

Контрольная работа 1  
Матрицы. Определители. Системы линейных  
алгебраических уравнений

З.С. Акманова

29 октября 2012 г.

**1 Вычислить определитель 4-го порядка (любым способом):**

$$1. \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 7 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -4 \\ 5 & -2 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$8. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$15. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 7 & 4 & -3 \\ 2 & 6 & 7 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$16. \begin{vmatrix} -1 & 0 & 5 & 8 \\ 2 & 3 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$$

$$17. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 4 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$11. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$18. \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 9 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & -9 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$12. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$19. \begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$20. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 9 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$14. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -4 & -3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -9 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$21. \begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & -4 \\ 3 & -7 & 2 & -6 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$22. \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & 8 \\ -3 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad 24. \begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$23. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 & -7 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} \quad 25. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

## 2 Найти матрицу X:

$$1. X = 2C - AB^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. X = A^T - CB, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$3. X = AC - 3B^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 7 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$4. X = 2B^T + AC, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$5. X = 2A^T + CB, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6. X = 5B^T - AC, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$7. X = AB^T - 3C, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8. X = CB - 2A^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & 5 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$9. X = 5A - CB, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$10. X = A(C + 2B^T), \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

11.  $X = 4A^T - CB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
12.  $X = 3CB + 2A$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ .
13.  $X = A(2B^T + C)$ , если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 1 & 6 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .
14.  $X = CB - 2A^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -5 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
15.  $X = 3C - AB^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
16.  $X = A^T + 5CB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
17.  $X = C - 2AB^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 27 & -3 & \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ .
18.  $X = AB^T - 3C$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & -5 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ .
19.  $X = 3C - A^T B^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ .
20.  $X = 3C + AB^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
21.  $X = A^T + 5CB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
22.  $X = AC - 2B^T$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ .
23.  $X = 2A + CB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 6 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

$$24. X = 2A^T - CB, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$25. X = CB + 4A, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

**3 Решить систему линейных уравнений тремя способами: а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера; в) матричным методом.**

1.

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -3 \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

4.

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

5.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -5 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

6.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

7.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

8.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

9.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -11 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -4 \end{cases}$$

10.

$$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$$

11.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

12.

$$\begin{cases} x_1 + 9x_2 - 4x_3 = 9 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

13.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9 \end{cases}$$

14.	21.
$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -5 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$
15.	22.
$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$
16.	23.
$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 4x_1 - 5x_2 - 2 + x_3 = 1 \end{cases}$
17.	24.
$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 = 8 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$
18.	25.
$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2 + x_3 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -1 \end{cases}$
19.	
$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$	
20.	
$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$	

**4 Решить системы уравнений методом Гаусса. В неопределенных системах найти общее и частное решения и сделать проверку.**

1.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 - x_2 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 7y + 3z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases}$$

2.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 4 \\ 4x_1 + 7x_2 - 7x_3 = 9 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 3 \\ -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_5 = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 5x + 4y - z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

3.

$$a) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + 5z = 3 \\ x + 2y - 3z = 1 \\ 4x + y - z = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 - 7x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

4.

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - yy + 2z = 2 \\ 4x + 2y - 5z = 1 \\ 2x - 4y + 9z = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 6x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

5.

$$\begin{aligned}
 a) \left\{ \begin{array}{l} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 2 \end{array} \right. \\
 b) \left\{ \begin{array}{l} 2x + 5y - z = 1 \\ 3x - 2y + 5z = 4 \\ 3x + 11y - 8z = 1 \end{array} \right. \\
 c) \left\{ \begin{array}{l} 3x - 2y + z = 0 \\ x + 2y - 3z = 0 \\ 7x - 2y - z = 0 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}
 a) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{array} \right. \\
 b) \left\{ \begin{array}{l} x - 2y + 4z = 2 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ x + 5y - 10z = 3 \end{array} \right. \\
 c) \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 5x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 12x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}
 a) \left\{ \begin{array}{l} 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 2x_1 + x - 2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \end{array} \right. \\
 b) \left\{ \begin{array}{l} 5x - 2y + 3z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ x - 4y + 7z = 3 \end{array} \right. \\
 c) \left\{ \begin{array}{l} 4x - y + 3z = 0 \\ 3x + 3y + 2z = 0 \\ x - 4y + z = 0 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned}
 a) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12 \end{array} \right. \\
 b) \left\{ \begin{array}{l} 3x - 2y + z = 1 \\ 5x + 2y - 3z = 2 \\ 4x - 8y + 6z = 3 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$$c) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ 7x_1 + 6x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

9.

$$a) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 3 \\ x_1 - 6x_2 - 9x_3 - 20x_4 = -11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 3y - z = 1 \\ 2x + 4y + 3z = 2 \\ 4x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 5x - 3y + 2z = 0 \\ 3x - 7y + 8z = 0 \end{cases}$$

10.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x - 2y + 3z = 2 \\ 5x + y - 2z = 1 \\ 2x - 8y + 13z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 9x_3 - 8x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 6x_4 = 0 \end{cases}$$

11.

$$a) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 6x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2z = 3 \\ -y + z = 1 \\ 3x - 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - 4y + z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 5y + 4z = 0 \end{cases}$$



12.

$$a) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 13x_3 + 8x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ x + 7y - 8z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 - 8x_2 + 9x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

13.

$$a) \begin{cases} 13x_1 + x_2 - 3x_4 = -13 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 5 \\ 14x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -8 \\ 6x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 3y + z = 3 \\ 4x + 2y - 5z = 1 \\ 3x + 19y - 15z = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 6y + 5z = 0 \\ 4x - y + 2z = 0 \\ x + 5y - 3z = 0 \end{cases}$$

14.

$$a) \begin{cases} 10x_1 - 9x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 3 \\ -15x_1 - 3x_2 - 11x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 7y - 2z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \\ x - 9y + 4z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ -8x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

15.

$$a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 9x_4 = 1 \\ 4x_1 + 13x_2 - 3x_3 + 13x_4 = 11 \\ 5x_1 + 16x_2 - 5x_3 + 18x_4 = 14 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 6x - y + 2z = 3 \\ 3x + 2y - z = 2 \\ 3x + 7y - 5z = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 4x - y + 3z = 0 \\ x - 5y + 4z = 0 \end{cases}$$

16.

$$a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 4 \\ x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 14x_4 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7x + 3y - z = 3 \\ 2x + 2y + 3z = 1 \\ x - 3y - 10z = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 - 4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - 9x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

17.

$$a) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 - x_3 + 3x_4 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 + 3x_3 - 6x_4 = -2 \\ -6x_1 + 7x_2 - 5x_3 + 9x_4 = 38 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x - y + 3z = 3 \\ 2x + 3y - z = 1 \\ 2x - 11y + 9z = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 5x - y + 2z = 0 \\ 3x - 7y + 4z = 0 \end{cases}$$

18.

$$a) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1 \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 6x_1 - 9x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 5y + 3z = 1 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ x - 22y + 15z = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$$

19.

$$\begin{aligned}
 a) & \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 7 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases} \\
 b) & \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 6x_2 - 6x_3 + 14x_4 = 1 \end{cases} \\
 c) & \begin{cases} x - 6y + 5z = 0 \\ 5x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + 16y - 12z = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned}
 a) & \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 6x_1 + 8x_2 - 17x_3 = 17 \end{cases} \\
 b) & \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases} \\
 c) & \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

21.

$$\begin{aligned}
 a) & \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -8 \\ x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 3 \\ 2x_1 - 6x_2 + 10x_3 = -11 \end{cases} \\
 b) & \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases} \\
 c) & \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ 7x_1 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

22.

$$\begin{aligned}
 a) & \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 3 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -2 \end{cases} \\
 b) & \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 12x_4 = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$c) \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

23.

$$a) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - 5x_2 + 11x_3 - 4x_4 = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 5y + 2z = 0 \\ 3x - 2y + z = 0 \\ 4x + 3y + 3z = 0 \end{cases}$$

24.

$$a) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2y + 2z = 1 \\ 2x - 2z = 1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 4x + 5y - 8z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ x + 3y - 5z = 0 \end{cases}$$

25.

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 + x_5 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ 5x + 2y - 2z = 3 \\ 8x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5x + 7y - z = 0 \\ x + 4y - 3z = 0 \\ 3x - y + 5z = 0 \end{cases}$$