300 рублей за штуку
Б) 6–8 сентября	2) цена достигла максимума за весь период
В) 11–13 сентября	3) цена акций ежедневно росла
Г) 14–18 сентября	4) цена акции не опускалась ниже 1300 рублей за штуку

Решение.

А) 1-5 сентября: из графика видно, что цена акций не превосходила 1300 рублей за штуку, следовательно, вариант 1)

Б) 6-8 сентября: из графика видно, что цена акций ежедневно росла, следовательно, вариант 3)

В) 11-13 сентября: из графика видно, что цена достигла максимума 12 сентября, следовательно, вариант 2)

Г) 14-18 сентября: из графика видно, что цена акций не опускалась ниже 1300 рублей за штуку, следовательно, вариант 4)

Ответ: 1324

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи, вычисления, рисунки и графики.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.2 Пределы и непрерывность функции

Практическое занятие № 3

Вычисление пределов

Цель: научиться вычислять пределы функций с помощью раскрытия неопределённостей.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

Найти предел функции:

1.) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$;

2) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-16}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-1}$;

4) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-25}$;

5) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+3x-10}{x^2-25}$;

6) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-9}$;

8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x^2-1}$;

9) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}$;

10) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$.

Порядок выполнения работы:
1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Повторите правила и формулы.
3.Вычислите предел.

Ход работы:
1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

Пример 1.

$$\lim_{x\to 7}(x+3)=\lim_{x\to 7}x+\lim_{x\to 7}3=7+3=10.$$

Комментарий. Здесь была использована теорема о пределе суммы.

Пример 2.

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x+2}{2x-7}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}(3x+2)}{\lim\limits_{x\to 1}(2x-7)}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}(3x)+\lim\limits_{x\to 1}2}{\lim\limits_{x\to 1}(2x)+\lim\limits_{x\to 1}(-7)}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}3\cdot\lim\limits_{x\to 1}x+2}{\lim\limits_{x\to 1}2\cdot\lim\limits_{x\to 1}x-7}==\frac{3\cdot 1+2}{2\cdot 1-7}=5/(-5)=-1.$$

Комментарий. На первом шаге была применена теорема о пределе частного, так как предел знаменателя не равен нулю. На втором шаге использовалась теорема о пределе суммы для числителя и знаменателя дроби. После была применена теорема о пределе произведения.

Пример 3.Найти предел

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}.$$

Знаменатель и числитель дроби при x стремящемся к 2 стремятся к нулю, поэтому теорема о пределе частного здесь неприменима. В таких случаях нужно попытаться упростить дробь. Имеем

$$\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=x+2.$$

Это преобразование справедливо при всех значениях x, отличных от 2, поэтому в соответствии с определением предела можем написать

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+2)=\lim_{x\to 2}x+\lim_{x\to 2}2=$$

$= 2 + 2 = 4.$

Вычисление пределов с помощью теоремы о первом замечательном пределе

Пример 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}(x)}{x} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(x)}{x}\cdot\frac{1}{\cos(x)}\right) = \lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos(x)} =$$

$$= 1\cdot\frac{1}{\lim\limits_{x\to 0}\cos(x)} = 1\cdot\frac{1}{1} = 1.$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1 Пределы и непрерывность функции

Практическое занятие № 4

Вычисление пределов. Избавление от неопределенностей.

Цель: научиться вычислять пределы функций с помощью раскрытия неопределённостей.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

Найти предел функции:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4+3x^2-1}{4x^5+2x-9}$.
2. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x-5}{3x^3-75x}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{10x}{\sin 30x}$.

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^{6x}$.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Определите вид неопределенности.
3.Преобразуйте выражение, стоящее под знаком предела, с целью избавления от неопределенности.
4.Вычислите предел.

Ход работы:

1.Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3.В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

1. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$.

Функция $f(x)=\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$ представляет собой отношение двух многочленов, обращающихся в нуль в предельной точке $x=3$. Поэтому сначала преобразуем данную функцию. Любой квадратный трехчлен можно разложить на множители с помощью формулы

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2),$$

где x_1 и x_2 –корни квадратного трехчлена.

Корнями квадратного трехчлена $3x^2-11x+6$ являются числа $\frac{2}{3}$ и 3; значит

$$3x^2-11x+6=3(x-\frac{2}{3})(x-3).$$

А корни квадратного трехчлена $2x^2-5x-3$ равны $-\frac{1}{2}$ и 3,

следовательно $2x^2-5x-3=2(x+\frac{1}{2})(x-3)$.

Возвращаясь к пределу, имеем:

$$\lim_{x\to 3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{3(x-\frac{2}{3})(x-3)}{2(x+\frac{1}{2})(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{3x-2}{2x+1}.$$

Подставим предельное значение аргумента в оставшееся выражение, получим:

$$\lim_{x\to 3}\frac{3x-2}{2x+1}=\frac{9-2}{6+1}=\frac{7}{7}=1.$$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{150x-1000}{2x^2-3x+4}$

Так как

$\lim\limits_{x\to\infty}(150x-1000)=\infty$ и $\lim\limits_{x\to\infty}(2x^2-3x+4)=\infty$,

то здесь имеет место неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$. Для ее раскрытия разделим каждое слагаемое числителя и знаменателя на x^2 (наивысшую степень x в данной дроби).

Тогда, зная, что $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$,

получим:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{150x-1000}{2x^2-3x+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{150x}{x^2}-\frac{1000}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}+\frac{4}{x^2}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{150}{x}-\frac{1000}{x^2}}{2-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}=\frac{0}{2}=0.$$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$.

Чтобы вычислить предел функции, нужно воспользоваться первым замечательным пределом $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ и соотношением $\lim\limits_{x\to a}k\cdot f(x)=k\cdot\lim\limits_{x\to a}f(x)$.

Для этого необходимо выполнить замену переменной: $\frac{x}{2}=t$, откуда $x=2t$. Учитывая, что $t\to 0$ при $x\to 0$, получаем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{2t}=\frac{1}{2}\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}.$$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{5x}$.

Преобразуем функцию $f(x)$ так, чтобы можно было применить второй замечательный предел, формулу

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e.$$

Для этого числитель и знаменатель дроби разделим на число -3, имеем $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{5x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x/(-3)}\right)^{5x}$.

Далее выполним замену переменной, полагая $-\frac{x}{3}=t$. Тогда если $x\to\infty$, то $t\to\infty$, $x=-3t$ и, следовательно,

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x/(-3)}\right)^{5x}=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{5\cdot(-3t)}=\left(\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{-15}=e^{-15}.$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 5

Дифференцирование сложных функций.

Цель: научиться находить производные сложных функций.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска;

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

Найти производные функций

1. $y = (5x^3 - 2x)^6$
2. $f(x) = 3\sin(2x - \frac{\pi}{4})$
3. $f(x) = arcsin4x + arccos^2x$
4. $f(x) = log_5(7x^4 - 5x^3 + 1)$
5. $f(x) = ln\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектом лекций, подберите нужную формулу или соответствующее условие для решения задачи.

Ход работы:

1. Определить вид функции. Ввести промежуточный аргумент.
2. Определить, какими правилами дифференцирования нужно воспользоваться. Применить соответствующее правило.
3. Используя таблицу производных, найти производные функций.
4. Раскрыть скобки и привести подобные, если это упростит запись функции

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

Найти производные функций:

1. $g(x) = (1-4x^2)^{10}$

Функция является сложной степенной. Введем промежуточный аргумент $u = 1-4x^2$. Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$

$$y' = 10(1-4x^2)^9 \cdot (1-4x^2)' = 10\,(1-4x^2)^9(-8x) = -80x(1-4x^2)^9$$

2. $f(x) = \sin\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x$

Функция представляет собой произведение двух сложных тригонометрических функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования$(U \cdot V)' = U'V + UV'$

$$f'(x) = (\sin\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x)' = (sin\frac{1}{2}x)'cos2x + sin\frac{1}{2}x(cos2x)'$$

Введем промежуточный аргумент : для первой функции $u = \frac{1}{2}x$, для второй функции $u = 2x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:

$$(\sin u)' = cosu \cdot u', (cosu)' = -\sin u\, u'.$$

$$f'(x) = (\sin\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x)' = (sin\frac{1}{2}x)'cos2x + sin\frac{1}{2}x(cos2x)'$$
$$= cos\frac{1}{2}x \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)' \cdot cos2x + sin\frac{1}{2}x \cdot (-sin2x) \cdot (2x)' = \frac{1}{2}cos\frac{1}{2}x \cdot cos2x - 2sin\frac{1}{2}x \cdot sin2x.$$

3. $y = \frac{2^{3x+5x^2}}{log_2(3+10x)}$

Функция представляет собой частное двух сложных функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V-UV'}{V^2}$

$$y' = \frac{(2^{3x+5x^2})' \cdot \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot (\log_2(3+10x))'}{(\log_2(3+10x))^2}$$

Введем промежуточный аргумент : для первой функции $u = 3x+5x^2$, для второй функции $u = 3+10x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:

$(a^u)' = a^u lna \cdot u', (\log_a u)' = \frac{1}{ulna} \cdot u'$.

$$y' = \frac{(2^{3x+5x^2})' \cdot \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot (\log_2(3+10x))'}{(\log_2(3+10x))^2}$$
$$= \frac{2^{3x+5x^2} ln2\,(3x+5x^2)' \log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot \frac{1}{(3+10x)ln2}(3+10x)'}{(\log_2(3+10x))^2}$$
$$= \frac{2^{3x+5x^2} ln2(3+10x)\log_2(3+10x) - 2^{3x+5x^2} \cdot \frac{10}{(3+10x)ln2}}{(\log_2(3+10x))^2}$$

4. $f(x) = arcsin\frac{3}{5}x + arccos5x$

Функция представляет собой сумму двух сложных обратных тригонометрических функций. Поэтому сначала воспользуемся правилом дифференцирования$(U+V)' = U' + V'$.

$$f'(x) = \left(arcsin\frac{3}{5}x\right)' + (arccos5x)'$$

Введем промежуточный аргумент : для первой функции $u = \frac{3}{5}x$, для второй функции $u = 5x$.

При дифференцировании используем следующие формулы:

$$(arcsinu)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}\ ;(arccosu)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$f'(x) = \left(arcsin\frac{3}{5}x\right)' + (arccos5x)' = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{3}{5}x)^2}}\left(\frac{3}{5}x\right)' - \frac{1}{\sqrt{1-(5x)^2}}(5x)' = \frac{3}{5\sqrt{1-\frac{9}{25x^2}}} - \frac{5}{\sqrt{1-25x^2}}$$

5.$f(x) = arccos\sqrt{1-e^{2x}}$

Функция является сложной обратной тригонометрической. Введем промежуточный аргумент $u = \sqrt{1-e^{2x}}$. Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой $(arccosu)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.

$$f'(x) = \left(arccos\sqrt{1-e^{2x}}\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-e^{2x})}} \cdot (\sqrt{1-e^{2x}})'$$

Промежуточный аргумент является также сложной функцией. Введем и для него новый промежуточный аргумент

$$u = 1 - e^{2x}$$

Для дифференцирования нужно воспользоваться формулой

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}.$$

$f'(x) = \left(arccos\sqrt{1-e^{2x}}\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-(1-e^{2x})}} \cdot \left(\sqrt{1-e^{2x}}\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-1+e^{2x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-e^{2x}}} \cdot (1-e^{2x})' = -\frac{1}{e^x}\frac{1}{2\sqrt{1-e^{2x}}}(-2e^x) = \frac{1}{\sqrt{1-e^{2x}}}.$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Производная функции и ее применение

Практическое занятие № 6

Исследование функций на монотонность, экстремумы, выпуклость - вогнутость, перегиб.

Цель: научиться исследовать функции на монотонность, экстремумы, выпуклость-вогнутость, перегиб и строить графики функций.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска;

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

Исследовать функцию по общей схеме и построить ее график:

1. $f(x) = 5x^3 - 3x^5$.
2. $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектом лекций, подберите нужную формулу или соответствующее условие для решения задачи.

Ход работы:

1. Провести анализ заданной функции по общей схеме.
2. Построить график функции.

Исследовать функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2}{2(x-1)}.$$

1. Область определения функции $D(y): (-\infty;1) \cup (1;+\infty)$.

2. При подстановке значения $x = 0$ получим $y(0) = \frac{0}{2(0-1)} = 0$.

Такую же точку получим если приравняем функцию к нулю. Точка $x = 0$ - единственная точка пересечения с осями координат.

3. Проверяем функцию на четность

$$y(-x) = \frac{(-x)^2}{2(-x-1)} = -\frac{x^2}{2(x+1)};$$

$$y(-x) \neq y(x), \quad y(-x) \neq -y(x).$$

Итак функция ни четная, ни нечетная, непериодическая.

4. Для отыскания интервалов монотонности вычисляем первую производную функции $y' = \frac{2x\cdot(x-1)-x^2}{2(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{2(x-1)^2}$.

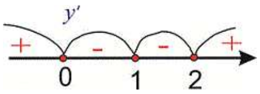
Приравнивая ее к нулю получим точки подозрительные на экстремум $x = 0, x = 2$. Они разбивают область определения на следующие интервалы монотонности $(-\infty;0) \cup (0;1) \cup (1;2) \cup (2;+\infty)$.

Исследуем поведение производной слева и справа от найденных точек разбиения

$$y'(-1) = \frac{-1(-1-2)}{2(-1-1)^2} = \frac{1}{4} > 0; \ y'(0,5) = \frac{0,5(0,5-2)}{2(0,5-1)^2} = -1,5 < 0;$$

$$y'(1,5) = \frac{1,5(1,5-2)}{2(1,5-1)^2} = -1,5 < 0; \ y'(3) = \frac{3(3-2)}{2(3-1)^2} = \frac{3}{8} > 0.$$

Графически интервалы монотонности будут иметь вид



Исследуемая функция возрастает на интервалах $(-\infty;0),(2;+\infty)$ и убывает $(0;1),(1;2)$.

Точка $x=0$ – точка локального максимума, $x=2$ – локального минимума. Найдем значение функции $y_{max}=0,\ y_{min}=\dfrac{2^2}{2(2-1)}=2.$

5. Для отыскания интервалов выпуклости найдем вторую производную

$$y''=\frac{(2x-2)(x-1)^2-2x(x-2)(x-1)}{2(x-1)^4}=\frac{1}{(x-1)^3}.$$

Таких интервалов нет, поскольку вторая производная не принимает нулевых значений в области определения.

6. Точка $x=1$ – вертикальная асимптота функции. Уравнение наклонной асимптоты имеет вид $y=kx+b$.

Находим нужные границы

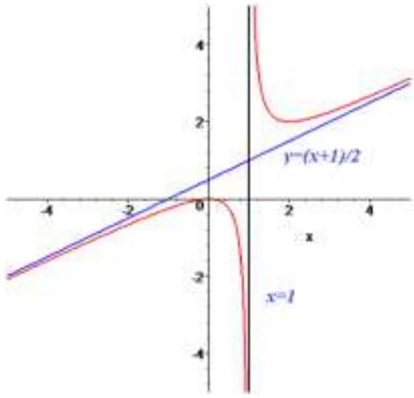
$$k=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{2x(x-1)}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{2x^2\left(1-\frac{1}{x}\right)}=\frac{1}{2};$$

$$b=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2}{2(x-1)}-\frac{1}{2}x\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-x(x-1)}{2(x-1)}==\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{2(x-1)}=\frac{1}{2}.$$

Конечный вид прямой следующий

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}.$$

7. На основе проведенного анализа выполняем построение графика функции. Для этого сначала строим вертикальные и наклонные асимптоты, затем находим значение функции в нескольких точках и по них проводим построение.



Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Производная функции и ее применение

Практическое занятие №7

Использование производной функции в экономике. Экономический смысл производной

Цель: научиться решать экономические задачи с применением дифференциального исчисления.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Вычислить производительность труда во время первых 2 часов работы, если объем продукции у в течение рабочего дня представлен функцией $y = -t^3 - 5t^2 + 75t + 425$, t– время, ч.
2. Цементный завод производит X тонн цемента в день. По договору н должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 тонн цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск не может превышать 90 тонн в день.

Определить:

1) при каком объёме производства удельные затраты производства будут наибольшими (наименьшими);

2) выгодно ли строительной фирме быть единственным партнёром завода.

Функция суммарных затрат имеет вид: $K(x) = -x^3 + 98x^2 + 200x$.

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать задачу и определить алгоритм ее решения.
2. Применить алгоритм решения с использованием формул дифференциального исчисления для решения задачи.
3. Записать ответ.

Ход работы:

1. Вычислить производительность труда во время каждого часа работы, при условии, что объем продукции у в течение рабочего дня представлен функцией $y = -2t^3 + 10t^2 + 50t - 16$, *t*– время, ч.

Решение:

1) Найдем производную $y'(t) = -6t^2 + 20t + 50$

2) Найдем значение производной в течение каждого часа.

$t=1 \quad y'(t) = -6*1^2 + 20*1 + 50 = 64$

$t=2 \quad y'(t) = -6*2^2 + 20*2 + 50 = 66$

$t=3 \quad y'(t) = -6*3^2 + 20*3 + 50 = 56$

$t=4 \quad y'(t) = -6*4^2 + 20*4 + 50 = 34$

$t=5 \quad y'(t) = -6*5^2 + 20*5 + 50 = 0$

Из результатов мы видим, что после второго часа работы производительность работы начинает падать. Такой результат является следствием усталости, ухудшением условий в помещении и много других факторов влияющих на производительность труда. Хочу обратить ваше внимание, на то, что недостаточно просто найти результат, главное правильно сделать выводы.

2. Пусть функция затрат при производстве апатитового концентрата имеет вид:

$$K(x) = 2x + \sqrt{x-1}.$$

Определить предельные издержки производства при увеличении объёма выпуска на $x_1 = 2$ ед. и на $x_2 = 10$ ед.

Решение:

1) Предельные издержки это рост затрат при увеличении объёма производства на 2 ед. и на 10 ед.

2) Но предельные издержки это ещё и значение производной функции в точке.

3) $K'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

4) $K'(2) = 2{,}5 \qquad K'(10) = 2\frac{1}{6} \approx 2{,}17$

5) предельные издержки производства составляют 2,5 ден.ед. при росте объёма производства на 2 ед. и 2,17 при росте объёмов производства на 10 ед.

Выгодно ли данному предприятию наращивать производство, если уровень затрат не изменится?

С ростом производства затраты на каждую следующую единицу продукции уменьшаются, следовательно, в данном случае увеличивать объём производства выгодно.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.3 Производная функции и ее применение

Практическое занятие №8

Применение производной при решении экономических задач

Цель: Научиться применять производную при решении экономических задач

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;

- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска.

Материальное обеспечение: Индивидуальные задания, таблица производных, конспекты лекций.

Задание:

1. Пусть функция затрат при производстве апатитового концентрата имеет вид:

$$K(x) = 4x + \sqrt{x+4}.$$

Определить предельные издержки производства при увеличении объёма выпуска на $x_1 = 5$ ед. и на $x_2 = 12$ ед.

2. Предприятие производит *X* единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накопления предприятия от объема выпуска выражается формулой $f(x)=-3x^3+900x-500$. Исследовать потенциал предприятия.

Порядок выполнения работы:

1. Находим критические точки функции.
2. Проверяем, какие из найденных критических точек лежат внутри заданного отрезка.
3. Находим значения функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые попадают в этот отрезок.
4. Из всех полученных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее.

Ход работы:

Задача 1. Пусть функция затрат при производстве апатитового концентрата имеет вид:

$$K(x) = 2x + \sqrt{x-1}.$$

Определить предельные издержки производства при увеличении объёма выпуска на $x_1 = 2$ ед. и на $x_2 = 10$ ед.

Решение.

6) Предельные издержки это рост затрат при увеличении объёма производства на 2 ед. и на 10 ед.
7) Но предельные издержки это ещё и значение производной функции в точке.
8) $K'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$
9) $K'(2) = 2{,}5 \qquad K'(10) = 2\frac{1}{6} \approx 2{,}17$
10) предельные издержки производства составляют 2,5 ден.ед. при росте объёма производства на 2 ед. и 2,17 при росте объёмов производства на 10 ед.

Выгодно ли данному предприятию наращивать производство, если уровень затрат не изменится?

С ростом производства затраты на каждую следующую единицу продукции уменьшаются, следовательно, в данном случае увеличивать объём производства выгодно.

Задача 2. Предприятие производит *X* единиц некоторой однородной продукции в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накопления предприятия от объема выпуска выражается формулой $f(x)=-2x^3+600x-1000$. Исследовать потенциал предприятия.

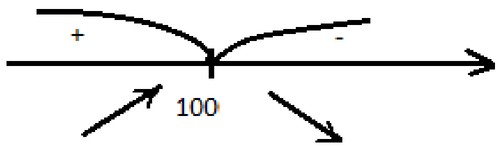
Решение. Функция исследуется с помощью производной.

1) Найдем производную: $y' = -6x^2+600.$
2) Найдем критические точки:

$-6x^2+600=0$

$x=100$ - критическая точка функции.

3)



Получаем, что при $X=100$ функция достигает максимума.

4) $f(100)=39000$

Вывод: финансовые накопления предприятия растут с увеличением объема производства до 100 единиц, при x =100 они достигают максимума и объем накопления равен 39000 денежных единиц. Дальнейший рост производства приводит к сокращению финансовых накоплений.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.4 Неопределённый интеграл

Практическое занятие № 9

«Вычисление неопределенных интегралов»

Цель: научиться интегрировать функции, используя различные методы интегрирования.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Найти неопределенные интегралы, используя метод замены переменной:
   а) $\int\frac{dx}{e^{2x-1}}$; б) $\int\frac{dx}{(4x+3)^5}$; в) $\int\frac{dx}{\sqrt{2-x}}$; г) $\int\sqrt[5]{3x+2}dx$.
2. Найти неопределенные интегралы, используя метод интегрирования по частям:
   а) $\int xe^{5x}dx$; б) $\int\ln(1-x)dx$; в) $\int x\sin 3x dx$.

Порядок выполнения работы:

1. Записать задание и определить, каким из методов интегрирования необходимо воспользоваться.

2. Если интеграл можно найти методом подстановки, то ввести новую переменную, найти ее дифференциал. После введения новой переменной заданный интеграл приводится к новому интегралу, который является табличным.

3. Если интеграл нельзя найти вышеуказанным способом, то применить формулу интегрирования по частям $\int UdV = UV - \int VdU$

Ход работы:

1.Прочитать материал конспекта лекций;

2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.

3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

1. Найти интегралы:

1)$\int \frac{15x^2dx}{(1-x^3)^4}$

Этот интеграл можно найти с помощью метода подстановки. Введем новую переменную.

$$\int \frac{15x^2dx}{(1-x^3)^4} = \begin{bmatrix} 1-x^3 = t \\ d(1-x^3) = dt \\ -3x^2dx = dt \\ x^2dx = -\dfrac{dt}{3} \end{bmatrix} = \int \frac{15dt}{-3t^4} = -5\int t^{-4}dt = -5\frac{t^{-3}}{-3} + C = \frac{5}{3t^3} + C = \frac{5}{3(1-x^3)^3} + C$$

2. $\int (x^3 - 4x)lnx \cdot dx$

Этот интеграл можно найти с помощью метода интегрирования по частям, он относится ко второму виду, поэтому $U = lnx,\ dV = (x^3 - 4x)dx.$

$$dU = \frac{1}{x}dx, \qquad V = \int (x^3 - 4x)dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2$$

Используя формулу интегрирования по частям, получаем

$$\int (x^3 - 4x)lnx \cdot dx = lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \int \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right)\frac{1}{x}dx =$$

$$lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \int \left(\frac{x^3}{4} - 2x\right)dx = lnx\left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right) - \frac{x^4}{16} + x^2 + C$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.5 Определённый интеграл

Практическое занятие № 10

Вычисление площадей плоских фигур

Цель: формирование умений применять интегрирование для решения задач геометрии.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска.

Материальное обеспечение:
рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:
1. Найти площади плоских фигур, ограниченных линиями:

a) $y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = 1, x = 4;$
b) $y = \ln x, y = 0,\ x = 1, x = e;$
c) $y^2 = x^3; x = 4.$

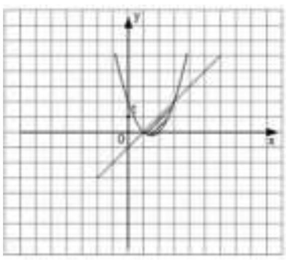
Порядок выполнения работы:
1. Прочитать задачу и определить способ ее решения.
2. Применить формулу интегрального исчисления для решения задачи.
3. Записать ответ.

Ход работы:
1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

Пример 1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 - 3x + 2$ и $y = x - 1$.

Площадь фигуры, ограниченной непрерывными кривыми $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$ и прямыми $x = a$ и $x = b$, где $f_1(x) \geq f_2(x)$ на данном отрезке, находится по формуле $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$.



Найдем пределы интегрирования - точки пересечения графиков функций, для этого приравняем правые части исходных функций и решим получившееся уравнение $x^2-3x+2=x-1$. Корнями этого уравнения являются числа $x=1$ и $x=3$, следовательно, они и являются пределами интегрирования. Значит, площадь фигуры равна:

$$S=\int_1^3((x-1)-(x^2-3x+2))dx=\int_1^3(4x-x^2-3)dx=$$
$$=(2x^2-\frac{x^3}{3}-3x)\Big|_1^3=18-9-9-(2-\frac{1}{3}-3)=$$
$$=-2+\frac{1}{3}+3=1\frac{1}{3}.$$

Получили, что площадь фигуры равна $1\frac{1}{3}$ (кв. ед.)

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.5 Определённый интеграл

Практическое занятие №11

Применение интеграла при решении экономических задач

Цель: научиться решать экономические задачи с применением интегрального исчисления.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Вычислить запас продукции K на складе, какой образуется за рабочий день, если поступление продукции описывается функцией $f(t) = 2t^2 + t + 2$ (рабочий день составляет 4 часов).

2. Задана функция предельных издержек $f(x)=x^2+2x+70$. Найти функцию издержек

*F=F(x)*и вычислить издержки на изготовление 10 единиц товара.

3. Определить объем продукции, произведенной рабочим, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = -2t^2 + 10t$. Определить выработку рабочего:а) за весь рабочий день;б) за в час работы;в) за последний час работы, если продолжительность рабочего дня 8 часов; г) провести экономический анализ задачи.

Порядок выполнения работы:

Ход работы:

1. Вычислить запас продукции K на складе, какой образуется за рабочий день, если поступление продукции описывается функцией $f(t) = 3t^2 + 2t + 3$ (рабочий день составляет 7 часов).

Решение.

$K = \int_0^7 (3t^2 + 2t + 3)\,dt = (t^3 + t^2 + 3t)\Big|_0^7 = 7^3 + 7^2 + 3 * 7 = 413$ единиц товара.

2. Задана функция предельных издержек $f(x) = 2x^2 - 2x + 90$. Найти функцию издержек *F=F(x)*и вычислить издержки на изготовление 15 единиц товара.

Решение:

При помощи интегрирования находим издержки на изготовление 15 единиц товара

$$\int_0^{15} (2x^2 - 2x + 90)dx = (\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 90x)\Big|_0^{15} = 3375 \text{у. е.}$$

Функция издержек:

$$F(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + 90x + C$$

3. Определить объем продукции, произведенной рабочим, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = -3t^2 + 18t$. Определить выработку рабочего:а) за весь рабочий день;б) за третий час работы;в) за последний час работы, если продолжительность рабочего дня 6 часов;г) провести экономический анализ задачи.

Решение: Если непрерывная функция *f(t)* характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени t, то объем продукции, произведенной рабочим за промежуток времени от t_1 до t_2 будет выражаться формулой: $V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$. В нашем случае $f(t) = -3t^2 + 18t$

Найдем общую выработку рабочего за весь день (6 часов)

$$Q = \int_0^T f(t)dt = \int_0^6 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)\Big|_0^6 = 108\ (у.е.).$$

Определим выработку рабочего за третий час работы

$$Q = \int_2^3 f(t)dt = \int_2^3 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)\Big|_2^3 = 26\ (у.е.)$$

Определим выработку рабочего за последний час работы

$$Q = \int_5^6 f(t)dt = \int_5^6 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)\Big|_5^6 = 8\ (у.е.)$$

Вероятно, работа утомительна и требует большого напряжения, поэтому к концу дня падает производительность труда.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 1.5 Определённый интеграл

Практическое занятие №12

Применение интеграла при решении экономических задач

Цель: научиться решать экономические задачи с применением интегрального исчисления.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- оценивать практическую значимость результатов поиска.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Найти среднее время, затраченное на освоение одного изделия в период освоения от x_1=40 до x_2=80 изделий, если функция изменения затрат времени $t(x)=110x^{-1/2}$ ч.

2. Определить дисконтированный доход за четыре года при процентной ставке 12 %, если первоначальное капиталовложение составило 10 млн. руб. и намечается ежегодно капитал увеличивать на 1 млн. руб.

Порядок выполнения работы:

1) Записать формулу, используя определенный интеграл $V=\int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$

2) Вычислить определенный интеграл

Ход работы:

Пусть известна функция $t=f(x)$, описывающая изменение затрат времени t на изготовления изделия, в зависимости от степени освоения производства, где x - порядковый номер изделия в партии. Тогда среднее время t_{cp}, затраченное на изготовление одного изделия в период от x_1 до x_2 изделий вычисляется по теореме о среднем:

$$t_{\text{ср}}=\frac{1}{x_1-x_2}\int_{x_1}^{x_2} t(x)dx\ .$$

Функция изменения затрат времени на изготовление изделий $t=f(x)$ часто имеет вид: $t=ax^{-b}$, где a – затраты времени на первое изделие, b – показатель производственного процесса.

Задача 1. Найти среднее время, затраченное на освоение одного изделия в период освоения от x_1=50 до x_2=75 изделий, если функция изменения затрат времени
$t(x)=100x^{-1/2}$ ч.

Решение.
$t_{\text{ср}} = \frac{1}{75-50}\int_{50}^{75} 10x^{-1/2}dx = \frac{100}{25}\int_{50}^{75} x^{-1/2}dx = 8x^{1/2}\Big|_{50}^{75} \approx 12{,}7$ ч.

Ценность денежных средств изменяется со временем. 100 рублей, полученные через пять лет, имеют иную (в большинстве случаев, меньшую) ценность, чем 100 рублей, которые имеются в наличии сегодня. Имеющиеся в наличии денежные средства можно инвестировать в банковский депозит или любой другой инвестиционный инструмент, что обеспечит процентный доход. То есть 100 руб. сегодня, дают 100 руб. плюс процентный доход через пять лет. Определение начальной суммы по ее конечной величине, полученной через время t лет при годовом удельном проценте p, называется дисконтированием.

Дисконтированная стоимость денежного потока через T лет при непрерывных процентах:

$$K = \int_0^T f(t)e^{-pt}dt,$$

где *K*- дисконтированная стоимость денежного потока;
f(t) - функция, задающая денежный поток в любой момент времени;
p-процентная ставка;
t-дисконтированный момент времени;

Задача 2. Определить дисконтированный доход за четыре года при процентной ставке 10 %, если первоначальное капиталовложение составило 10 млн. руб. и намечается ежегодно капитал увеличивать на 5 млн. руб.

Решение. Составим функцию, задающую денежный поток *f(t)=10+5t.* Тогда дисконтированная сумма капиталовложения вычисляется:

$$K = \int_0^4 (10+5t)e^{-0.1t}dt = \begin{vmatrix} u = 10+5t & dv = e^{-0.1t} \\ du = 5dt & v = -10e^{-0.1t} \end{vmatrix} =$$

$$= -10(10+5t)e^{-0.1t}\Big|_0^4 + 50\int_0^4 e^{-0.1t}dt = -300\,e^{-0.4} + 100 - 500e^{-0.1t}\Big|_0^4 =$$

$$= -800e^{-0.4} + 600 \approx -536{,}9 + 600 = 63{,}1 \text{ млн.руб}$$

Это означает, что для получения одинаково наращенной суммы через 4 года ежегодные капиталовложения от 10 до 30 млн. руб. равны одновременным первоначальным вложениям 63,1 млн. руб. при той же исчисляемой непрерывной процентной ставке.

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Матрицы и определители

Практическое занятие №13

Действия над матрицами

Цель: научиться выполнять действия над матрицами.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:
рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:
1. Даны матрицы
$A=\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$,
найти $2A-B=$.

2.Данымматрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $A\times B-B\times A$.

3. Вычислите матрицу $X = 2CB + 3A^T$, если
$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, B= $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Порядок выполнения работы:
1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Пользуясь конспектом лекций, подберите нужную формулу или соответствующее условие для решения задачи.

Ход работы:
1. Повторите правила и формулы.
2. Определите порядок действия в задании.
3. Для каждого действия примените соответствующую формулу.
4. Оформите решение.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

1. Дано уравнение $A+X=B$. Здесь $A=\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$, Найти X.

Если $A + X=B$, то $X=B - A$. Каждый элемент разности двух матриц B и A равен разности соответствующих элементов данных матриц B и A. Тогда

$$X=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -6 & 7 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

2. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $B\times A-A\times B$.

Пусть $C = A \times B$. Тогда элемент c_{ij} матрицы C равен сумме произведений элементов i-ой строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B

$(c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot b_{kj})$.

$$B \times A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1\cdot 2 + 2\cdot(-1) & 1\cdot(-3) + 2\cdot 1 \\ 0\cdot 2 + 1\cdot(-1) & 0\cdot(-3) + 1\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Аналогично имеем:

$$A \times B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 1 + (-3)\cdot 0 & 2\cdot 2 + (-3)\cdot 1 \\ -1\cdot 1 + 1\cdot 0 & -1\cdot 2 + 1\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Тогда матрица

$$B \times A - A \times B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0-2 & -1-1 \\ -1-(-1) & 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислите матрицу $X = 2CB + 3A^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \; C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение:

Выполним задание по действиям:

1) $2xC = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

2) $2CB = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 4\cdot 2 + 2(-1) & 4\cdot(-1) + 2\cdot 2 & 4\cdot 2 + 2\cdot 0 \\ 0\cdot 2 + (-6)\cdot(-1) & 0\cdot(-1) + (-6)\cdot 2 & 0\cdot 2 + (-6)\cdot 0 \\ 6\cdot 2 + 4\cdot(-1) & 6\cdot(-1) + 4\cdot 2 & 6\cdot 2 + 4\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 6 & -12 & 0 \\ 8 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

Найдем матрицу, транспонированную к А:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3\,A^T = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Тогда, $2CB + 3A^T = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 6 & -12 & 0 \\ 8 & 2 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ -6 & -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 11 \\ 6 & -9 & 3 \\ 2 & -1 & 12 \end{pmatrix}$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.1 Матрицы и определители

Практическое занятие №14

Вычисление определителей.

Цель: научиться вычислять определители.

Выполнив работу, Вы будете:
уметь:
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:
рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Известно, что определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 4 & -3x \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$ равен шести. Найти значение x.

2. Найти значение определителя третьего порядка $\begin{vmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & -4 & -1 \end{vmatrix}$.

Порядок выполнения работы:
1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Определите порядок определителя.
3.Для вычисления определителя примените соответствующую формулу.

Ход работы:
1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

1.Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$.

Определитель равен

$$\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = (-2)\cdot 7 - 5\cdot(-4) = -14 + 20 = 6.$$

2. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$.

Тогда

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix} = 3\cdot 7\cdot 8 + 8\cdot(-1)\cdot(-5) + 4\cdot(-2)\cdot 2 -$$

$$-2\cdot 7\cdot(-5) - (-1)\cdot(-2)\cdot 3 - 8\cdot 4\cdot 8 = 168 + 40 - 16 + 70 - 6 - 256 = 0.$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.2 Системы линейных уравнений

Практическое занятие № 15

Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Цель: научиться решать системы линейных уравнений методом Крамера.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 9x + 2y = 8, \\ 4x + y = 3 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x + y + z = 2 \\ x + 3y + z = 2 \\ x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

Порядок выполнения работы

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.
2. Определите порядок определителя.
3.Для вычисления определителя примените соответствующую формулу.

Ход работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

1. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ -x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

Решение

Найдем определитель матрицы Δ:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) = 2$$

Теперь заменим первый столбец свободными членами системы:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot (0) = 2$$

Найдем значение x_1:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1$$

Заменим второй столбец и то же самое проделаем для x_2:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) = 2$$

Найдем значение x_2:

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2}{2} = 1$$

Ответ: $x_1 = x_2 = 1$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Решение

Здесь видим матрицу 3x3, следовательно определитель матрицы находим методом треугольников:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\cdot2\cdot1+(-1)\cdot3\cdot3+2\cdot1\cdot1-1\cdot(-1)\cdot1-1\cdot3\cdot2-3\cdot2\cdot2 = 4-9+2+1-6-12$$

=-20

Определитель не равен 0, а значит, можем продолжать решение.

Замени первый столбец матрицы на свободные члены и найдем её определитель для x_1:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)\cdot2\cdot1+(-1)\cdot3\cdot2+2\cdot1\cdot1-1\cdot(-1)\cdot1-1\cdot3\cdot(-1)-2\cdot2\cdot2 =$$

=10

Таким образом, определим значение x_1:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{10}{-20} = -\frac{1}{2}$$

Таким же способом получим определитель матрицы для x_2, заменив на свободные члены второй столбец:

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2\cdot1\cdot1+(-1)\cdot3\cdot3+2\cdot2\cdot1-1\cdot(-1)\cdot1-2\cdot3\cdot2-3\cdot1\cdot2 = 2-9+4+1-12-6$$

=20

Найдем значение x_2:

$$x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{20}{-20} = 1$$

Также заменим на свободные члены значения третьего столбца и получим определитель матрицы для x_3:

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2\cdot2\cdot2+(-1)\cdot1\cdot3+(-1)\cdot1\cdot1-2\cdot(-1)\cdot1-1\cdot1\cdot2-3\cdot2\cdot(-1) =$$

=10

Найдем значение x_3:

$$x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{10}{-20} = -\frac{1}{2}$$

Ответ: $x_1=-1/2$, $x_2=1$, $x_3=-1/2$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.2 Системы линейных уравнений

Практическое занятие № 16

Решение систем линейных уравнений матричным способом.

Цель: научиться приводить матрицу к ступенчатому виду, решать систему линейных уравнений матричным способом.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Найти решение СЛАУ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$ матричным методом.

2. Решить систему : $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 27 \\ 3x_1 + 14x_2 + 12x_3 = 11 \\ 5x_1 + 25x_2 + 16x_3 = 3 \end{cases}$ матричным методом.

Порядок выполнения работы:

1. Внимательно ознакомьтесь с условием задания.

2. Пользуясь конспектом лекций, подберите нужную формулу или соответствующее условие для решения задачи.

Ход работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций.

2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.

3.В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

Решить с помощью обратной матрицы систему $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

Решение:

Запишем данную систему в матричной форме:

$AX = B,$

где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ - матрица системы, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ - столбец неизвестных, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ - столбец правых частей. Тогда

$X = A^{-1}B$

Найдем обратную матрицу A^{-1} к матрице A с помощью союзной матрицы:

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot \widetilde{A}^T$

Здесь $\Delta = |A|$ - определитель матрицы A; матрица $\widetilde{A}$ - союзная матрица, она получена из исходной матрицы A заменой ее элементов их алгебраическими дополнениями. Найдем $\widetilde{A}$, для этого вычислим алгебраические дополнения к элементам матрицы A:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -2 \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 2 \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -3$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 5$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3$$

Таким образом,

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Определитель матрицы A

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 0 \cdot 3 -$$

$$-3 \cdot (-1) \cdot 1 - (-1) \cdot 0 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot 2 = -4 \neq 0$$

А тогда

$$\widetilde{A} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

Отсюда искомая матрица

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 2.2 Системы линейных уравнений

Практическое занятие № 17

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Цель: научиться приводить матрицу к ступенчатому виду, решать систему линейных уравнений методом Гаусса.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1.Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

2. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0; \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3; \\ x_1 - x_2 - x_3 = -4. \end{cases}$$

Порядок выполнения работы:

1. Прочитать материал конспекта лекций;
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

На основании изложенного материала рассмотрим примеры решения задач.

1) Решить систему методом Гаусса: $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 27 \\ 3x_1 + 14x_2 + 12x_3 = 11 \\ 5x_1 + 25x_2 + 16x_3 = 3 \end{cases}$

Для заданной системы уравнений запишем расширенную матрицу и, выполняя элементарные преобразования, приведем ее к диагональному виду.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & 13 & 27 \\ 3 & 14 & 12 & 11 \\ 5 & 25 & 16 & 3 \end{array}\right)$$

Умножим 1-ую строку на (-2)и прибавим полученную строку ко 2-ой и 3-ей, получим матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & 13 & 27 \\ -1 & 0 & -14 & -43 \\ 1 & 11 & -10 & -51 \end{array}\right)$$

Поменяем местами 1-ую строку со 2-ой, 2-ую с 3-ей, получим матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & -14 & -48 \\ 1 & 11 & -10 & -51 \\ 2 & 7 & 13 & 27 \end{array}\right)$$

Умножим 1-ую строку на (1) и прибавим полученную ко 2-ой, затем 1-ую умножим на (2) и прибавим полученную к 3-ей, получим $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & 43 \\ 0 & 11 & -24 & -94 \\ 0 & 7 & -15 & -59 \end{array}\right)$

Умножим 2-ую строку на (-7),а 3-ью на (11) и прибавим полученную 2-ую строку к 3-ьей, получим $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & 43 \\ 0 & 11 & -24 & -94 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$

Умножим 3-ью строку на(8) и полученную прибавим ко 2-ой, получим матрицу

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 14 & 43 \\ 0 & 11 & 0 & -22 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

Разделим 3-ью строку на 3, затем умножим полученную на (-14) и прибавим к 1-ой, получим матрицу $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$E , которая соответствует системе уравнений $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$

Ответ: X = $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему четырех линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 = 1; \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0; \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 0; \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

Решение.

Выпишем расширенную матрицу для данной системы

$$\tilde{A} = \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -3 & 2 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 3 \end{array}\right].$$

Сведем ее к треугольному виду с помощью элементарных преобразований.

1.Поменяем местами первый и второй строки.

2. Добавим к элементам второго, третьего и четвертого строк элементы первой строки, умноженные соответственно на $-5;-3;-4.$

3. Поменяем местами второй и третий строки. Добавим к элементам третьего и четвертого строк элементы второй строки, умноженные соответственно на $4;1.$

4. От четвертого уравнения умноженного на 11 вычитаем третье уравнение умноженное на $-3.$

$$\tilde{A} = \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -3 & 2 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 3 \end{array}\right] \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -8 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 3 \end{array}\right] \overset{(2)}{\Leftrightarrow}$$

$$\overset{(2)}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -8 & -3 & -13 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -3 & 3 \end{array}\right] \overset{(3)}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -9 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & -2 & 3 \end{array}\right] \overset{(4)}{\Leftrightarrow} \overset{(4)}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 30 \end{array}\right].$$

Такой расширенной матрицы соответствует следующая система уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0; \\ \quad 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0; \\ \quad\quad -11x_3 - 9x_4 = 1; \\ \quad\quad\quad\quad 5x_4 = 30. \end{cases}$$

С четвертого уравнения находим $x_4 = 30/5 = 6$ и подставляем в третье уравнение

$-11x_3 = 1 + 9x_4 = 1 + 9 \cdot 6 = 55 \rightarrow x_3 = -55/11 = -5.$

Найденные значения подставляем во второе уравнение

$2x_2 = 2x_3 - x_4 = 2 \cdot (-5) - 6 = -16 \rightarrow x_2 = -16/2 = 8.$

Из первого уравнения находим первую неизвестную

$x_1 = -x_2 - x_3 - x_4 = 8 + 5 - 6 = 7.$

Система полностью решена и $x_1 = 7; x_2 = -8; x_3 = -5; x_4 = 6$ – ее решение.

Форма представления результата: выполненное задание.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.1 Основные понятия теории вероятности и комбинаторики

Практическое занятие № 18

Применение теории вероятности при решении экономических задач

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Пусть финансовый аналитик предполагает, что если ставка процента упадет за определенный период, то вероятность, что рынок акций будет расти в это же время, равна 0,6. Аналитик также считает, что ставка процента может упасть в этот же период с вероятностью 0,1. Используя данную информацию, определите вероятность того, что рынок акций будет развиваться, а ставка процента падать в течение данного периода?
2. Две организации производят одинаковую продукцию. Вероятность того, что АО «Гидравлик» выйдет на мировой рынок, равна 0,5, а вероятность выхода на мировой уровень ПАО «Энергопром» равен 0.7. Найти вероятность того, что только одна организация выйдет на мировой рынок.
3. Экономист полагает, что вероятность роста стоимости акций некоторой компании в следующем году будет равна 0,85, если экономика страны будет на подъеме; и эта же вероятность будет равна 0,4, если экономика страны не будет успешно развиваться. Вероятность экономического подъема в новом году равна 0,6. Оценить вероятность того, что акции компании поднимутся в цене в следующем году.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить теоретическую часть практической работы
2. Решить задачи

Ход работы:

Экономическая наука существует не одно столетие и имеет большую теоретическую базу, но все же, она не в силах предвидеть изменения в будущем и давать точные прогнозы. Это связано с тем, что многие экономические показатели носят характер случайных событий. Поэтому чтобы экономист рассчитал наиболее выгодный вариант с высокой точностью, необходимо применять знания теории вероятностей.

Теория вероятностей – наука, изучающая закономерности в массовых случайных событиях. Случайным событием называют какой-либо факт, который может произойти или не произойти при определенных условиях. Подтверждение или опровержение факта оценивается, наблюдается то или иное событие, определяется как опыт или эксперимент 2. Методы теории вероятностей при решении экономических задач необходимо применять там, где допускается возможность создать и проанализировать вероятностные модели действий любо уровня. Примером могут послужить характеристики в сфере кредитования и страхования.

Вероятность рассматривают как некоторый критерий возможности наступления определенного события. Возможные значения вероятности изменяются в диапазоне от 0 до 1. Событие, вероятность появления которого равна 0, называется невозможным, то есть это событие никогда не произойдет при данных условиях. Событие с вероятностью, равной 1, считают достоверным, речь идет о событиях, которые обязательно произойдут при данных условиях 3.

События, одно из которых обязательно произойдет в результате опыта, составляют полную группу. Сумма значений вероятностей наступления событий в полной группе равна единице. Например, если вероятность увеличения цены товара в ближайший месяц равна 0,3, а вероятность того, что цена останется неизменной - 0,65, вероятность уменьшения цены трудно найти. Так как эти события составляют полную группу (одно из них обязательно произойдет), то вероятность того, что цена товара уменьшится, равна 1-0,3-0,65 = 0,05 4.

На практике мы имеем дело с независимыми событиями, то есть одно событие не влечет за собой появление другого, и зависимыми, когда наступление событий взаимосвязано.

Для решения задач используют формулы сложения вероятностей, формулу умножения вероятностей, формулу полной вероятности другие. Рассмотрим на примере использование теории вероятности при решении экономических задач.

Задача 1. Пусть финансовый аналитик предполагает, что если ставка процента упадет за определенный период, то вероятность, что рынок акций будет расти в это же время, равна 0,7. Аналитик также считает, что ставка процента может упасть в этот же период с вероятностью 0,2. Используя данную информацию, определите вероятность того, что рынок акций будет развиваться, а ставка процента падать в течение данного периода?

Решение. Событие А - рост акций, тогда Р(А) = 0,7. Событие В - снижение ставки процента, Р(В) = 0,2. Следовательно, вероятность того, что рынок акций будет развиваться, а норма процента падать в течение данного периода найдём по формуле:

$p = P(A) \times P(B)\ 0.7 \times 0.2 = 0.14$

Таким образом, рынок акций будет расти, а ставка процента в течение определенного периода с вероятностью 14%.

Рассмотри задачу с независимыми событиями.

Задача 2. Две организации производят одинаковую продукцию. Вероятность того, что АО «Строй» выйдет на мировой рынок, равна0,4, а вероятность выхода на мировой уровень ПАО «Строитель» равен 0.6. Найти вероятность того, что только одна организация выйдет на мировой рынок 4.

Решение:

Пусть, А – событие, что АО «Строй» организация выйдет на мировой рынок,

В – событие, что ПАО «Строитель» организация выйдет на мировой рынок.

С – событие, что АО «Строй» организация выйдет на мировой рынок, при этом ПАО «Строитель» не выйдет на мировой рынок.

D – событие, что ИАО «Строитель» организация выйдет на мировой рынок, а АО «Строй» не выйдет на мировой рынок.

Вероятности событий равны:

$$P(C) = P(A) \times P(B) = 0{,}4 \times (1 - 0{,}6) = 0{,}16$$
$$P(D) = P(A) \times P(B) = (1 - 0{,}4) \times 0{,}6 = 0{,}36$$

Теперь найдем сумму этих вероятностей, так как нам не важно, какое именно событие из двух произойдет:

$$P(C + D) = 0{,}16 + 0{,}36 = 0{,}52.$$

Ответ: вероятность того, что только одна из организаций выйдет на мировой рынок, равна 0,52.

Задача 3. Экономист полагает, что вероятность роста стоимости акций некоторой компании в следующем году будет равна 0,75, если экономика страны будет на подъеме; и эта же вероятность будет равна 0,3, если экономика страны не будет успешно развиваться. Вероятность экономического подъема в новом году равна 0,8. Оценить вероятность того, что акции компании поднимутся в цене в следующем году.

Решение:

Выберем события, о котором идет речь в задаче:

А – событие, что акции компании в следующем году поднимутся в цене.

Далее мы определим гипотезы:

H1 – гипотеза, что экономика страны будет на подъеме,

H2 – гипотеза, что в стране не будет успешного развития экономики.

Вероятности гипотез равны:

$P(H_1) = 0{,}8$;

$P(H_2) = 1 – 0{,}8 = 0{,}2$; (События образуют полную группу)

Также из условия известны вероятности наступления события при выполнении гипотез:

$P(A|H_1) = 0{,}75$; $P(A|H_2) = 0{,}3$

По формуле полной вероятности, найдем вероятность повышения цены акций компании в следующем году: $P(A) = P(H_1) \text{ x } P(A|H_1) + P(H_2) \text{ x } P(A|H_2)$,

$P(A) = 0{,}8 \text{ x } 0{,}75 + 0{,}2 \text{ x } 0{,}3 = 0{,}66$

Ответ: вероятность того, что акции компании в следующем году увеличатся в цене, равна 0,66.

Форма представления результата: выполненная работа.

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 3.2 Элементы математической статистики

Практическое занятие №19

Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)

Цель работы: научиться представлять статистические данные в виде таблицы, диаграммы и графиков.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Построить столбиковый график, по прибыли за 1 полугодие, тыс. руб.

Месяц	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Прибыль	89	71	80	93	101	80

2. Построить секторный график, проживающих в различных категориях домов, тыс. ед.

Категории домов	Панельный дом	Кирпичный дом	Блочный дом	Коттедж	Дуплекс
Количество проживающих	300	187	501	469	233

Порядок выполнения работы

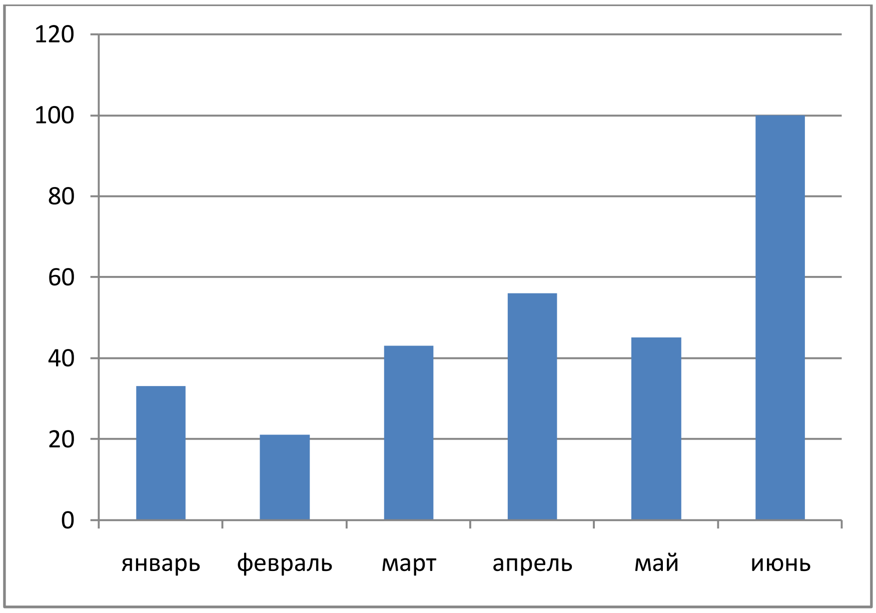
1. Прочитать материал конспекта лекций.
2. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. Решить задачи.

Ход работы:

1. Построить столбиковый график, объём продаж за 1 полугодие, тыс.руб

Месяц	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Объем продаж	33	21	43	56	45	100

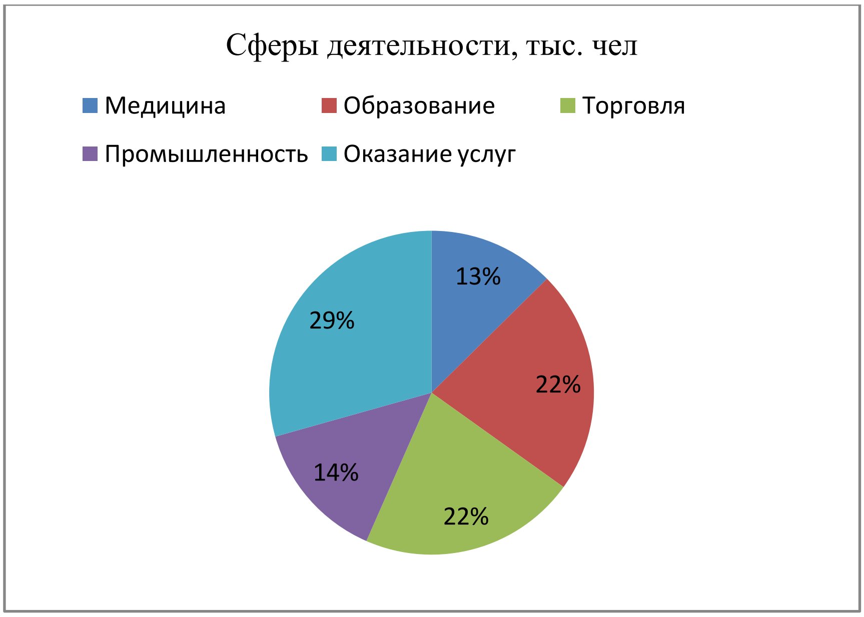
Решение.



2. Построить секторный график, по количеству работающих в различных сферах деятельности, тыс. чел

Сферы деятельности	Медицина	Образование	Торговля	Промышленность	Оказание услуг
Количество работающих	130	230	224	145	303

Решение.



Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" ставится, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" ставится, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" ставится, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

Тема 4.1 Элементы теории вероятностей и математической статистики

Практическое занятие №20

Построение для заданной выборки ее графической диаграммы; расчёт по заданной выборке её числовых характеристик

Цель: научиться выполнять построение для заданной выборки ее графической диаграммы; научиться выполнять расчет числовых характеристик по заданной выборке.

Выполнив работу, Вы будете:

уметь:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;
- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;
- определять этапы решения задачи;
- реализовать составленный план;
- планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию;
- оформлять результаты поиска, применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач.

Материальное обеспечение:

рабочее место преподавателя: персональный компьютер, рабочие места обучающихся, доска учебная, учебная мебель.

Задание:

1. Составить для выборки 1, 8, -2, 1,0, -1, 10, 3, -2, 10, 10, 3 вариационный ряд и найти ее размах.
2. Для выборки 2,4, 1,-3, 7, 8,3,-1,3, 5 определить объем и размах. Записать выборку в виде вариационного ряда и в виде статистического ряда. Найти выборочное распределение. Построить полигон частот.
3. На основании данных о средней заработной плате работников в области в тыс. руб., которые помещены в интервальный вариационный ряд в таблицу, построить гистограмму распределения частот зарплаты работников:

Заработная плата	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Число работников	15	20	20	30	30	20

Порядок выполнения работы:

3. Прочитать материал конспекта лекций.
4. На основании изложенного материала рассмотрите примеры решения задач.
3. В тетради для практических работ решить предложенные преподавателем задачи.

Ход работы:

1. Составить для выборки 1, 10, -2, 1,0, 1, 10, 7, -2, 10, 10, 7

вариационный ряд и найти ее размах.

Решение: записав заданную выборку в виде неубывающей последовательности, получим вариационный ряд

-2,-2,0, 1, 1, 1,7,7, 10, 10, 10, 10.

Размах данной выборки равен 10 - (-2) =12.

2. Для выборки 3,8,-1,3, 0, 5,3,-1,3, 5 определить объем и размах. Записать выборку в виде вариационного ряда и в виде статистического ряда. Найти выборочное распределение. Построить полигон частот.

Решение: Объем выборки n = 10, ее размах равен 8 - (-1) = 9. Записав значения выборки в виде неубывающей последовательности получим вариационный ряд

-1,-1,0, 3,3, 3,3, 5, 5, 8.

Статистический ряд можно записать в виде последовательности пар чисел - (-1;2), (0;1), (3;4), 5;2), (8;1) или в виде таблицы

-1	0	3	5	8
2	1	4	2	1

Для контроля находим сумму частот: 2+ 1 +4 + 2+ 1 = 10 и убеждаемся в том, что она равна объему выборки.

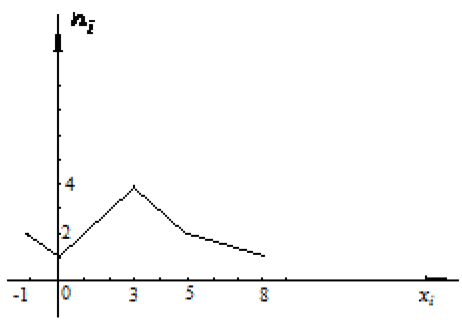
Вычислив относительные частоты, найдем выборочное распределение:

-1	0	3	5	8
$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

Для контроля убеждаемся в том, что сумма относительных частот равна единице:

2/10 + 1/10 + 4/10 + 2/10 + 1/10 =1.

Полигон частот для заданной выборки имеет вид:



3. На основании данных о средней заработной плате работников в области в тыс. руб., которые помещены в интервальный вариационный ряд в таблицу, построить гистограмму распределения частот зарплаты работников:

Заработная плата	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13
Число Работников	12	23	37	19	15	9

Решение: при построении гистограммы по оси абсцисс откладываются значения изучаемого признака (границы интервалов), а по оси y – соответствующие частоты, в том случае, если интервалы одинаковой величины. Построим гистограмму распределения частот зарплаты работников:

Форма представления результата: выполненное задание

Критерии оценки:

Оценка "отлично" выставляется, если работа выполнена в полном объёме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполнены все записи и вычисления.

Оценка "хорошо" выставляется, если выполнены требования к оценке "отлично", но допущены 2-3 недочета.

Оценка "удовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью, но объём выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется, если работа выполнена не полностью или объём выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.