

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 1**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -2 \\ x - y - 2z = -5 \\ x + y - 5z = -7 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(3; 1; 4)$ ,  $B(-1; 6; 1)$ ,  $C(-1; 1; 6)$ ,  $D(0; 4; 1)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $25x^2 - 16y^2 - 50x - 64y - 439 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^2 + 7x^4}{3x + 20 - 5x^4}$  ;    (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2 + 7x}{7x - 6} \right)^{3x+5}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{x^2 - x - 12}$  ;    (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin 2x}{3x}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \ln^2(2x + 1)$ ;    (b)  $y = x \cdot \operatorname{arctg}(2x)$ ;    (c)  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \ln(\sin t) \end{cases}$ .

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ ;    (b)  $y = (2x + 3)e^{-2(x+1)}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = \frac{2}{x+1} + \frac{x}{2} \quad [0; 2, 5].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{8}{1 + i\sqrt{3}}$ ;    (b)  $(2 - 2i)^8$ ;    (c)  $\sqrt[3]{-8}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 2**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (а) по формулам Крамера;
- (б) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (с) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 6 \\ 2x + y - 2z = -4 \\ x - 6y - 5z = -14 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(-1; 0; 1)$ ,  $C(-1; 1; 3)$ ,  $D(0; -1; 2)$ .

- (а) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (б) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (с) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (д) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (е) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (ф) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (г) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (г) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (и) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (ж) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $9x^2 + 25y^2 + 36x + 150y + 36 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x} - x^5 + 2x^3}{3x^5 + 20 - 5x^4}$  ;      (с)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2 + x^2}{x^2 - 6} \right)^{3x^2 - 1}$  ;

(б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{2x^2 - 5x - 3}$  ;      (д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{3 \sin 4x}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(а)  $y = \operatorname{arctg}(x^2 + 1)$ ;    (б)  $y = x^2 \cdot 2^x$ ;    (с)  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases}$ .

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = -2\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}, \quad x_0 = 1.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(а)  $y = \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^2$ ;    (б)  $y = -(2x+1)e^{2(x+1)}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = x + \frac{4}{x-1} \quad [-2; 0].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(а)  $\frac{2\sqrt{2}}{1-i}$ ;    (б)  $(\sqrt{3} - 3i)^6$ ;    (с)  $\sqrt[3]{8i}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 3**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ x - y + z = -1 \\ x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(-2; 4; 1)$ ,  $B(-1; 1; 0)$ ,  $C(3; -3; 2)$ ,  $D(0; -1; 2)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $9x^2 + 49y^2 - 18x + 196y - 236 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7\sqrt{x} - x + 2x^3}{3x^2 + 20 - 5x^3}$  ;      (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 11}{3x - 3} \right)^{3x-7}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 - 3x - 27}{\sqrt{x+4} - \sqrt{3x+10}}$  ;      (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\sin 3x}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \arcsin(x^2)$ ;    (b)  $y = \sin(x^3) + \cos(2x + 1)$ ;    (c)  $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \operatorname{arctg} t. \end{cases}$

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = (\cos 2x + x) \cdot (x^2 - 3), \quad x_0 = 0.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ ;    (b)  $y = (x + 1)e^{1-x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 1 \quad [-0, 5; 1, 5].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{2}{\sqrt{3} - i}$ ;    (b)  $(-1 + i)^5$ ;    (c)  $\sqrt{1 + i\sqrt{3}}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 4**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 4y - 5z = -6 \\ 3x - 5y - z = -16 \\ 7x - 3y + z = 14 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(2; -4; 3)$ ,  $B(-1; 1; 5)$ ,  $C(4; -3; 2)$ ,  $D(3; -1; 7)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $36x^2 + 9y^2 + 288x - 18y + 261 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x^5 + 2x^3}{3x^2 + 20 - 5x^4}$  ;      (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x - 11}{2x - 3} \right)^{4x-7}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}$  ;      (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 5x}{3x \cdot \operatorname{tg} 2x}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \sqrt[3]{5x^2 - 2x}$ ;    (b)  $y = (x - 2) \cdot 3^{x-2}$ ;    (c)  $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \frac{\sqrt{2x+3}}{x^2}, \quad x_0 = 3.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$ ;    (b)  $y = (3 - x)e^{x-2}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^3 \quad \left[-\frac{2}{3}; 1\frac{1}{3}\right].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{2\sqrt{2}}{1+i}$ ;    (b)  $(\sqrt{3} + i)^3$ ;    (c)  $\sqrt[3]{-8i}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 5**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 3 \\ x + 7y - 2z = -10 \\ x - 23y + 4z = 26 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(-2; 4; 1)$ ,  $B(-1; 1; 0)$ ,  $C(3; -3; 2)$ ,  $D(0; -1; 2)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $4x^2 - 9y^2 - 12x - 36y - 63 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - x^6 + 23x^3}{3x^2 + 1 - 5x^5}$  ;    (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{5+x} \right)^{11x-7}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$  ;    (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \cdot \operatorname{tg} 3x}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \log_3(x^2 + 1)$ ;    (b)  $y = e^{2x} \cdot \cos x$ ;    (c)  $\begin{cases} x = \sqrt{t-1} \\ y = t^{-\frac{1}{2}} \end{cases}$ .

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}, \quad x_0 = 4.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$ ;    (b)  $y = \frac{e^{3-x}}{3-x}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1} \quad [0; 2].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{4}{1 - i\sqrt{3}}$ ;    (b)  $(1 + i)^{10}$ ;    (c)  $\sqrt[3]{-1}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 6**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - y - z = -1 \\ 2x + 3y - 5z = -21 \\ x + 9y + 7z = 3 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(-2; 4; 5)$ ,  $B(3; -1; 2)$ ,  $C(3; 2; 2)$ ,  $D(0; 1; 3)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $16x^2 - 9y^2 + 128x + 36y + 76 = 0$

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100x^2 + x^4 - 6x}{30x^2 + 7 - 5x^4}$  ;      (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5 - 2x}{7 - 2x} \right)^{5x+2}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$  ;      (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{3x^2}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \ln(\sqrt[4]{x^2 + 1})$ ;    (b)  $y = x \cdot \arcsin(3x)$ ;    (c)  $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t \\ y = (\sin 2t)^{-1} \end{cases}$ .

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \ln(2x^2 - 5x + 4), \quad x_0 = 1.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$ ;    (b)  $y = \frac{e^{x+1}}{x + 1}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = 6\sqrt{x} - x \quad [0; 2, 5].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{-4}{1 - i\sqrt{3}}$ ;    (b)  $(2 + 2\sqrt{3}i)^6$ ;    (c)  $\sqrt[4]{-1}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 7**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -20 \\ 2x - 3y - z = -15 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(7; 2; -3)$ ,  $B(2; 4; -5)$ ,  $C(3; 1; -2)$ ,  $D(2; 1; 3)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $9y^2 + 12y - 6x + 2 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{27x^2 + x^3 - 5x}{17x^2 + 7x^3 - 500}$  ; (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5 - 4x}{7 - 4x} \right)^{x-3}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$  ; (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x}{\operatorname{tg} 3x}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \arccos(e^x)$ ; (b)  $y = \frac{x+1}{\ln(x+1)}$ ; (c)  $\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \operatorname{arctg}(x^2), \quad x_0 = 1.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ ; (b)  $y = x^3 \cdot e^{x+1}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = x + \frac{4}{x} \quad [1; 3].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $-\frac{2\sqrt{2}}{1+i}$ ; (b)  $(-\sqrt{3} + i)^{12}$ ; (c)  $\sqrt[3]{1}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 8**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 2y - 4z = -8 \\ 2x - 3y + z = -5 \\ 8x - 5y + 5z = -11 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(2; 1; 6)$ ,  $B(1; 4; 9)$ ,  $C(2; -3; 7)$ ,  $D(4; 5; 4)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $5y^2 + 20y + 2x + 16 = 0$

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + x^3 - 4x}{18x^2 + 27 - 6x^3}$  ;      (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4 - 5x}{6 - 5x} \right)^{7x+2}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$  ;      (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right)$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \arcsin(e^x)$ ;    (b)  $y = \sqrt{x-1} \cdot \ln x$ ;    (c)  $\begin{cases} x = \sqrt{t-2} \\ y = \ln(t-2) \end{cases}$ .

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \arcsin^2(3x), \quad x_0 = \frac{1}{6}.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{x^2}{x-2}$ ;    (b)  $y = \frac{e^{x+3}}{x+3}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = x^4 - 18x^2 + 30 \quad [-4; 2].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{12}{\sqrt{3} - 3i}$ ;    (b)  $(-2 + 2i)^8$ ;    (c)  $\sqrt{1 - \sqrt{3}i}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 9**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - y + 7z = 8 \\ 3x - y + 2z = 9 \\ 5x + y - 7z = 10 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(3; 2; 1)$ ,  $B(4; 0; -3)$ ,  $C(2; -3; 5)$ ,  $D(6; -2; 2)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $9x^2 - 4y^2 + 72x - 16y + 92 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^4 + 3x^3 - 2x^2}{3x^2 + 17x - 11x^4}$  ; (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4+x}{7+x} \right)^{4+x}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$  ; (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{3x \cdot \sin 5x}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \ln(e^x + e^{-x})$ ; (b)  $y = e^{3x} \cdot \sin(5x)$ ; (c)  $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 + \cos t \end{cases}$

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \frac{x^3 + 2}{x^3 - 2}, \quad x_0 = 2.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$ ; (b)  $y = -(x + 1)e^{x+2}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 5 \quad [-3; 0].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{-2\sqrt{2}}{1-i}$ ; (b)  $(1 + \sqrt{3}i)^3$ ; (c)  $\sqrt[4]{-16}$ .

**Контрольная работа №1**  
**для студентов заочного факультета спец.1204, 1205**

**Вариант № 10**

1. Решить систему уравнений тремя способами:

- (a) по формулам Крамера;
- (b) записать систему в матричной форме и решить ее матричным способом;
- (c) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 4 \\ x + 5y - 2z = 7 \\ 3x - 11y - z = 0 \end{cases}$$

2. Даны четыре точки:  $A(1; -2; 7)$ ,  $B(4; 2; 10)$ ,  $C(2; 3; 6)$ ,  $D(4; -1; 7)$ .

- (a) Составить уравнение прямой  $AB$  и указать ее направляющий вектор.
- (b) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно прямой  $AB$ .
- (c) Составить уравнение плоскости  $ABC$  и указать ее нормальный вектор.
- (d) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $D$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ .
- (e) Определить, образуют ли векторы  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  базис.
- (f) Найти угол между прямой  $AD$  и плоскостью  $ABC$ .
- (g) Составить уравнение прямой  $BD$  и указать ее направляющий вектор.
- (h) Составить уравнение плоскости  $\alpha$ , проходящей через точки  $A, C$  параллельно прямой  $BD$ .
- (i) Найти площадь треугольника  $ABC$ .
- (j) Найти расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\alpha$ .

3. Построить линию, определяемую уравнением:  $2y^2 - 16y + 3x + 30 = 0$ .

4. Вычислить пределы:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + 2x - 7x^2}{3x^2 + 11x - 5x^4}$  ;    (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{9 - 4x}{7 - 4x} \right)^{6+x}$  ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$  ;    (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 12x}{5x^2}$ .

5. Найти производные первого и второго порядков функции:

(a)  $y = \sqrt[4]{4x^2 - 1}$ ;    (b)  $y = \sqrt{x-1} \cdot \ln x$ ;    (c)  $\begin{cases} x = e^t \\ y = \arctg(e^t) \end{cases}$

6. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $f(x)$  в указанной точке  $x_0$ :

$$y = \frac{\sqrt{4x+5}}{x^2}, \quad x_0 = 1.$$

7. Провести полное исследование функции и построить график:

(a)  $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ ;    (b)  $y = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ .

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на данном отрезке:

$$f(x) = x + \frac{9}{x} \quad [1; 4].$$

9. Выполнить действия с комплексными числами. Результат представить в алгебраической и тригонометрической формах:

(a)  $\frac{-1}{\sqrt{3} + i}$ ;    (b)  $(1 + i)^8$ ;    (c)  $\sqrt[3]{8}$ .